

文章编号 1004-924X(2014)10-2747-10

基于 α 阶逆系统的两自由度主被动 磁悬浮转子解耦控制

崔培玲^{1,2*}, 潘智平^{1,2}, 李海涛^{1,2}

- (1. 北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191;
2. 北京航空航天大学 惯性技术国家级重点实验室, 北京 100191)

摘要:针对主被动磁悬浮控制力矩陀螺(CMG)磁轴承两径向平动自由度之间存在较强耦合的问题,提出采用 α 阶逆系统方法对主被动磁轴承系统进行解耦控制。首先,根据主被动磁轴承的结构特点,建立了主被动磁悬浮转子径向通道平动力模型以及动力学模型;利用上述模型分析了两径向自由度之间的耦合特性,并对系统进行可逆性分析,得到了原磁轴承系统的 α 阶逆系统模型。然后,将原系统与 α 阶逆系统组合得到二阶积分线性系统,利用最优控制器实现闭环控制。最后,对本文方法进行了仿真及实验。结果表明,当 x 向有 $40 \mu\text{m}$ 位移阶跃和 $18 \mu\text{m}$ 幅值的正弦干扰时,利用本文方法可将 y 向位移跳动控制在 PID 控制方法的 13.6% 和 17.9%,实现了主被动磁悬浮转子两径向平动通道之间的解耦控制。

关键词:主被动磁悬浮转子,磁悬浮控制力矩陀螺,逆系统,解耦控制

中图分类号:TP275;V448 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20142210.2747

Decoupling control of 2-DOF passive and active hybrid magnetically suspended rotor based on α -order inverse system

CUI Pei-ling^{1,2*}, PAN Zhi-ping^{1,2}, LI Hai-tao^{1,2}

- (1. School of Instrumentation Science and Optoelectronics Engineering,
Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Science and Technology on Inertial Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China)

* Corresponding author, E-mail: peilingcui@buaa.edu.cn

Abstract: As the Passive and Active Hybrid Magnetic Bearing (PAHMB) in a Magnetic Suspended Control Moment Gyroscope (MSCMG) has the dynamic model coupling between the two radial degrees of freedom (DOF), this paper proposes an α -order inverse system method to perform the decoupling control. A radial channel magnetic force model and a dynamic model for the PAHMB magnetic bearing were established based on the structure characteristics of the hybrid magnetic bear. Then, the model was used to analyze the coupling characteristic between the two radial degrees of freedom. In order to obtain the inverse system model of the PAHMB system, the reversibility of the original sys-

收稿日期:2013-11-24;修订日期:2014-02-20.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 61203112);国家民用航天预研资金资助项目

tem was analyzed. The optimal controller was designed to stabilize the new 2-order integral system by consisting of the original system and the inverse system. Experimental results show that when the x -axis is influenced by $40\ \mu\text{m}$ stepping and $18\ \mu\text{m}$ sine wave, the y -axis displacement with decoupling method will be controlled 13.6% and 7.9% that with PID method. These results demonstrate the effectiveness of the method above in decoupling control of the PAHMB.

Key words: passive and active magnetically suspended rotor; magnetic suspended control moment gyroscope; inverse system; decoupling control

1 引言

控制力矩陀螺(Control Moment Gyroscope, CMG)具有连续输出大力矩、不消耗工质等特点,是航天器姿态控制的主要执行机构。其采用角动量交换的方式来实现航天器的姿态控制,角动量由内部一个大惯量的高速转子提供。目前,高速转子的支撑方式仍是人们关注的研究课题。磁悬浮轴承具有无接触、无摩擦、无需润滑、微振动、长寿命等突出优点^[1],是 CMG 高速转子的理想支撑方式。根据磁悬浮转子各自由度能否主动控制,磁悬浮 CMG 又可分为全主动磁悬浮 CMG 和主被动磁悬浮 CMG。相对于全主动磁悬浮 CMG,主被动磁悬浮 CMG 转子在某个或某几个自由度上采用被动磁轴承支撑悬浮。

现今,解耦控制已有一些研究成果^[2-9]。在磁轴承解耦控制方面,文献[5]针对 5 自由度交流主动磁轴承支承的电主轴系统,采用动态递归模糊神经网络加积分器来构造被控对象的模糊神经网络逆,实现了解耦控制。文献[6]针对 3 自由度混合磁轴承提出一种基于最小二乘支持向量机的逆模辨识和解耦控制方法,其利用支持向量机的拟合能力,离线建立初始逆模型,并根据系统输入与模型输出的偏差信息,对初始逆模型进行在线校正,该方法能够克服非线性建模误差。但以上这些方法都较为复杂和抽象,不易工程实现。

α 阶逆系统方法是根据对象的模型生成一种可用反馈方法实现原系统的“ α 阶积分逆系统”的方法,易于工程实现。近来已有关于将 α 阶逆系统方法应用在磁轴承控制上的研究。文献[7]针对全主动五自由度磁轴承系统采用 α 阶逆系统方法实现各自自由度的解耦,并根据时间乘以误差绝对值的积分最小原则设计各自由度闭环控制器,具有较好的动态和稳态性能。文献[8]针对 5 自

由度交流混合磁轴承首先采用逆系统方法实现了解耦,然后设计带微分限制和积分分离的 PID 控制器,实现了磁轴承的稳定控制。文献[9]将 α 阶逆系统方法应用于单框架磁悬浮 CMG 控制以抑制陀螺效应对磁轴承产生的影响,并结合内模控制,实现了磁悬浮转子的稳定控制。已有的研究主要有 3 个缺点:①所针对的是全主动磁轴承的控制,没有针对主被动磁轴承的分析和控制;②电磁力表达式采用的是线性形式,未分析电磁力的非线性特点,使得电磁力模型不准确;③有些文献将功放模型作为比例环节来考虑,忽略了磁轴承线圈电感的影响,从而造成功放模型误差,给磁悬浮转子的控制精度带来影响。

本文针对 2 自由度主被动磁悬浮轴承的特点,采用非线性电磁力模型并考虑磁轴承线圈电感的影响,将功放环节作为一阶惯性环节,应用 α 阶逆系统方法进行主被动磁悬浮转子的解耦控制;并针对解耦后的系统采用最优控制法设计闭环控制器。文中对提出的方法进行了仿真及实验,验证了该方法针对主被动磁轴承径向平动两通道的解耦性能。

2 主被动磁轴承系统动力学建模

2.1 径向通道磁力模型

2 自由度主被动磁悬浮 CMG 采用主被动磁轴承悬浮支撑高速转子,主被动磁悬浮 CMG 转子如图 1 所示。主被动磁轴承在两径向平动自由度上主动可控,采用永磁偏置混合主动磁轴承悬浮;在轴向和两径向扭转 3 个自由度上被动不可控,采用永磁被动磁轴承悬浮。主动磁轴承为永磁偏置混合磁轴承,永磁体提供等效偏置电流,线圈电流为控制电流。被动磁轴承由分别固定在转子和定子上的永磁环组成,上下各有一组,沿轴向(Z 向)充磁。

全主动磁悬浮转子^[10]的径向位移相对磁间隙很小,即转子在平衡点附近跳动,且跳动量很小。此时对非线性电磁力模型采用近似线性化方法处理,即在平衡点泰勒展开并舍去二阶及以上小量。但是在转子大范围跳变、铁芯磁饱和(强电流)或线圈电流很小的情况下,这种线性化后得到的电磁力模型不准确。对于两自由度主被动磁轴承,由于轴向平动以及两径向扭动不可控,当存在较大平动扰动或当框架转动时,磁悬浮转子在径向平动上产生位移跳变较全主动的大,已有的近似线性化模型已不再适用。这里采用非线性电磁力模型,并针对此非线性模型采用逆系统的方法研究径向平动通道间的非线性解耦问题。

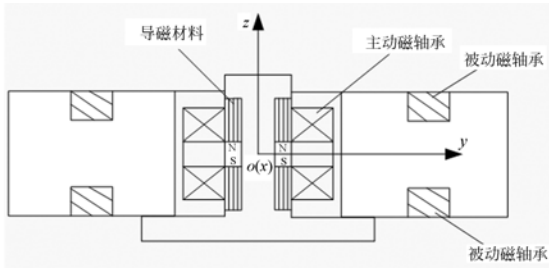


图 1 主被动磁悬浮 CMG 转子示意图

Fig. 1 Sketch map of rotor of magnetically suspended CMG with active-passive magnetic bearing

根据牛顿第二定律,主被动磁悬浮转子平动动力学方程为:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = f_x \\ m\ddot{y} = f_y \end{cases}, \quad (1)$$

其中: x, y 分别表示两个径向通道转子位移; m 表示转子质量; \ddot{x}, \ddot{y} 分别表示转子位移加速度; f_x, f_y 分别表示两个径向通道混合磁轴承的总磁力。

f_x, f_y 由主动磁力和被动磁力构成:

$$\begin{cases} f_x = f_{e,x} + f_{p,x} \\ f_y = f_{e,y} + f_{p,y} \end{cases}, \quad (2)$$

其中: $f_{e,x}, f_{e,y}$ 为两径向主动磁力,由永磁偏置混合磁轴承产生,即包含永磁力和电磁力; $f_{p,x}, f_{p,y}$ 为被动磁轴承产生的径向平动力在 x, y 方向上的分量,只包含被动磁轴承产生的永磁力。

根据磁路分析法,得到主被动磁轴承径向主动磁力的非线性表达式^[11]。忽略了相对很小的控制电流二次项,保留一次项,将其表示成如下形式:

$$\begin{cases} f_{e,x} = k_{ix} \cdot i_x + k_{iy} \cdot i_y + k_x \cdot x \\ f_{e,y} = k_{iy} \cdot i_y + k_{ix} \cdot i_x + k_y \cdot y \end{cases}, \quad (3)$$

其中: k_{ix} 是 x 向的电流刚度, k_x 是 x 向的位移刚度, k_{iy} 是 x 向磁力关于 y 向电流 i_y 的耦合刚度。 k_{iy} 是 y 向的电流刚度, k_y 是 y 向的位移刚度, k_{ix} 是 y 向磁力关于 x 向电流 i_x 的耦合刚度。 k_{ix}, k_x, k_{iy} 为关于 x, y 的非线性表达式:

$$\begin{cases} k_{ix} = \frac{4NF_{pm}G_{pm}(X_0^2 - y^2)(2X_0^2 + x^2 - y^2)}{X_0(2X_0^2 - x^2 - y^2)^2} \\ k_{iy} = \frac{-8NF_{pm}G_{pm}xy(X_0^2 - y^2)}{X_0(2X_0^2 - x^2 - y^2)^2} \\ k_x = \frac{(F_{pm}G_{pm})^2(X_0^2 - y^2)^2}{\mu_0 AX_0(2X_0^2 - x^2 - y^2)^2} \end{cases}, \quad (4)$$

k_{iy}, k_y, k_{ix} 也是关于 x, y 的非线性表达式:

$$\begin{cases} k_{iy} = \frac{4NF_{pm}G_{pm}(X_0^2 - x^2)(2X_0^2 + y^2 - x^2)}{X_0(2X_0^2 - x^2 - y^2)^2} \\ k_{ix} = \frac{-8NF_{pm}G_{pm}xy(X_0^2 - x^2)}{X_0(2X_0^2 - x^2 - y^2)^2} \\ k_y = \frac{(F_{pm}G_{pm})^2(X_0^2 - x^2)^2}{\mu_0 AX_0(2X_0^2 - x^2 - y^2)^2} \end{cases}, \quad (5)$$

其中: N 为磁轴承线圈匝数; $F_{pm} = H_c h_{pm}$ 为永磁体的磁动势, H_c 为永磁体的矫顽力, h_{pm} 为永磁体磁化方向长度; $G_{pm} = \mu_0 \mu_r A_{pm} / h_{pm}$ 为永磁体的磁导, A_{pm} 为永磁体的供磁面积, μ_0 为空气磁导率, μ_r 为永磁体相对磁导率; X_0 为单边磁间隙; A 为单个定子铁芯极弧面积。

式(3)表明, x 方向上的主动磁力不仅和转子在 x 方向上的位移、控制电流有关,还和 y 方向上的控制电流有关, y 方向的主动磁力也是如此。这就是两径向平动通道之间的耦合关系。由式(4)、(5)可知,各系数为关于位移量的非线性表达式,因此这种耦合具有非线性形式。同时,可以看出除了平衡点 ($x=0, y=0$) 以外,在任何点径向两自由度之间的这种非线性耦合关系都存在。由于磁不对称导致磁中心和几何中心不重合,加上对于主被动磁轴承转子位移跳动量大,所以磁力的非线性更明显,耦合也更强,这些降低了磁悬浮转子的控制精度,增加了磁轴承控制的难度。

被动磁轴承产生的径向平动力:

$$\begin{cases} f_{p,x} = k_{pr} \cdot x \\ f_{p,y} = k_{pr} \cdot y \end{cases}, \quad (6)$$

其中: k_{pr} 为被动磁轴承径向力位移刚度。

2.2 功放模型

大部分文献将功放看作比例环节,但是考虑磁轴承线圈的电感 L ,则磁轴承线圈为一阶惯性环节,输出电流在跟踪迅速变化的信号时会发生信号失真。为了使得线圈实际电流尽量无失真地跟踪设计电流,这里加入了电流环,即在控制回路中加入比例负反馈环节,它相当于在电流闭环控制系统中加入了一个超前校正环节,提高了功放环节的带宽。加入比例反馈环节的电流环如图 2 所示。

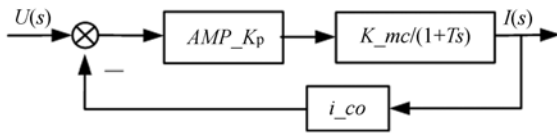


图 2 功放模型框图

Fig. 2 Framework of power amplifier model

图 2 中, $U(s)$ 为电压输入, AMP_K_p 为电流环的比例环节, i_co 为电流负反馈的比例增益, $K_mc/(1+Ts)$ 为功放线圈的传递函数,其中, $K_mc = \frac{1}{R}$, $T = \frac{L}{R}$, R 为磁轴承线圈电阻, L 为磁轴承线圈电感。

功放模型的传递函数为:

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{AMP_K_p \cdot K_mc}{1 + AMP_K_p \cdot K_mc \cdot i_co + Ts} = \frac{K_G}{1 + T_{AMP}s}, \quad (7)$$

其中:

$$T_{AMP} = \frac{T}{1 + AMP_K_p \cdot K_mc \cdot i_co}$$

$$K_G = \frac{AMP_K_p \cdot K_mc}{1 + AMP_K_p \cdot K_mc \cdot i_co}$$

对于上述功放环节构成的一阶系统, T_{AMP} 反映了系统的惯性。一阶系统的惯性越小,其响应过程越快;反之惯性越大,响应越慢。可以通过增大 AMP_K_p 和 i_co 来提高磁轴承功放的响应速度。

$$\ddot{\mathbf{Y}} = [\ddot{x} \quad \ddot{y}]^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} [k_{ix} \cdot (K_G u_x - T_{AMP} \dot{x}_3) + k_{iy} \cdot (K_G u_y - T_{AMP} \dot{x}_6) + k_x \cdot x_1 + k_{pr} \cdot x_1] \\ \frac{1}{m} [k_{iy} \cdot (K_G u_y - T_{AMP} \dot{x}_6) + k_{yx} \cdot (K_G u_x - T_{AMP} \dot{x}_3) + k_y \cdot x_4 + k_{pr} \cdot x_4] \end{bmatrix}, \quad (11)$$

计算雅克比矩阵:

将式(7)写成微分方程形式可得:

$$\dot{i} = \frac{K_G u - i}{T_{AMP}}. \quad (8)$$

2.3 主被动磁悬浮转子径向平动通道动力学模型

综上,以线圈电压 u_x 、 u_y 为输入,转子位移 x 、 y 为输出,得到主被动磁悬浮转子径向平动通道状态方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{m} (k_{ix} \cdot x_3 + k_{iy} \cdot x_6 + k_x \cdot x_1 + k_{pr} \cdot x_1) \\ \dot{x}_3 = \frac{K_G u_x - x_3}{T_{AMP}} \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{m} (k_{iy} \cdot x_6 + k_{yx} \cdot x_3 + k_y \cdot x_4 + k_{pr} \cdot x_4) \\ \dot{x}_6 = \frac{K_G u_y - x_6}{T_{AMP}} \end{cases}, \quad (9)$$

其中:

$$\mathbf{X} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6]^T = [x \quad \dot{x} \quad i_x \quad y \quad \dot{y} \quad i_y]^T$$

为系统的状态向量。

输出方程为:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X}, \quad (10)$$

$$\text{其中: } \mathbf{Y} = [x \quad y]^T, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

由式(9)进一步看出主被动磁悬浮转子在两径向平动通道 x 、 y 上的平动运动相互耦合。为了实现对主被动磁悬浮转子的高精度控制,首先需要实现 x 、 y 通道上转子平动运动的解耦。

3 基于 α 阶逆系统的主被动磁悬浮转子解耦控制

利用 α 阶逆系统方法实现解耦控制,首先需要判断系统是否可逆。计算 $\mathbf{Y} = [x \quad y]^T$ 关于时间的导数,直至导数中显含 $\mathbf{U} = [u_x \quad u_y]^T$ 为止。由式(9)可得:

$$\frac{\partial \ddot{\mathbf{Y}}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} k_{xi,x} \cdot K_G & \frac{1}{m} k_{xi,y} \cdot K_G \\ \frac{1}{m} k_{yi,x} \cdot K_G & \frac{1}{m} k_{yi,y} \cdot K_G \end{bmatrix}, \quad (12)$$

因为 $k_{xi,x}$ 、 $k_{xi,y}$ 、 $k_{yi,x}$ 、 $k_{yi,y}$ 、 K_G 不为 0,所以 $\text{rank}(\frac{\partial \ddot{\mathbf{Y}}}{\partial \mathbf{U}}) = 2$, $\frac{\partial \ddot{\mathbf{Y}}}{\partial \mathbf{U}}$ 非奇异;系统相对阶数 $\alpha(\alpha_1, \alpha_2) =$

$(2, 2)$, $\sum_{i=1}^2 \alpha_i = 2 + 2 = 4$, 又系统的状态方程为 6 阶, $\sum_{i=1}^2 \alpha_i < 6$, 满足系统可逆条件,因此系统可逆。

令 $\Phi = \ddot{\mathbf{Y}} = [\ddot{x} \quad \ddot{y}]^T = [\phi_1 \quad \phi_2]^T$, 由式(11):

$$\begin{cases} u_x = \frac{(m(k_{yi,y}\phi_1 - k_{xi,y}\phi_2) - k_{yi,y}(k_x + k_{pr})) \cdot x_1 + k_{xi,y}(k_y + k_{pr}) \cdot x_4 + (k_{xi,x}k_{yi,y} - k_{yi,x}k_{xi,y}) \cdot T_{AMP} \dot{x}_3}{(k_{xi,x}k_{yi,y} - k_{yi,x}k_{xi,y}) \cdot K_G} \\ u_y = \frac{(m(k_{xi,x}\phi_2 - k_{yi,x}\phi_1) - k_{xi,x}(k_y + k_{pr})) \cdot x_4 + k_{yi,x}(k_x + k_{pr}) \cdot x_1 + (k_{xi,x}k_{yi,y} - k_{yi,x}k_{xi,y}) \cdot T_{AMP} \dot{x}_6}{(k_{xi,x}k_{yi,y} - k_{yi,x}k_{xi,y}) \cdot K_G} \end{cases} \quad (13)$$

式(13)即主被动磁悬浮转子径向平动通道逆模型。式(13)可表示为 $\mathbf{U} = \mathbf{L}\Phi - \mathbf{F}\mathbf{X}$, 其中 \mathbf{L} 为输入变换矩阵, Φ 为输入控制变量, \mathbf{F} 为状态反馈矩阵, \mathbf{X} 为状态变量。原系统加上式(13)所示的 α 阶逆系统,得到新系统,其传递函数矩阵为:

$$\mathbf{G}(s) = \text{diag}\left(\frac{1}{s^2} \quad \frac{1}{s^2}\right). \quad (14)$$

从传递函数矩阵 $\mathbf{G}(s)$ 中可以看出新系统为二阶线性系统,同时 $\mathbf{G}(s)$ 为对角阵,表明 x 、 y 两径向平动通道间实现了解耦。主被动磁悬浮转子径向平动通道解耦框图如图 3 所示。

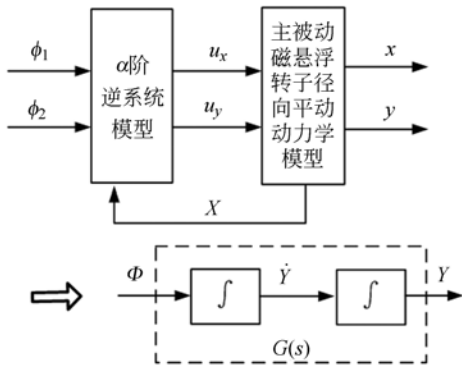


图 3 主被动磁悬浮转子径向平动通道解耦框图

Fig. 3 Decoupling control framework of passive and active hybrid magnetic bearing model

针对解耦之后的新系统,以 $\Phi = [\phi_1 \quad \phi_2]^T$ 为输入, $\mathbf{Y} = [x \quad y]^T$ 为输出,选择状态变量 $\tilde{\mathbf{X}} = [x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y}]^T$, 得到解耦后系统的状态空间方程为:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{X}}} = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{X}} + \tilde{\mathbf{B}}\Phi \\ \mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{X}} \end{cases}, \quad (15)$$

其中, $\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & \mathbf{O}_{2 \times 2} & \\ & & 0 & 1 \\ \mathbf{O}_{2 \times 2} & & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 。显然,式(15)描述的二阶线性系统可控可观。

4 最优控制器设计

对于磁轴承控制,其控制目标不仅对稳态性能有要求,即磁悬浮转子在平衡位置附近的位移误差以及速度误差要满足一定的要求;还对其动态性能也有较严格的要求,否则动态过程中转子有可能发生失稳。再者,考虑主被动磁悬浮控制力矩陀螺的航天应用特点,能提供给磁轴承的控制电流有限,因此必须对控制输入进行约束。综上,本文采用了线性二次型性能指标^[12]的状态反馈最优控制器。主被动磁轴承系统闭环控制如图 4 所示。

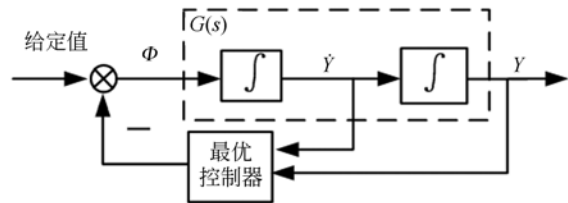


图 4 主被动磁轴承系统闭环控制框图

Fig. 4 Closed loop framework of passive and active hybrid magnetic bearing control system

针对状态空间方程(15)的线性二次型性能指标为:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\tilde{\mathbf{X}}^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{X}} + \Phi^T \mathbf{R} \Phi) dt, \quad (16)$$

式中： \mathbf{Q} 为半正定对称矩阵， \mathbf{R} 为正定对称矩阵。性能指标 J 中第一项是对过程的要求，要求整个控制期间的实际状态分量越小越好，但每一个分量不一定同等重要，所以用加权阵 \mathbf{Q} 来调整；第二项是对控制输入的要求，即在整个控制过程中，能量消耗最小，同样对每个分量用加权阵 \mathbf{R} 来约束。由式(1)可知， $\Phi = [\phi_1 \ \phi_2]^T = [\ddot{x} \ \ddot{y}]^T$ 与磁力之间存在比例关系，磁力越小，所消耗能量越小，所以对控制输入的要求可以等价对 Φ 的约束。

最优控制问题就是确定使得性能指标 J 最小时的控制律 Φ 。磁轴承系统(15)满足能控条件，由最优控制理论^[13]，使式取最小值的 Φ 存在唯一解：

$$\Phi = -\mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{X}}, \quad (17)$$

式中： $\tilde{\mathbf{P}}$ 矩阵满足代数 Riccati 方程：

$$\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} - \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{P}} + \mathbf{Q} = 0, \quad (18)$$

令矩阵 $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{P}}$ ，则式(17)可以写为：

$$\Phi = -\mathbf{K} \tilde{\mathbf{X}}. \quad (19)$$

求解最优控制问题即是求解反馈矩阵 \mathbf{K} ，即求解满足 Riccati 方程(18)的矩阵 $\tilde{\mathbf{P}}$ 。为此，需要选择合适的 \mathbf{Q} 阵和 \mathbf{R} 阵。 \mathbf{R} 阵对应控制分量的权重，对于主被动磁轴承而言，两主动径向平动、通道同样重要，因此将 \mathbf{R} 阵选为单位阵。 \mathbf{Q} 阵对应状态分量的权重，由于状态分量由位移和速度组成，将 \mathbf{Q} 阵选为对角阵 $\mathbf{Q} = \text{diag}(r_1 \ r_2 \ r_1 \ r_2)$ 。

r_1 的选取原则是使得位移项生成的目标量与由控制量生成的目标量相当^[14]。 Φ 具有磁力的量纲，若磁轴承位移刚度为 $0.9 \text{ N}/\mu\text{m}$ ，则 r_1 应有 $0.9 \times 10^6 \times 0.9 \times 10^6 = 0.81 \times 10^{12}$ 的量级。如果要实现强阻尼，则 r_2 的选取原则也是要使由速度项生成的目标量与由控制量生成的相当，但要考虑系统带宽对阻尼的影响。

5 仿真研究与实验验证

为了验证控制方法的有效性，进行了仿真研究和实验验证。实验利用的是北京航空航天大学研制的磁悬浮 CMG，磁轴承控制系统采用 DSP + FPGA 为核心的数字控制系统^[15,16]。实验系

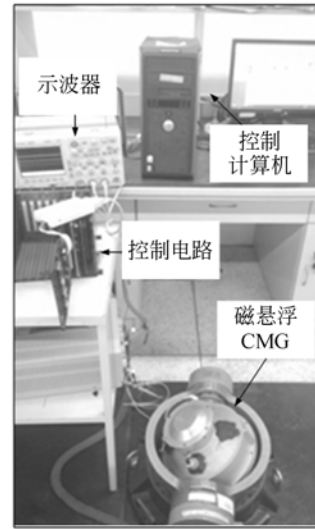


图 5 磁悬浮 CMG 实验系统

Fig. 5 Experimental system of the magnetically suspended CMG

统如图 5 所示。磁轴承电磁参数如表 1 所示。矩阵 $\mathbf{Q} = \text{diag}(8 \times 10^{11}, 3 \times 10^7, 8 \times 10^{11}, 3 \times 10^7)$ 。磁轴承线圈电阻 R 为 $10.7 \ \Omega$ ，磁轴承线圈电感 L 为 22.3 mH 。电流环的比例系数 $\text{AMP_KP} = 2.5$ ，反馈系数 $i_{co} = 10$ 。为验证解耦控制的性能，将其与 PID 控制效果对比。PID 控制是针对位移传感器检测到的位移量，采用比例积分微分控制得出数字量，输出给功放，功放产生控制电流以调节磁轴承中转子位置。为减小微分环节引入噪声的不利影响，PID 算法中微分环节采用不完全微分。PID 控制参数为 $K_p = 6.9$ ， $K_i = 0.007$ ， $K_d = 0.0037$ ，不完全微分环节中加入的惯性环节时间常数 $K_f = 0.00026$ 。

表 1 磁轴承电磁参数

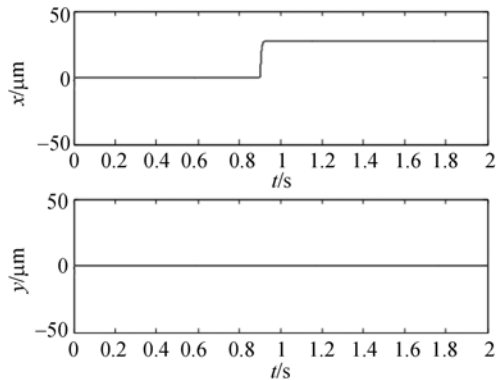
Tab. 1 Electromagnetism parameters of magnetic bearing

参数名	数值
线圈匝数 N	120
永磁体矫顽力 $H_c / \text{A} \cdot \text{m}^{-1}$	796 000
径向磁轴承的永磁体磁化长度 h_{pm} / mm	6
径向磁轴承定转子单边间隙 S_0 / mm	0.2
空气磁导率 μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$
径向磁轴承的永磁体相对磁导率 μ_r	1.05
单个定子铁芯极弧面积 A / mm^2	359
径向磁轴承永磁体的供磁面积 A_{pm} / mm^2	916

5.1 仿真结果及分析

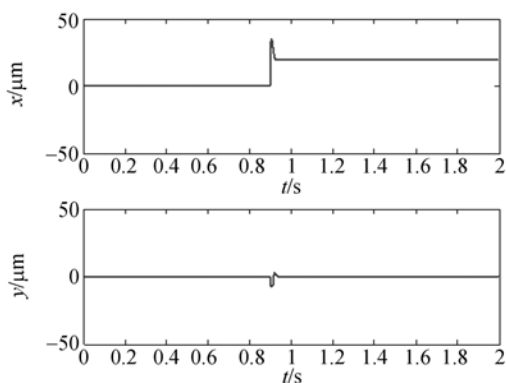
图 6 所示为转子 x 向位移阶跃 $20 \ \mu\text{m}$ 时对 y

向位移的影响的仿真曲线。图 6(a)采用解耦控制方法,图 6(b)采用 PID 控制方法。两图对比表明,采用本文解耦控制转子 x 方向的位移阶跃对 y 向位移无影响,而 PID 方法中, y 向位移有 $7.6 \mu\text{m}$ 的抖动。图 7 所示为转子 x 向位移加上 $18 \mu\text{m}$ 幅值的正弦扰动对 y 向位移的影响。图 7(a)采用解耦控制方法,图 7(b)采用 PID 控制方法。从图中可以看出,解耦后的 y 向位移不受 x 向正弦扰动的影响,而 PID 方法中, y 向会产生 $4.9 \mu\text{m}$ 幅值的正弦扰动。表明解耦方法能实现主被动磁轴承两径向自由度的解耦。另外,对比图 6(a)、图 6(b)中 x 向位移阶跃响应曲线还可以看出,解耦方法比 PID 的阶跃响应超调小,动态性能好。



(a) 解耦控制

(a) With proposed decoupling method

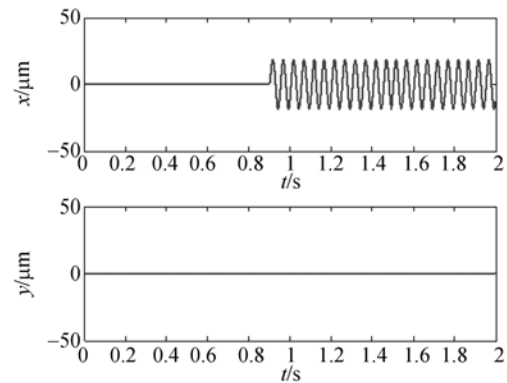


(b) PID 控制

(b) With PID method

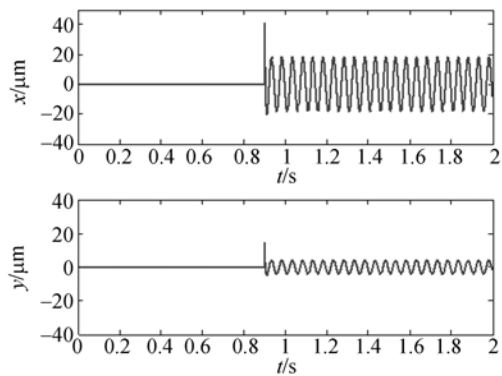
图 6 转子 x 轴阶跃对 y 轴的影响效果仿真曲线

Fig. 6 Simulation of y -axis displacement influenced by stepping on x -axis



(a) 解耦控制

(a) With proposed decoupling method



(b) PID 控制

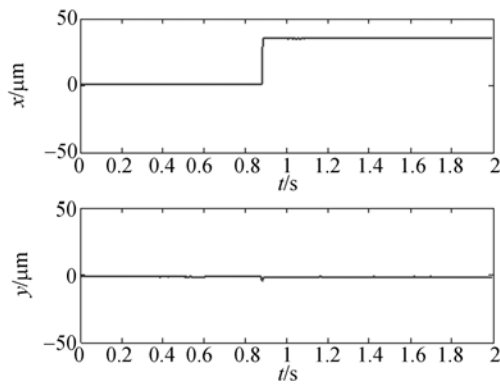
(b) With PID method

图 7 转子 x 轴正弦干扰对 y 轴的影响效果仿真曲线

Fig. 7 Simulation of y -axis displacement influenced by sine wave on x -axis

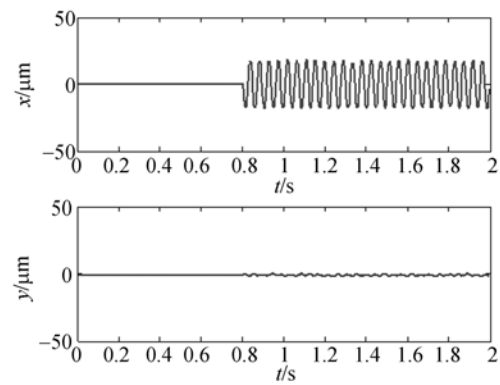
5.2 实验结果及分析

利用北京航空航天大学研制的磁悬浮控制力矩陀螺进行实验验证。图 8 所示为当 x 向位移阶跃 $40 \mu\text{m}$ 时对 y 向位移影响的实验结果。图 8(a)采用解耦控制方法,图 8(b)采用 PID 控制方法。图中 PID 控制 y 向位移有幅值为 $21.3 \mu\text{m}$ 的脉冲扰动;而解耦控制 y 向位移脉冲扰动的幅值为 $2.9 \mu\text{m}$,是 PID 控制的 13.6% 。图 9 所示为转子 x 向位移加上 $18 \mu\text{m}$ 幅值的正弦扰动对 y 向位移的影响。图 9(a)采用本文解耦控制方法,图 9(b)采用 PID 控制方法。图中用 PID 控制的 y 向位移扰动的幅值为 $8.4 \mu\text{m}$;本文解耦控制 y 向位移有幅值为 $1.5 \mu\text{m}$ 的扰动,是 PID 控制的 17.9% 。以上结果分析表明解耦控制 x 、 y 两通道间的相互影响比 PID 方法小,验证了解耦控制方法能实现主被动磁轴承两径向自由度的解耦。



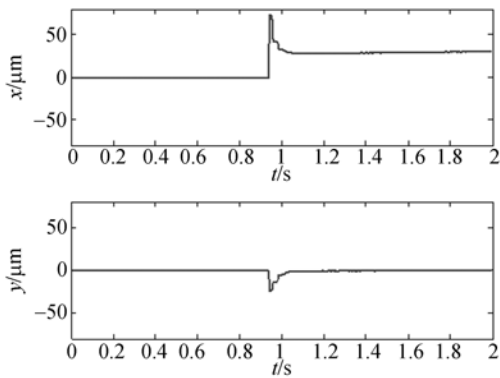
(a) 解耦控制

(a) With proposed decoupling method



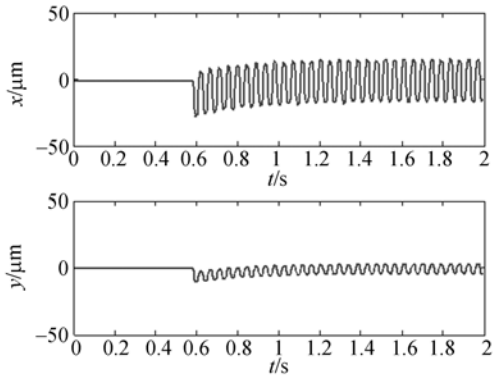
(a) 解耦控制

(a) With proposed decoupling method



(b) PID 控制

(b) With PID method



(b) PID 控制

(b) With PID method

图 8 转子 x 轴阶跃对 y 轴的影响实验结果

Fig. 8 Experimental results of y -axis displacement influenced by stepping on x -axis

图 9 转子 x 轴正弦干扰对 y 轴的影响实验结果

Fig. 9 Experimental results of y -axis displacement influenced by sine wave on x -axis

将实验结果与仿真结果对比,可以发现实验中 y 向位移的波动比仿真结果略大,这是由于模型误差和电磁参数的误差导致的。模型误差包括,电磁力公式中忽略的控制电流和转子位移的二次项以及磁不均匀导致的磁中心与几何中心的不重合。电磁参数误差包括:漏磁等导致的电磁参数的误差;转子位置偏移后,磁轴承刚度参数发生非线性摄动;以及电磁线圈的电阻电感长时间工作时发生的参数摄动。

6 结 论

本文针对主被动磁悬浮 CMG 磁轴承两径向平动自由度之间存在较强耦合的问题,采用 α 阶

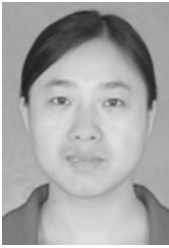
逆系统方法实现对主被动磁轴承系统的解耦控制。根据主被动磁轴承的结构特点,建立了主被动磁轴承的磁力模型及平动动力学模型,分析了径向两自由度之间的耦合情况。对功放模型也进行了研究,用一阶惯性模型替代了比例模型,并利用闭环增大了功放的带宽,提高了响应速度。分析了主被动磁轴承系统的可逆性,得到了原系统的逆系统模型。针对解耦后的系统采用最优控制器实现闭环控制。实验结果表明,当 x 向有 $40 \mu\text{m}$ 位移阶跃和 $18 \mu\text{m}$ 幅值的正弦干扰时,利用本文方法可使 y 向位移跳动分别降为 PID 控制的 13.6% 和 17.9% ,验证了本文解耦控制方法的有效性。

参考文献:

- [1] 楼晓春,吴国庆. 主动磁轴承系统的自适应滑模控制[J]. 电工技术学报, 2012, 27(1):142-147.
LOU X CH, WU G Q. Adaptive sliding mode control for an active magnetic bearing system [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2012,27(1):142-147(in Chinese)
- [2] 陶涛,刁小燕,张维煌,等. 基于 DRFNN 逆的交流主动磁轴承解耦控制[C]. 第 31 届中国控制大会, 合肥, 2012, 7:4628-4633.
TAO T, DIAO X Y, ZHANG W H, *et al.*. Decoupling Control of AC Active Magnetic Bearings Based on DRFNN Inverse[C]. *Proceedings of the 31st Chinese Control Conference*. Hefei, 2012, 7: 4628-4633. (in Chinese)
- [3] IVÁN G H, XAVIER K, JULIEN G, *et al.*. Model-based decoupling control method for dual-drive gantry stages: A case study with experimental validations[J]. *Control Engineering Practice*. 2013, 21(3): 298-307.
- [4] BAASANSUREN J, AKHTAR A K, MIGUEL S. Regularization for state constrained optimal control problems by half spaces based decoupling[J]. *Systems & Control Letters*. 2012, 61(6): 707-713.
- [5] GRABNER H, AMRHEIN W, SILBER S, *et al.*. Nonlinear feedback control of a bearingless brushless dc motor[J]. *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, 2010, 15(1): 40-47.
- [6] 孙玉坤,朱志莹. 三自由度混合磁轴承最小二乘向量机逆模辨识与解耦控制[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(15):112-117.
SUN Y K, ZHU ZH Y. Inverse-model Identification and decoupling control based on least squares support vector machine for 3 degree-of-freedom hybrid magnetic bearing [J]. *Proceedings of the CSEE*. 2010, 30(15):112-117. (in Chinese)
- [7] 武涵,徐春广,肖定国,等. 五自由度磁轴承系统的 α 阶逆系统解耦控制[J]. 北京理工大学学报, 2010, 30(9): 1065-1069.
WU H, XU CH G, XIAO D G, *et al.*. Decoupling control of 5-D of magnetic bearing system using α order inverse system [J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology Theory*. 2010, 30(9): 1065-1069. (in Chinese)
- [8] 杨益飞,阮颖,张维煌,等. 五自由度交流混合磁轴承 α 阶逆系统解耦控制[C]. 第 30 届中国控制大会,烟台,2011, 7: 278-282.
YANG Y F, RUAN Y, ZHANG W Y, *et al.*. Decoupling Control of 5 Degrees of Freedom AC Hybrid Magnetic Bearings Based on Inverse System Method[C]. *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*. Yantai, 2011, 7: 278-282. (in Chinese)
- [9] FANG J C, REN Y. High-Precision Control for a Single-Gimbal Magnetically Suspended Control Moment Gyro Based on Inverse System Method[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2011,58(9):4331-4342.
- [10] 房建成,杨磊,孙津济,等. 一种新型磁悬浮飞轮用永磁偏置径向磁轴承[J]. 光学精密工程, 2008,16(3):444-451.
FANG J CH, YANG L, SUN J J, *et al.*. Novel permanent-magnet bias radial magnetic bearing used in magnetical suspended flywheel [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008,16(3) :444-451. (in Chinese)
- [11] FANG J C, WEN T. The Exact Feedback Linearization Control for the 2-DOF Flywheel Suspended by the Passive and Active Hybrid Magnetic Bearings[C]. *The International Conference on Electronics, Communications and Control (ICECC 2011)*. Ningbo, P. R. China, 2011, 5: 2922-2926.
- [12] 朱煜秋,黄振跃,阮颖,等. 交流主动磁轴承电主轴线性二次型最优控制[J]. 电机与控制学报, 2012, 16(10):71-78.
ZHU H Q, HUANG ZH Y, RUAN Y, *et al.*. Linear quadratic optimal control of electric spindle supported by AC active magnetic bearings [J]. *Electric Machines and Control* 2012, 16(10):71-78. (in Chinese)
- [13] 张嗣瀛,高立群. 现代控制理论[M]. 北京:清华大学出版社, 2006.
ZHANG S Y, GAO L Q. *Modern Control Theory* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (in Chinese)
- [14] 张凯,赵雷,赵鸿宾. 磁轴承飞轮控制系统设计中 LQR 方法的应用研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(2):127-131.
ZHANG K, ZHAO L, ZHAO H B. LQR method research on control of the flywheel system suspended by AMBS [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2004, 40(2):127-131. (in Chinese)

- [15] 刘刚, 潘明健. 基于 FPGA 的磁悬浮飞轮用自修复磁轴承控制器的设计[J]. 光学精密工程. 2009, 17(11):2762-2769.
LIU G, PAN M J. Design of FPGA-based self-repairing AMB controller for MSFW [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(11):2762-2769. (in Chinese)
- [16] 刘彬, 房建成, 刘刚. 基于 TMS320C6713B+PGA 数字控制器实现磁悬浮飞轮主动振动控制[J]. 光学精密工程. 2009, 17(1):151-157.
LIU B, FANG J CH, LIU G. Implementation of active vibration control for magnetically suspended flywheels based on TMS320C6713B+PGA digital controller [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(1):151-157 (in Chinese)

作者简介:



崔培玲(1975—),女,河南巩义人,博士,副教授,硕士生导师,1998年、2001年、2004年于西北工业大学分别获得学士、硕士、博士学位,主要从事磁轴承控制方面的研究。E-mail: peilingcui@buaa.edu.cn



潘智平(1990—),男,安徽省安庆人,硕士研究生,2011年于西安电子科技大学获得学士学位,主要研究方向为磁悬浮控制力矩陀螺磁轴承控制, E-mail: 491236783@qq.com

(版权所有 未经许可 不得转载)