

文章编号 1004-924X(2021)12-2855-13

六棱柱模块化可展开天线形面精度分析

田大可¹, 范小东¹, 金 路^{2*}, 刘荣强³, 张 珂¹

(1. 沈阳建筑大学 机械工程学院, 辽宁 沈阳 110168;

2. 沈阳建筑大学 土木工程学院, 辽宁 沈阳 110168;

3. 哈尔滨工业大学 机器人技术与系统国家重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:针对空间可展开天线大型化、模块化、高精度化发展趋势,提出一种六棱柱模块化空间可展开天线支撑结构形面精度分析模型。阐述了六棱柱模块化空间可展开天线的结构组成,分析了六棱柱模块化结构的拓扑规律。基于等包络圆思想及机器人学基本理论,提出了点面法和两点法 2 种包络圆数学建模方法,并由此建立了等包络圆交点数学模型及肋单元夹角数学模型,进而构建了用于六棱柱模块化可展开天线支撑结构形面精度分析的数学模型。最后,采用数值仿真与试验验证相结合的方式对建立的模型进行了验证。仿真及试验结果表明:包络圆能紧密地贴合在球面上,与球面吻合良好;数值仿真模型状态下,六棱柱模块间实现了准确连接;试验中特征点的绝对误差主要分布在 5~10 mm,相对误差主要集中在 0.05%~0.1%,肋单元夹角绝对误差多分布在 0.05°~0.1°之间,表明测量值和理论值间偏差较小、吻合较好。所提出的形面精度分析模型能够求解出所有模块连接点的空间坐标,为超多模块可展开天线形面精度的分析及研究提供了理论基础。

关键词:可展开天线;模块化;形面精度;数值仿真;工业摄影测量;大口径;坐标变换

中图分类号:V443.4 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/OPE.20212912.2855

Surface accuracy analysis for hexagonal prism modular deployable antenna

TIAN Da-ke¹, FAN Xiao-dong¹, JIN Lu^{2*}, LIU Rong-qiang³, ZHANG Ke¹

(1. School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China;

2. School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China;

3. State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology,

Harbin 150001, China)

* Corresponding author, E-mail: jinlu@sjzu.edu.cn

Abstract: A surface accuracy analysis model for the support structure of a hexagonal prism modular deployable antenna is proposed because of the large-scale, modular, and high-precision development trend of deployable antennas. The structural composition of the hexagonal modular deployable antenna is elaborated, and the topological rules of the hexagonal modular structure are analyzed. Based on the idea of equal

收稿日期:2021-05-17;修订日期:2021-07-01.

基金项目:国家自然科学基金重点项目(No. 51835002);中国博士后科学基金面上项目(No. 2019M661126);辽宁省教育厅科学研究面上项目(No. LJKZ0563);辽宁省“兴辽英才计划”青年拔尖人才项目(No. XLYC1807188)

envelope circles and the basic theory of robotics, two mathematical modeling methods of envelope circle, point-surface method and two-point method, are proposed, from which the mathematical model of the intersection point of the equal envelope circle and the mathematical model of the included angle of rib unit are established; the mathematical model for accuracy analysis of the shape surface of the support structure of a modular deployable antenna with a hexagonal prism is built. Finally, the model is verified using a combination of numerical simulations and experimental verifications. The simulation and experimental results show that the enveloping circle can closely fit on the spherical surface, and it is in good agreement with the spherical surface. In the numerical simulation model, the modules of the hexagonal prism are connected accurately. In the experiment, the absolute error of feature points is mainly distributed in 5 to 10 mm, the relative error is mainly concentrated in the range of 0.05% to 0.1%, and the absolute error of the rib unit angle is mostly distributed in the range of 0.05° to 0.1°. The deviation between the measured and the theoretical values is small, and the values are in good agreement. The proposed model can solve the spatial coordinates of all module connection points, which provides a theoretical basis for the analysis and research of the shape accuracy of multi-module deployable antennas.

Key words: deployable antennas; modularization; surface accuracy; numerical simulation; photogrammetry; large aperture; coordinate transformation

1 引 言

空间可展开天线是航天器无线通信系统中不可或缺的重要装备^[1-3],同时也是国际宇航界研究的前沿与热点,广泛应用于星际探测、卫星导航、移动通信、电子侦察和射电天文等领域^[4-6]。在“十四五”规划和 2035 年远景目标纲要中,规划的空间基础设施体系建设、星际探测、探月工程四期、北斗产业化等重大航天工程均对空间可展开天线提出了迫切的需求,开展可展开天线相关理论及应用研究具有较为重要的科研价值和实际意义。

航天器与地面距离约在几万至几百万公里,导致电磁波在穿越星际的过程中会有较明显损耗。为了增加数据传输和接收能力、提高分辨率、增加通信距离,可展开天线需要向高精度化和大型化方向发展,这对天线展开后的形面精度提出了更高的要求。MORTEROLLE 等^[7]基于力密度法,提出一种计算索网张力的方法,即利用受拉索的节点力将索网定位在目标表面上。此外,将这些节点力施加在不同的曲面上,验证了该方法的有效性。YANG 等^[8]提出一种索网张力分布迭代方法,该方法具有良好的通用性,无论索网前后表面是否对称,都能获得均匀的张力。LIU 等^[9]基于非线性有限元法和基因遗传算

法,综合考虑可展开天线结构柔性变形的影响,提出一种张紧索预应力分布设计方法,通过优化确定了张紧索的最优预紧量和预张力,提高了索肋张拉式可展开天线结构的形面精度和固有频率。AGRAWAL 等^[10]提出一种索网结构网格划分方法,并给出了误差计算公式。杨东武等^[11]提出了用空间任意三角形逼近抛物面的轴向方均根误差计算公式,发现抛物面索网天线形面在天线光学口径面上投影为正三角形网格时原理误差最小。范叶森等^[12]提出一种等张力索网结构找形的坐标迭代算法,使用等张力找形算法得到的索网结构绳索张力的均匀性好于极小范数法和等力密度法。杨癸庚等^[13]提出一种基于力密度思想的找形与找力相结合的优化迭代设计方法,将索网结构初始形态设计分为前、后索网设计两部分,先设计前索网再设计后索网,索网张力的均匀性得到了进一步提升。索网结构由柔性绳索和金属丝网等组成,不同的材料受热变形不协调会影响索网结构的预应力分布与形面精度,李团结等^[14]通过建立结构力学模型,研究了索网结构的力热匹配设计问题,提出一种索网结构力热匹配设计方法,仿真结果表明,在温变环境下,所提出的方法可使形面精度得到一定程度的提升。日本宇宙航空研究开发机构^[15-16]为工程试验卫星 Engineering Test Satellite VIII (ETS-

VIII)制出一种构架式可展开天线,该天线由 14 个直径为 4.8 m 的六棱柱模块组成,天线完全展开后的有效口径为 13 m,形面精度不大于 2.4 mm。MITSUGI 等^[17]介绍了 ETS-VIII 可展开天线的结构组成及表面形状的调整方法,通过数值模拟和实验发现可展开天线表面精度主要取决于可展开天线支撑结构的精度。刘兆晶等^[18]建立了多模块可展开天线支撑结构空间几何模型,并开展了结构设计及展开试验研究。

由上述阐述可见,对可展开天线精度的研究大多集中在索网的初始结构形态和索网张力调整等索网结构的精度上,对影响可展开天线形面精度的另一重要因素,即支撑结构的展开精度问题则研究较少。此外,随着航天科技的快速发展,现有单一模块构型的可展开天线逐渐暴露出结构耦合度高、扩展性差等缺点,展开口径为几十米、甚至上百米的、超多模块数量的大型模块化可展开天线将成为发展的主流,故针对这种新构型的精度问题开展研究具有较为重要的研究意义。本文建立了一种可用于大口径、超多模块的六棱柱模块化空间可展开天线支撑结构形面精度分析模型。首先,分析可展开天线的组成,研究模块的拓扑规律,确定影响结构拓扑的典型模块;其次,基于结构特点,将单模块等效为一包络圆,通过求解典型模块的包络圆方程,建立六棱柱模块化空间可展开天线支撑结构的形面精度分析模型;最后,从数值仿真和试验验证两个方面对所建立的模型进行了验证及分析。

2 可展开天线的组成及模块拓扑规律

2.1 可展开天线的组成

典型六棱柱模块化空间可展开天线属于金属网面天线的一种类型,主要由柔性金属反射网和刚性支撑结构等组成。支撑结构是天线的骨架,主要对金属反射网起到展开、支撑和定位等作用。支撑结构通常由若干个六棱柱模块组成,每个模块又由 6 个基本单元(也称为:肋单元)组成,肋单元是构成可展开天线支撑结构的最小单元。肋单元如图 1 所示。

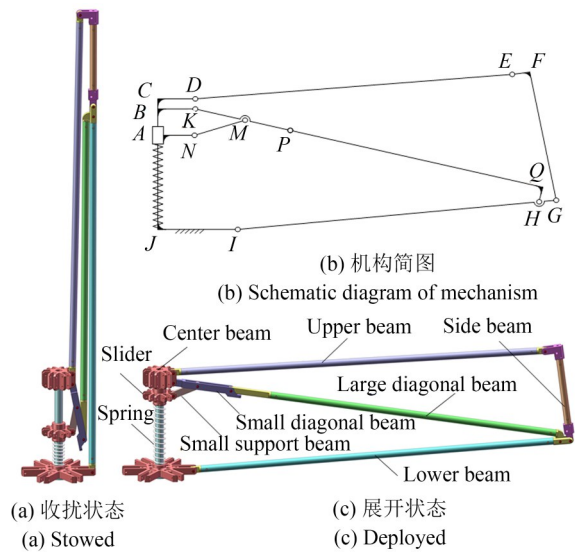


图 1 肋单元
Fig. 1 Rib unit

由图 1 可知,肋单元是一种具有折叠与展开功能的平面连杆机构,依靠弹簧驱动实现机构展开。

模块化空间可展开天线支撑结构的组成如图 2 所示,6 个肋单元组成一个六棱柱模块,若干个六棱柱模块组成空间可展开天线支撑结构。为了增加结构的刚度,在模块的边缘增加张紧索。支撑结构的表面通常是球面,天线的工作表面为抛物面,两者之间的形状差异一般采用拟合及竖向拉索等方式进行修正和调节^[19]。

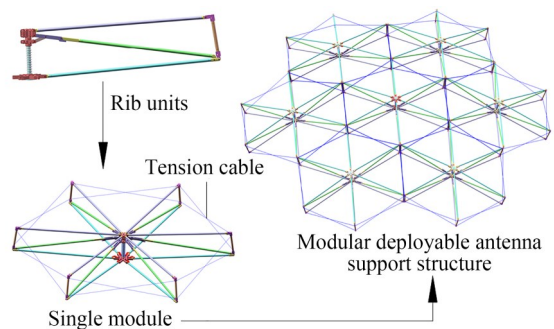


图 2 可展开天线支撑结构的组成
Fig. 2 Composition of deployable antenna support structure

2.2 模块拓扑规律

为了研究六棱柱模块化结构的拓扑规律,按照“由少至多、由简至繁”的思想,对其开展研究。

观察图 3 所示的模块拓扑规律示意图可以发现,六边形结构的拓扑规律既可以看作是分层拓扑,也可以看作是绕中心模块的环形阵列拓扑。本

文将分层拓扑和环形阵列两种拓扑方式结合起来,即先将六边形模块分层,然后再研究每层模块的阵列拓扑规律。

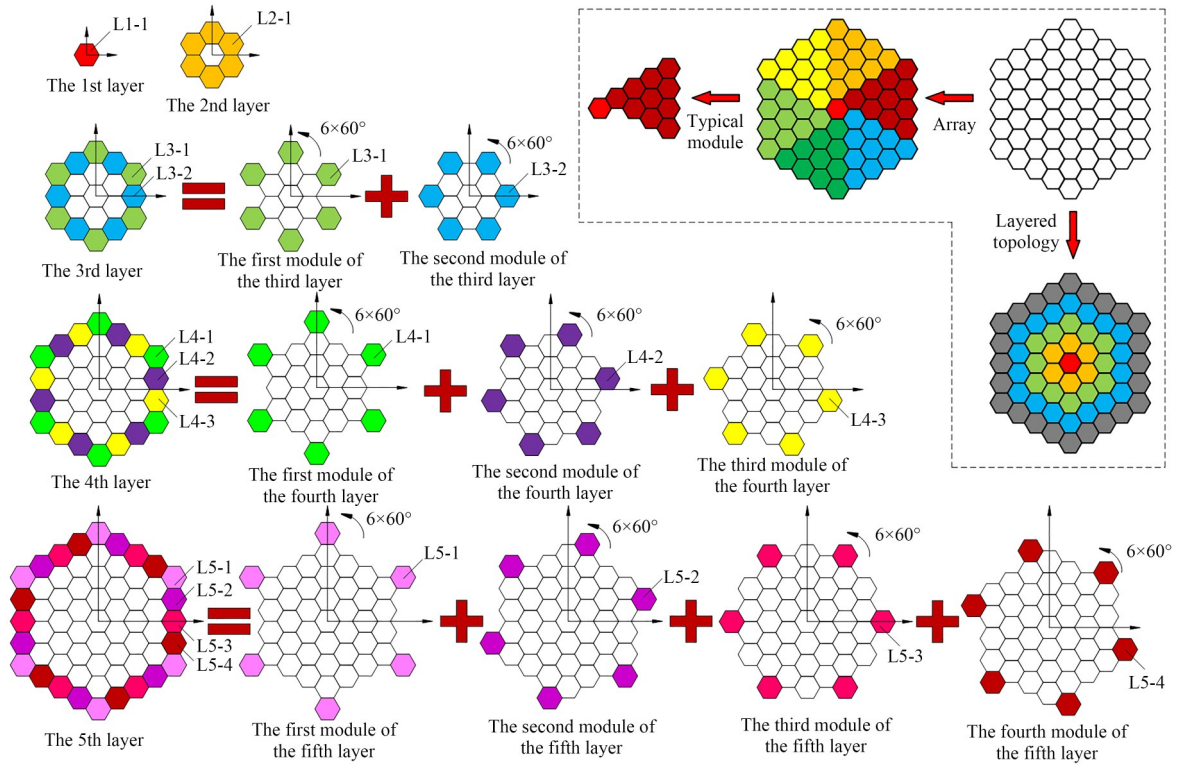


图 3 模块拓扑规律

Fig. 3 Module topology rule

以中心模块为第一层,环绕中心模块的 6 个模块为第二层,环绕第二层的 12 个模块为第三层,依次类推。第二层的 6 个模块可看作是由模块 L2-1 阵列而成,第三层的 12 个模块可看作是由模块 L3-1 和 L3-2 阵列而成(由模块 L3-1 阵列而成的六个模块称为第三层第一类模块,由模块 L3-2 阵列而成的六个模块称为第三层第二类模块,类似的定义下文不再赘述),第四层的 18 个模块可看作是由模块 L4-1、L4-2 和 L4-3 阵列而成,第五层的 24 个模块可看作是由模块 L5-1、L5-2、L5-3 和 L5-4 阵列而成。定义模块 L1-1、L2-1、L3-1、L3-2、L4-1、L4-2、L4-3、L5-1、L5-2、L5-3 和 L5-4 等为典型模块,其余模块可由典型模块经环形阵列得到。

根据上述拓扑规律,每层模块的数量 $g(i)$ 与层数 i 满足关系:

$$g(i) = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ 6(i-1) & i = 2, 3, 4, \dots \end{cases} \quad (1)$$

同时,每层中,典型模块的数量 $f(i)$ 与层数 i 满足关系:

$$f(i) = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ i-1 & i = 2, 3, 4, \dots \end{cases} \quad (2)$$

典型模块的总数 $h(i)$ 与层数 i 满足关系:

$$h(i) = \sum_{k=1}^i f(k). \quad (3)$$

所以,当需要建模研究一个 i 层的模块化结构时,只需要建 $h(i)$ 个典型模块的模型,其余模块可经过阵列或坐标变换得到。

3 形面精度分析建模

可展开天线的形面精度通常用均方根误差来衡量。均方根误差又称为标准误差,是指测量

值与其理论值偏差的均方根。均方根误差越小,则被测物体的形面精度就越高。实测值可通过试验测得,理论值则需要通过数学模型计算得到。模块化空间可展开天线支撑结构是由若干个六棱柱模块所组成,所以求取模块间连接点的三维坐标是开展可展开天线支撑结构形面精度分析的前提和基础,故需要建立连接点的空间数学模型,即形面精度分析模型。

3.1 建模流程

首先,用半径为 r 的圆代表六棱柱模块,该圆即称为对应六棱柱模块的包络圆,如图 4 所示。此时,只要 6 个肋单元的尺寸完全相同,无论如何调整肋单元夹角,点 $A_1 \sim A_6$ 始终在包络圆上。由于可展开天线支撑结构的所有肋单元尺寸相等,所以所有六棱柱模块均可等效为半径相等的包络圆,这将有利于后续的建模过程。

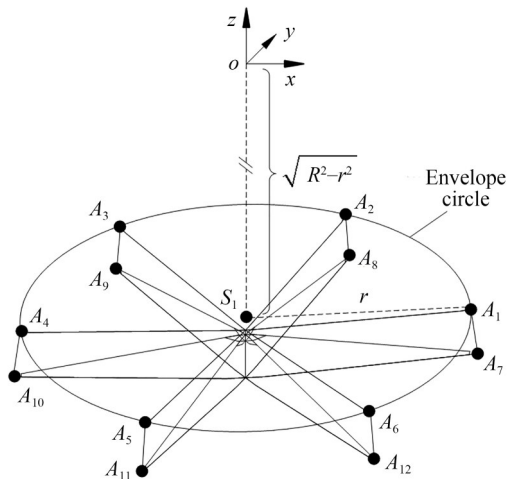


图 4 包络圆

Fig. 4 Envelope circle

其次,将每个六棱柱模块都用一个包络圆表示,就得到了可展开天线支撑结构的包络圆模型。最后,求出包络圆交点坐标即可得到对应模块连接点的坐标。形面精度分析模型建模流程如图 5 所示。

3.2 形面精度分析模型

将六棱柱模块等效为包络圆之后,需要计算出所有包络圆在空间直角坐标系中的方程,进而通过联立方程组解出相邻包络圆的交点坐标(即对应模块连接点的坐标)。下面分别介绍包络圆方程在空间中的表示方法、交点坐标的计算和肋单元夹角的计算方法这 3 个具体建模过程。

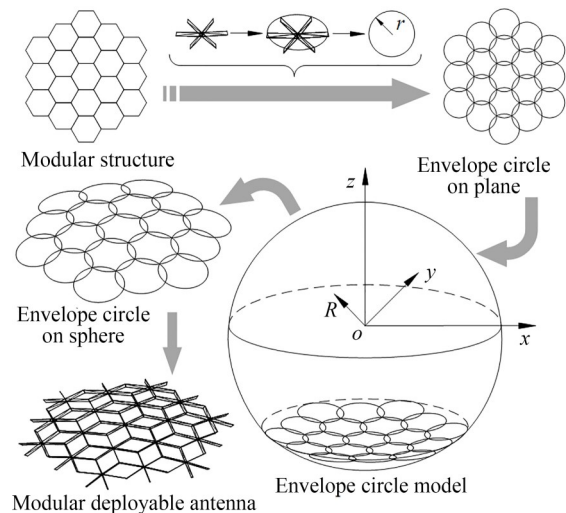


图 5 形面精度分析模型建模流程

Fig. 5 Modeling process of surface accuracy analysis model

3.2.1 包络圆数学模型

在空间中,球面与平面的交线为一个空间圆。平面的点法式方程可由平面上的一点和平面的一个法向量所确定,假设空间直角坐标系建在球心,那么任何一个包络圆的方程均可表示为:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ -x_{s_n}(x - x_{s_n}) - y_{s_n}(y - y_{s_n}) - z_{s_n}(z - z_{s_n}) = 0 \end{cases}, (4)$$

其中: S_n 为圆 n 的圆心,其坐标为 $(x_{s_n}, y_{s_n}, z_{s_n})$, R 为球面半径。所以,求包络圆 n 方程的问题可以转化为求包络圆 n 的圆心坐标。

3.2.2 圆心坐标计算

图 6 是图 5 中空间直角坐标系的俯视示意图(并非严格的俯视图,只是为了说明位置关系的一种示意图),图 6 中的包络圆为图 3 中提到的典型模块所对应的包络圆。

根据模块的拓扑规律可知,包络圆 1, 2, 4, 7, 11 的圆心在平面 $y = x \cdot \tan(\pi/6)$ 上,包络圆 3 和 8 的圆心在平面 $y = 0$ 上,包络圆 5 和 6, 9 和 10 的圆心分别关于平面 xoz 对称。也就是说,包络圆 1~11 中,一类包络圆的圆心在某个平面上,另一类包络圆的圆心虽然不在特殊位置,但相互间关于某些平面对称。

基于对上述包络圆圆心在空间中两类特殊位置关系的分析,针对每类位置关系提出一种圆心坐标的计算方法。

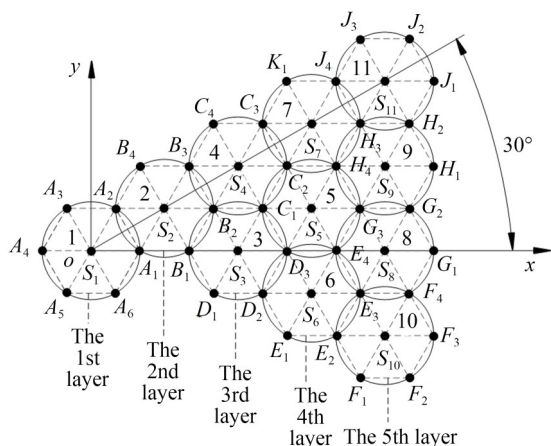


图 6 典型包络圆

Fig. 6 Typical envelope circle

3.2.2.1 点面法

点面法是一种根据两个已知条件来求圆心坐标的方法。两个已知条件分别为:a. 已知所求包络圆上某一点的坐标;b. 已知所求包络圆的圆心在某平面上且该平面的方程为已知。点面法适用于所求包络圆的圆心在某已知平面上的情况。

以图 6 中包络圆 2 的圆心 S_2 为例,假设点 A_1 的坐标已知,点 S_2 在平面 $y = x \cdot \tan(\pi/6)$ 上,那么点 S_2 满足以下方程组:

$$\begin{cases} (x_{A_1} - x_{S_2})^2 + (y_{A_1} - y_{S_2})^2 + (z_{A_1} - z_{S_2})^2 = r^2 \\ x_{S_2}^2 + y_{S_2}^2 + z_{S_2}^2 + r^2 = R^2 \\ y_{S_2} = x_{S_2} \tan(\pi/6) \end{cases}, \quad (5)$$

其中: r 为包络圆半径, R 为球面半径。式(5)有两个解,一个为点 S_1 的坐标,另一个为点 S_2 的坐标。

3.2.2.2 两点法

两点法是一种根据一个已知条件来求圆心坐标的方法。这个已知条件为:已知所求包络圆上某不重合两点的坐标。两点法适用于所求包络圆的圆心不在特殊位置的情况。

以图 6 中包络圆 5 的圆心 S_5 为例,假设点 D_3 和点 C_1 的坐标为已知,那么点 S_5 的坐标满足以下方程组:

$$\begin{cases} (x_{C_1} - x_{S_5})^2 + (y_{C_1} - y_{S_5})^2 + (z_{C_1} - z_{S_5})^2 = r^2 \\ (x_{D_3} - x_{S_5})^2 + (y_{D_3} - y_{S_5})^2 + (z_{D_3} - z_{S_5})^2 = r^2 \\ x_{S_5}^2 + y_{S_5}^2 + z_{S_5}^2 + r^2 = R^2 \end{cases}. \quad (6)$$

上式有两个解,一个为点 S_3 的坐标,另一个为点 S_5 的坐标。

下面介绍用点面法和两点法求解图 6 中 11 个圆的圆心坐标的方法。通过点面法,包络圆 1, 2, 4, 7, 11, 3, 8 的圆心坐标可以计算出来;通过两点法,包络圆 5, 9 的圆心坐标可以计算出来,包络圆 6, 10 的圆心坐标可根据对称关系(包络圆 5 和 6, 9 和 10 的圆心分别关于平面 xoz 对称)得到,具体的计算流程如图 7 所示。

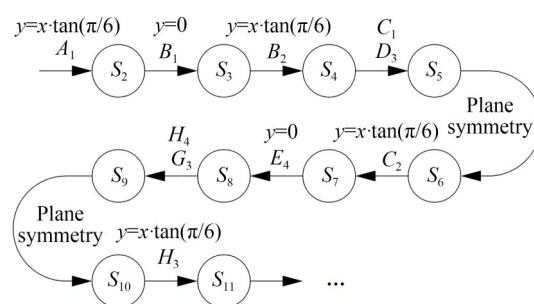


图 7 圆心坐标计算流程

Fig. 7 Calculation process of center coordinates

参考图 4 和 5,点 S_1 和点 A_1 的坐标可以用列向量的形式表示为:

$$S_1 = [0 \quad 0 \quad -\sqrt{R^2 - r^2}]^T, \quad (7)$$

$$A_1 = [r \quad 0 \quad -\sqrt{R^2 - r^2}]^T. \quad (8)$$

所以,将点 A_1 的坐标作为输入,用点面法可得点 S_2 的坐标。

包络圆 2 的方程与平面 $y=0$ 联立方程组可解得点 B_1 的坐标:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ y = 0 \\ x_{S_2}(x - x_{S_2}) + y_{S_2}(y - y_{S_2}) + z_{S_2}(z - z_{S_2}) = 0 \end{cases}. \quad (9)$$

上式有两个解,一个为点 A_1 的坐标,另一个为点 B_1 的坐标。

所以,将点 B_1 的坐标作为输入,用点面法可得点 S_3 的坐标。

点 S_4, S_7, S_8, S_{11} 的计算方法与点 $S_2 \sim S_3$ 类似。

用两点法计算点 S_5 的过程见式(6),点 S_9 的计算方法与点 S_5 类似。

另外,图 7 中关于平面的对称关系(包络圆 5 和 6, 9 和 10 的圆心分别关于平面 xoz 对称)是指,点 S_6 和点 S_{10} 的坐标可通过点 S_5 和点 S_9 的坐标得到:

$$S_6 = [x_{s_5} \quad -y_{s_5} \quad z_{s_5}]^T, \quad (10)$$

$$S_{10} = [x_{s_9} \quad -y_{s_9} \quad z_{s_9}]^T. \quad (11)$$

所以,按照图 7 所示的圆心坐标计算流程,典型包络圆的圆心坐标 $S_1 \sim S_{11}$ 均可被计算出来,代入式(4),即可得到对应包络圆的方程。

将图 3 中的 61 个模块编号,得到模块对应包络圆的编号,如图 8 所示。

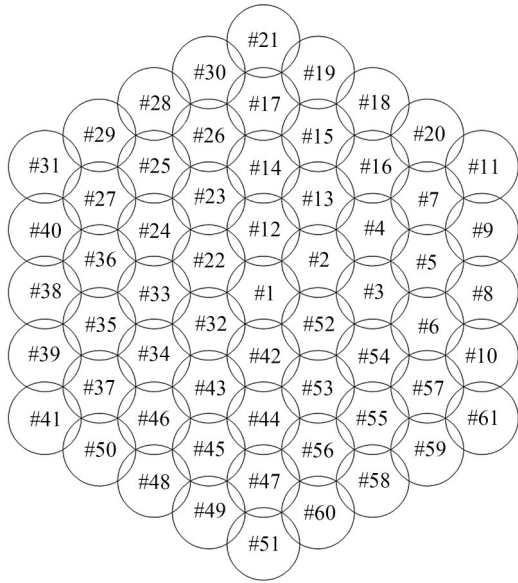


图 8 包络圆编号

Fig. 8 Envelope circle number

根据模块的拓扑规律,其余包络圆的圆心坐标可由典型包络圆(包络圆 1~11)的圆心坐标经坐标变换得到:

$$S_n = \begin{cases} \text{Rot}\left(z, \frac{\pi}{3}\right) S_{(n-10)} & n=12, 13, \dots, 21 \\ \text{Rot}\left(z, \frac{2\pi}{3}\right) S_{(n-20)} & n=22, 23, \dots, 31 \\ \text{Rot}\left(z, \frac{3\pi}{3}\right) S_{(n-30)} & n=32, 33, \dots, 41, \\ \text{Rot}\left(z, \frac{4\pi}{3}\right) S_{(n-40)} & n=42, 43, \dots, 51 \\ \text{Rot}\left(z, \frac{5\pi}{3}\right) S_{(n-50)} & n=52, 53, \dots, 61 \end{cases} \quad (12)$$

其中: n 为包络圆编号,取值范围为:1~61;Rot(z, θ)为机器人学中绕 z 轴旋转的坐标变换矩阵:

$$\text{Rot}(z, \theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

式(12)给出了剩余 50 个包络圆圆心坐标的计算方法,所以,五层共 61 个模块包络圆的圆心坐标均已得到,将其代入式(4),即可得到对应包络圆方程。

3.2.3 包络圆交点坐标计算模型

模块连接点的三维坐标是可展开天线支撑结构设计及形面精度分析过程中的一个重要参数。上述包络圆模型中,相邻包络圆的交点即为对应六棱柱模块的连接点,包络圆交点坐标即为对应六棱柱模块连接点的准确坐标。确定包络圆模型中所有包络圆交点坐标的方法,即为包络圆交点坐标计算模型。

若包络圆 m 和 k 相交,交点分别为 W_1 和 W_2 ,那么点 W_1 和 W_2 的坐标可通过联立两个空间圆的方程来求解,即:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ x_{s_m}(x - x_{s_m}) + y_{s_m}(y - y_{s_m}) + z_{s_m}(z - z_{s_m}) = 0, \\ x_{s_k}(x - x_{s_k}) + y_{s_k}(y - y_{s_k}) + z_{s_k}(z - z_{s_k}) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

其中: S_m, S_k 分别为包络圆 m 和 k 的圆心坐标; m 和 k 的取值范围均为 1~61; S_m, S_k 的确定方法见式(12)。式(14)有两个解,分别对应点 W_1 和 W_2 的坐标。

3.3 肋单元夹角数学模型

在保证所有肋单元的尺寸均相等的情况下,通过调整肋单元夹角的方法实现六棱柱模块连接点均在同一个球面上的目标,所以,肋单元夹角与模块连接点坐标一样,是可展开天线支撑结构设计及形面精度分析过程中必须要确定的一组参数。由前文模块拓扑规律可知,只拓扑五层时,一共有 61 个六棱柱模块,其中 50 个模块可由 11 个典型模块经阵列得到,所以,只需要研究典型模块的肋单元夹角。典型模块 1~11 以及每个模块的肋单元夹角,如图 9 所示。

确定所有肋单元夹角的方法(例如,五层时,图 9 中的 $\alpha_1 \sim \alpha_{66}$),即为肋单元夹角数学模型。

图 4 所示的六棱柱模块有 6 个肋单元夹角,分别为: $\angle A_1 S_1 A_2, \angle A_2 S_1 A_3, \angle A_3 S_1 A_4, \angle A_4 S_1 A_5, \angle A_5 S_1 A_6, \angle A_6 S_1 A_1$ 。以肋单元夹角

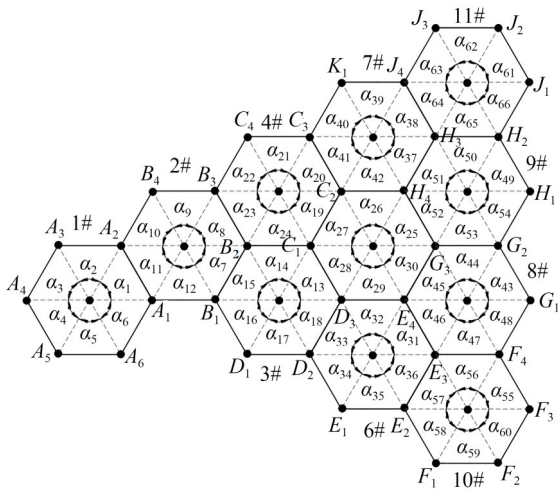


图9 典型模块肋单元夹角

Fig. 9 Rib unit angles of typical module

$\angle A_1S_1A_2$ 为例说明肋单元夹角的计算方法, 在 $\triangle A_1S_1A_2$ 中, 由余弦定理, 可得:

$$\angle A_1S_1A_2 = \arccos \frac{l_{S_1A_1}^2 + l_{S_1A_2}^2 - l_{A_1A_2}^2}{2l_{S_1A_1}l_{S_1A_2}} = \arccos \frac{2r^2 - l_{A_1A_2}^2}{2r^2},$$

其中: $l_{S_1A_1}$ 为点 S_1 和 A_1 之间的距离, $l_{S_1A_2}$ 、 $l_{A_1A_2}$ 分别 S_1 与 A_1 之间距离和 A_1 与 A_2 之间距离。

六棱柱模块内的其他 5 个肋单元夹角以及其他模块内的肋单元夹角计算公式均与肋单元夹角 $\angle A_1S_1A_2$ 具有相同的形式, 不同的仅是 $l_{A_1A_2}^2$ 这一项。所以, 为了用一个比较统一的形式来表达肋单元夹角的计算, 定义函数 $F(x)$:

$$F(x) = \arccos \frac{2r^2 - x^2}{2r^2}, \quad (15)$$

其中, r 为包络圆半径。

若 W_1 和 W_2 为空间中的两点, 那么, 点 W_1 和 W_2 的距离 $l_{W_1W_2}$ 为:

$$l_{W_1W_2} = \sqrt{(x_{W_2} - x_{W_1})^2 + (y_{W_2} - y_{W_1})^2 + (z_{W_2} - z_{W_1})^2}. \quad (16)$$

所以, 图 9 中 66 个肋单元夹角 $\alpha_1 \sim \alpha_{66}$ 的数学模型可表示为:

$$\begin{cases} \alpha_1 = F(l_{A_1A_2}) & \cdots & \alpha_{61} = F(l_{J_1J_2}) \\ \alpha_2 = F(l_{A_2A_3}) & \cdots & \alpha_{62} = F(l_{J_2J_3}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_6 = F(l_{A_6A_1}) & \cdots & \alpha_{66} = F(l_{H_2J_1}) \end{cases} \quad (17)$$

4 数值仿真分析

采用数值仿真软件 MATLAB, 分别对包络圆模型和形面精度分析模型进行验证, 并对肋单元夹角的变化规律进行分析。

4.1 包络圆模型验证

取参数 $R=4701 \text{ mm}$, $r=600 \text{ mm}$, 五层共 61 个包络圆的仿真模型, 如图 10 所示, 灰色半球面的半径为 R , 61 个圆的半径均为 r , 每个圆都是某个平面与球面的交线。

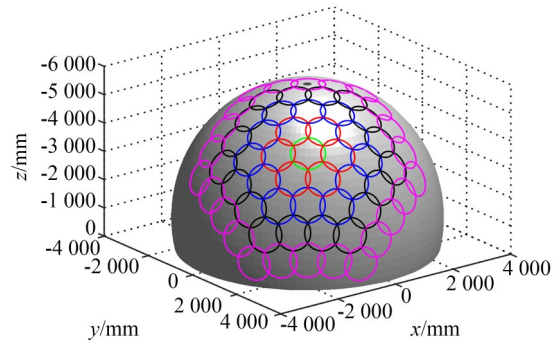


图10 包络圆模型(5层共61个包络圆)

Fig. 10 Envelope circle model (61 envelope circles in 5 layers)

由图 10 可以看出:

(1) 第一层包络圆的数量为 1, 第二层为 6, 第三层为 12, 第四层为 18, 第五层为 24。这表明每层模块的数量与层数的关系正确, 即式(1)是正确的, 也即模块的分层拓扑规律正确。

(2) 五层共 61 个包络圆与球面吻合良好。这表明式(4)和式(12)所表示的包络圆模型是正确的, 同时也表明模块的阵列拓扑规律正确。

(3) 任意相邻三个包络圆有且仅有一个交点, 前四层中每个包络圆上均有 6 个交点且交点分布较为均匀。这表明不改变肋长而仅改变肋单元夹角的结构设计思路可行, 用包络圆代表六棱柱模块的建模思路(即包络圆思想)可以准确地确定模块连接点的坐标。

4.2 形面精度分析模型验证

构成六棱柱模块化空间可展开天线支撑结构的所有肋单元尺寸相等。肋单元的主要尺寸取表 1 中的值, 肋单元夹角由式(17)确定, 参数 R 的值取 4701 mm , 参数 r 的值取 600 mm 。

表 1 肋单元主要尺寸

Tab. 1 Main dimensions of rib unit

| 杆 | 尺寸/mm |
|----------|-------|
| L_{JC} | 150 |
| L_{JI} | 50 |
| L_{IG} | 563 |
| L_{GF} | 150 |
| L_{DE} | 554 |
| L_{KP} | 86 |
| L_{PQ} | 499 |

将模块化空间可展开天线支撑结构的形面精度分析模型在 MATLAB 中用可视化的方式呈现出来,仿真结果如图 11 所示。由于模块数量较多,部分绘图细节无法全部展示,所以取第三层与第四层之间的 A 位置、第二层与第三层之间的 B 位置、第一层与第二层之间的 C 位置、第四层与第五层之间的 D 位置等 4 个位置增加局部放大图,以此来说明模块是否实现了准确连接。

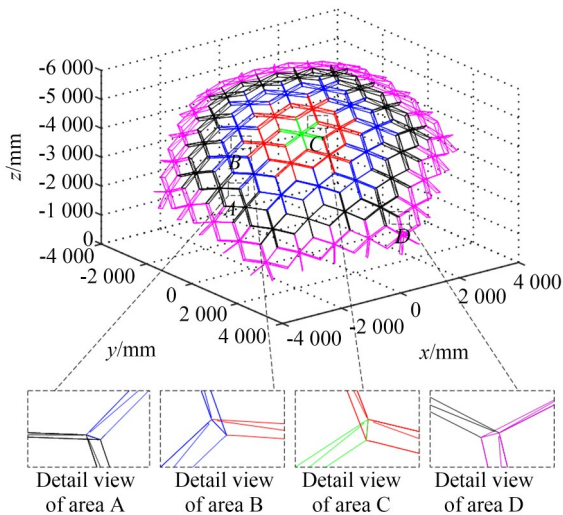


图 11 形面精度分析模型的 MATLAB 仿真结果

Fig. 11 MATLAB simulation results of surface accuracy analysis model

由图 11 可以看出:

(1)通过对图 11 中的模型整体及 4 个特征位置的局部放大图的分析,发现模块间可以实现准确连接,连接处的偏差为 0。这说明通过形面精度分析模型计算得到的模块连接点坐标和肋单元夹角是正确的。

(2)模块数量越多,整个可展开天线支撑结构的外形越像一个“大六边形”。这说明整个模块化结构满足 60° 环形阵列拓扑规律,整个模块化结构可由若干个典型模块经阵列得到。

(3)通过计算发现,随着模块数量的增加,越往外层,肋单元夹角需要调整的幅度(以 60° 为基准,下同)越大。

4.3 肋单元夹角与模型参数的关系分析

式(17)是肋单元夹角数学模型,该模型与模块连接点的坐标有关,式(14)是模块连接点坐标计算模型,该模型与参数 R, r 有关,所以肋单元夹角数学模型受参数 R, r 影响。由于模块化可展开天线的拓扑方式灵活,可通过改变模块的大小和数量来实现口径的快速缩放,所以研究参数 r 对肋单元夹角的影响规律,对于实现相同口径情况下模块大小和数量的最优配置问题具有参考意义。

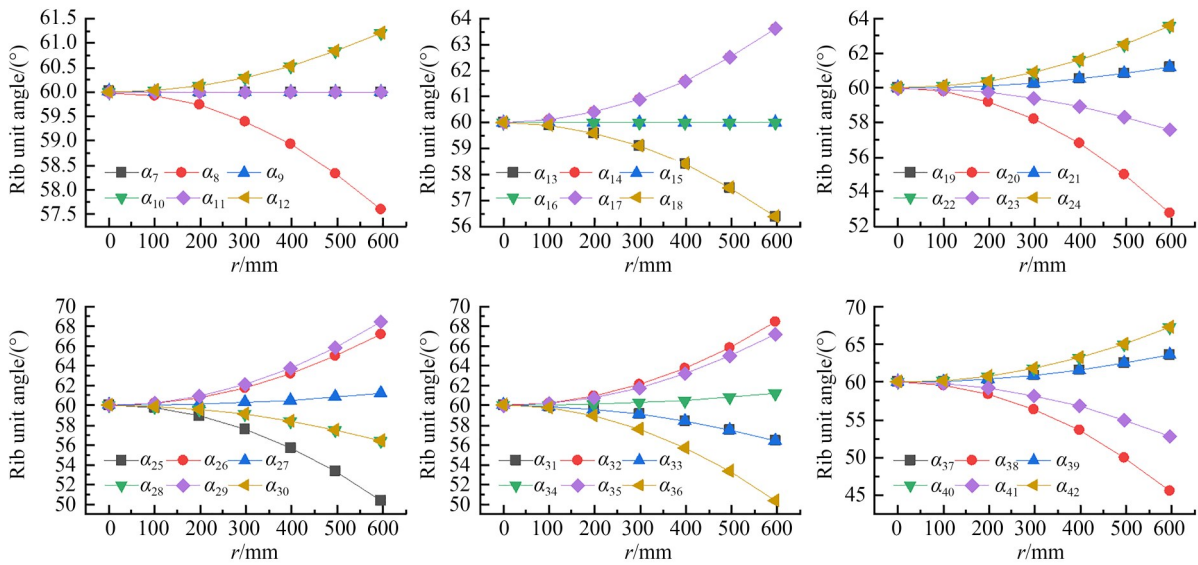
最外层模块由于部分肋单元不受约束(在图 9 中,点 $F_2, F_3, G_1, H_1, J_1, J_2$ 不受约束,故肋单元夹角 $\alpha_{59}, \alpha_{60}, \alpha_{55}, \alpha_{43}, \alpha_{48}, \alpha_{54}, \alpha_{49}, \alpha_{66}, \alpha_{61}, \alpha_{62}$ 可在一定范围内随意给定),第一层模块由于肋单元夹角 $\alpha_1 \sim \alpha_6$ 始终为 60° 而不受参数 r 的影响,所以本文仅研究参数 r 对肋单元夹角 $\alpha_7 \sim \alpha_{42}$ 的影响。令参数 r 为变量,变化范围为 $1 \sim 600$ mm,参数 R 为:4 701 mm。由肋单元夹角数学模型得到角 $\alpha_7 \sim \alpha_{42}$ 随参数 r 的变化曲线,如图 12 所示。

由图 12 可以看出:

(1)当 r 趋于 0 时,角 $\alpha_7 \sim \alpha_{42}$ 均趋于 60° ;当 r 逐渐增大时,肋单元夹角 $\alpha_8, \alpha_{23}, \alpha_{20}, \alpha_{41}, \alpha_{38}, \alpha_{13}, \alpha_{28}, \alpha_{25}, \alpha_{31}, \alpha_{18}, \alpha_{33}, \alpha_{36}, \alpha_{30}$ 随 r 增大而减小,角 $\alpha_7, \alpha_{15}, \alpha_9, \alpha_{11}, \alpha_{16}$ 的值一直为 60° ,其余 18 个角随 r 增大而增大。说明在 R 不变的情况下, r 越大,肋单元夹角需要调整的幅度越大。

(2)在 r 增大的过程中,肋单元夹角 α_{32} 和 α_{29} 是角 $\alpha_7 \sim \alpha_{42}$ 中的最大角,肋单元夹角 α_{38} 是角 $\alpha_7 \sim \alpha_{42}$ 中的最小角。说明随着 r 的变化,角 α_{38}, α_{32} 和 α_{29} 是肋单元夹角 $\alpha_7 \sim \alpha_{42}$ 中的一组极值,角 α_{38}, α_{32} 和 α_{29} 的角度可用于判断 r 的取值是否合理,若角 α_{38}, α_{32} 和 α_{29} 偏离 60° 太多,则说明 r 的取值不合适。

(3)模块 2 中,肋单元夹角 α_7, α_9 和 α_{11} 随参数 r 的变化曲线重合, α_{10} 和 α_{12} 的曲线重合;模块 3 中,

图 12 肋单元夹角与参数 r 的关系Fig. 12 The relationship between rib unit angle and the parameter r

肋单元夹角 α_{13} 和 α_{18} 的曲线重合, α_{14} 和 α_{17} 的曲线重合, α_{15} 和 α_{16} 的曲线重合; 所以模块 2 和 3 的肋单元夹角变化线图看起来只有 3 条曲线。从模块 4 开始, 曲线数逐渐增多, 说明模块数量越多, 肋单元夹角变化规律越复杂、对称关系越不明显。

5 试验验证

数字近景摄影测量是一种通过分析记录在照片上的影像, 来确定被测物体的位置、大小和形状的非接触式测量方法, 具有测量精度高、速度快、适应性好、便携性高等特点。本文采用美国 GSI 公司研制的工业数字近景摄影测量系统 V-STARS/S8 进行测量, 该系统在 10 m 范围内测量精度可以达到 0.08 mm, 被测物体尺寸从 0.5 m 到 100 m 均可测量。

采用该方法对由 7 个模块组成的模块化可展开天线支撑结构进行形面精度测量试验, 分析影响形面精度的特征点的误差。单模块样机如图 13 所示。将模块化可展开天线原理样机安装在微重力实验装置中, 试验布置如图 14 所示。以两层共 7 个模块为试验对象, 研究模块之间的连接精度。将模块与模块之间的连接点进行编号, 如图 15 所示。

选取了 12 个模块连接点和 7 个模块中心点,

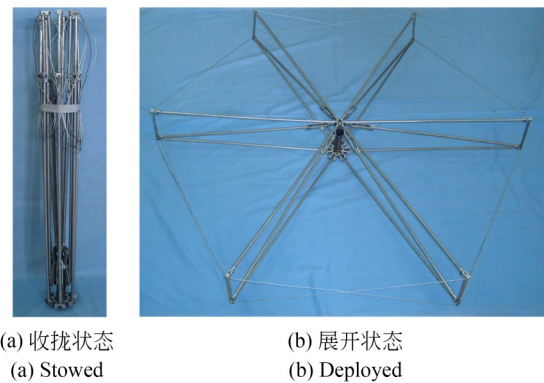
(a) 收拢状态
(a) Stowed(b) 展开状态
(b) Deployed

图 13 单模块样机

Fig. 13 Prototype of single module



图 14 形面精度测量试验布置

Fig. 14 Test layout of surface accuracy measurement

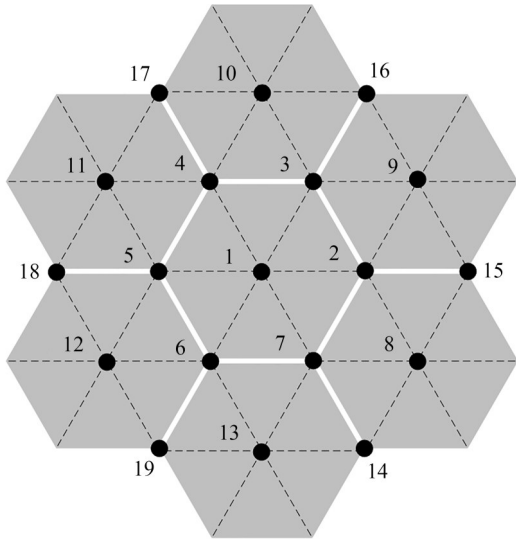


图 15 特征点编号

Fig. 15 Feature point number

共 19 个特征点。通过摄影测量的方式测量图 15 中 19 个特征点的坐标,共开展 10 次试验,并取测量值的平均值。特征点坐标的理论值可通过第 3 小节计算得到,将 19 个特征点坐标的理论值与测量值通过可视化的方式呈现出来,如图 16 所示。由图 16 可以看出,19 个特征点的实测值与理论值从宏观角度观察,其吻合度较高。

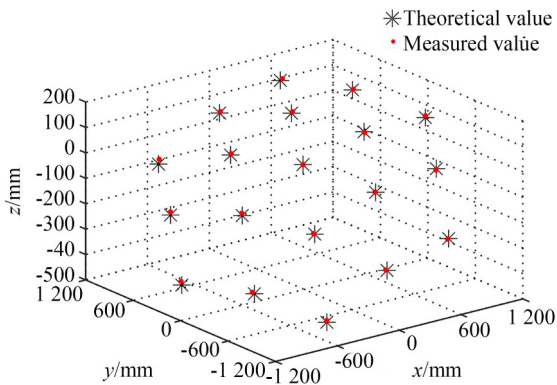


图 16 特征点测量值与理论值对比

Fig. 16 Comparison of measured and theoretical values

进一步分析,特征点坐标的实测值与理论值间的距离为特征点的绝对误差,实测坐标到原点的距离相对于理论坐标到原点的距离为特征点的相对误差,特征点的绝对误差和相对误差分别如图 17(a)和 17(b)所示,绝对误差和相对误差的频率分布直方图分别如图 17(c)和 17(d)所示。

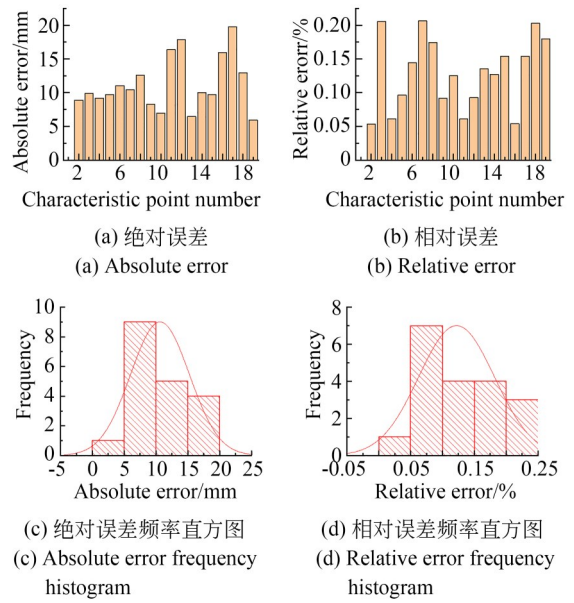


图 17 特征点的误差分布

Fig. 17 Error distribution of feature points frequency histogram frequency histogram

由图 17(a)和 17(b)可以看出,点 17 的绝对误差最大,点 3 的相对误差最大。通过分析发现点 17 处于支撑结构的最外层,由于运动链较长,构件间连接后产生了积累误差;点 3 的相对误差最大,其可能原因是由于该点离中心模块的距离较近,相对误差对这个距离参数比较敏感,一个较小的绝对误差增量都可能引起相对误差较大的变化。由图 17(c)和 17(d)可以看出,绝对误差主要分布在 5~10 mm,共包含 9 个点;相对误差主要分布在 0.05%~0.1%,共包含 7 个点,表明误差值是普遍偏小的。本文被测试对象的模块化可展开天线原理样机其展开尺寸约为 3 m×3 m,测量系统的误差约占绝对误差的 0.4%~1.6%,由此可见测量系统的误差对结果影响较小,可以忽略。

将特征点的理论值和测量值代入式(15)~(17),可计算出肋单元夹角的理论值和测量值,测量值与理论值之差的绝对值为肋单元夹角的绝对误差。由于第一层模块中肋单元间的夹角均为 60°,故取第二层模块中受结构约束的肋单元夹角进行分析,即图 9 中角 α_{10} (因 $\alpha_{10}=\alpha_{12}$,选择其一即可),研究第二层中 6 个 α_{10} 的绝对误差。如图 18 所示。

由图 18 可以看出,肋单元夹角绝对误差的最

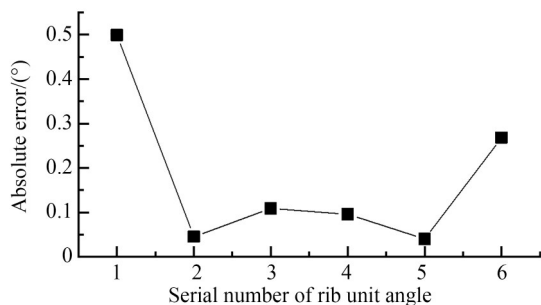


图 18 肋单元夹角的绝对误差

Fig. 18 Absolute error of rib unit angle

大值为 0.5° , 其余多分布在 $0.05^\circ \sim 0.1^\circ$ 之间, 误差较小。在样机的装配过程中, 该误差值可通过杆件的弹性变形进行补偿。

由以上分析可见, 在加工误差、安装误差等因素的影响下, 特征点的测量值与理论值偏差较小, 支撑结构展开后具有较高的精度, 表明所提出的模型是正确的。

6 结 论

本文提出一种超多模块六棱柱模块化空间

可展开天线支撑结构形面精度分析模型, 采用数值仿真软件对模型进行了仿真分析, 并开展了支撑结构特征点空间坐标测量试验。通过研究, 得到如下主要结论:

(1) 六棱柱模块的拓扑变换具有较强的规律性, 模块化可展开天线支撑结构可由若干个典型六棱柱模块经环形阵列形成。

(2) 数值仿真模型表明, 依据所建立的形面精度分析模型可以实现各模块间的准确连接, 并能够求解出形面精度分析用连接点的空间坐标。

(3) 肋单元夹角是影响支撑结构连接精度的一个重要参数, 主要受拓扑层数 i 、拟合球半径 R 和包络圆半径 r 的影响。当参数 $R=4701\text{ mm}$ 、 $r=600\text{ mm}$ 、 $i=4$ 时, 肋单元夹角的最大值和最小值分别为: 68.57° 和 45.35° , 改变这 3 个参数的配置, 可让夹角的最值更趋于 60° 。

(4) 特征点的测量值与理论值偏差较小, 绝对误差主要分布在 $5 \sim 10\text{ mm}$ 之间, 相对误差主要分布在 $0.05\% \sim 0.1\%$ 之间, 支撑结构具有较高的展开精度, 该模型可为超多模块可展开天线形面精度的研究提供理论参考。

参考文献:

- [1] 刘荣强, 史创, 郭宏伟, 等. 空间可展开天线机构研究与展望[J]. 机械工程学报, 2020, 56(5): 1-12.
LIU R Q, SHI CH, GUO H W, et al. Review of space deployable antenna mechanisms [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(5): 1-12. (in Chinese)
- [2] LEE N, BACKES P, BURDICK J, et al. Architecture for in-space robotic assembly of a modular space telescope [J]. *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 2016, 2(4): 041207.
- [3] 杨慧, 范硕硕, 刘荣强. 光学薄膜折展机构单元胞豆荚蜂窝杆优化[J]. 光学精密工程, 2020, 28(10): 2244-2251.
YANG H, FAN SH SH, LIU R Q. Optimization of single lenticular honeycomb boom for optical film deployable mechanism [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(10): 2244-2251. (in Chinese)
- [4] LI W J, CHENG D Y, LIU X G, et al. On-orbit

service (OOS) of spacecraft: a review of engineering developments [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2019, 108: 32-120.

- [5] 王建东, 郭宏伟, 刘荣强, 等. 可展开固体反射面机构设计及运动学分析 [J]. 光学精密工程, 2018, 26(12): 2940-2948.

WANG J D, GUO H W, LIU R Q, et al. Mechanism design and kinematic analysis of deployable solid reflector mechanism [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(12): 2940-2948. (in Chinese)

- [6] 王攻羽, 田大鹏, 郭立红. 面向机载光电平台的串联球面机构运动学建模与验模 [J]. 光学精密工程, 2020, 28(8): 1725-1732.

WANG M Y, TIAN D P, GUO L H. Kinematics modeling and model validation of series spherical mechanism for photoelectric platform [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(8): 1725-1732. (in Chinese)

- [7] MORTEROLLE S, MAURIN B, QUIRANT J, et al. Numerical form-finding of geotensoid tension truss for mesh reflector [J]. *Acta Astronautica*,

- 2012, 76: 154-163.
- [8] YANG G G, YANG D W, ZHANG Y Q, *et al.* Form-finding design of cable-mesh reflector antennas with minimal length configuration [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 63: 9-17.
- [9] LIU R W, GUO H W, LIU R Q, *et al.* Shape accuracy optimization for cable-rib tension deployable antenna structure with tensioned cables[J]. *Acta Astronautica*, 2017, 140: 66-77.
- [10] AGRAWAL P, ANDERSON M, CARD M. Preliminary design of large reflectors with flat facets [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1981, 29(4): 688-694.
- [11] 杨东武, 尤国强, 保宏. 抛物面索网天线的最佳型面设计方法[J]. *机械工程学报*, 2011, 47(19): 123-128.
YANG D W, YOU G Q, BAO H. Best geometry design method for paraboloid reflectors of mesh antenna [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(19): 123-128. (in Chinese)
- [12] 范叶森, 李团结, 马小飞, 等. 一种等张力空间索网结构找形方法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2015, 42(1): 49-55.
FAN Y S, LI T J, MA X F, *et al.* Form-finding method of equal tension cable networks for space mesh antennas[J]. *Journal of Xidian University*, 2015, 42(1): 49-55. (in Chinese)
- [13] 杨癸庚, 杨东武, 杜敬利, 等. 一种基于力密度的网状可展开天线索网结构初始形态设计方法[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(11): 34-41.
YANG G G, YANG D W, DU J L, *et al.* Method for deployable mesh antenna cable network structures' form-finding design based on force density[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(11): 34-41. (in Chinese)
- [14] 李团结, 杨丽, 李洋, 等. 绳索-金属丝网组合结构力热匹配设计[J]. *西安电子科技大学学报*, 2018, 45(2): 48-53.
LI T J, YANG L, LI Y, *et al.* Mechanical-thermal matching design for the rope-wire mesh composite structure[J]. *Journal of Xidian University*, 2018, 45(2): 48-53. (in Chinese)
- [15] MEGURO A, SHINTATE K, USUI M, *et al.* In-orbit deployment characteristics of large deployable antenna reflector onboard Engineering Test Satellite VIII[J]. *Acta Astronautica*, 2009, 65(9/10): 1306-1316.
- [16] TIBERT G. *Deployable Tensegrity Structures for Space Applications* [D]. Stockholm, Sweden: Royal Institute of Technology Department of Mechanics, 2002.
- [17] MITSUGI J, YASAKA T. Deployable modular mesh antenna and its surface adjustment[J]. *International Journal of Space Structures*, 1993, 8(1/2): 53-61.
- [18] 刘兆晶. 模块化可展开抛物面天线支撑机构设计与研制[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.
LIU ZH J. *Design and Manufacture of Supporting Structure for Modular Deployable Parabolic Antenna* [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011. (in Chinese)
- [19] 田大可, 刘荣强, 邓宗全, 等. 构架式可展开天线工作表面母线拟合方法[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2010, 31(9): 1240-1247.
TIAN D K, LIU R Q, DENG Z Q, *et al.* Fitting method of working surface generatrix for deployable truss antennas [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2010, 31(9): 1240-1247. (in Chinese)

作者简介:



田大可(1981—),男,辽宁西丰人,博士,副教授,硕士生导师,2004年于武汉理工大学获得学士学位,2007年于东北大学获得硕士学位,2011年于哈尔滨工业大学获得博士学位,主要研究方向为宇航空间折展机构创新设计、航空发动机总体结构。Email: tiandake@sjzu.edu.cn



金路(1982—),女,辽宁鞍山人,博士,副教授,硕士生导师,2004年、2006年、2011年于哈尔滨工业大学分别获得学士、硕士、博士学位,主要研究方向为宇航空间可展开结构动力学、钢结构分析与设计方法。Email: jinlu@sjzu.edu.cn