

文章编号 1004-924X(2014)10-2683-08

## 四面体磁梯度张量系统的误差补偿

于振涛<sup>1,2\*</sup>, 吕俊伟<sup>2</sup>, 郭宁<sup>3</sup>, 周静<sup>4</sup>

(1. 海军潜艇学院航海观通系, 山东青岛 266001; 2. 海军航空工程学院控制工程系, 山东烟台 264001;  
3. 海军 91049 部队, 山东青岛 266102; 4. 海军 92474 部队, 海南三亚 572018)

**摘要:**针对搭载于水下无人航行器(UUV)的磁梯度张量系统的系统误差,提出了一种系统误差补偿方法。该方法利用四面体磁梯度张量系统的差分测量算法,融合系统中单个矢量磁力仪的系统误差和磁力仪之间的安装中心错位误差,建立了四面体磁梯度张量系统误差数学模型;基于此数学模型提出了系统误差补偿算法,并根据磁梯度张量 9 分量之间的数学关系提出了补偿参数辨识方法;最后,通过仿真实验对该方法进行了验证。实验结果表明:该方法可以有效补偿磁梯度张量系统的系统误差,补偿量达 96.2%,且补偿效果优于参考文献提出的系统误差补偿方法。该方法利用补偿参数对磁梯度张量系统的输出值直接进行系统误差补偿,从理论上解决了磁梯度张量系统整体误差的统一补偿问题。

**关键词:**水下无人航行器;磁梯度张量系统;磁场;系统误差;误差补偿

**中图分类号:**U666.11;TP273 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20142210.2683

## Error compensation of tetrahedron magnetic gradiometer

YU Zhen-tao<sup>1,2\*</sup>, LÜ Jun-wei<sup>2</sup>, GUO Ning<sup>3</sup>, ZHOU Jing<sup>4</sup>

(1. Department of Navigation, Naval Submarine Academy, Qingdao 266001, China;

2. Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;

3. Naval Unit 91049, Qingdao 266102, China; 4. Naval Unit 92474, Sanya 572098, China)

\* Corresponding author, E-mail: hjhyyzt@163.com

**Abstract:** A compensation method was proposed for systematic errors of the tetrahedron magnetic gradiometer on an Unmanned Underwater Vehicle (UUV). With the difference algorithm based on tetrahedron magnetic gradient tensor, the method fused the error of each vector magnetometer and the installation error between the magnetometers to establish the mathematic model of the magnetic gradiometer errors. Based on this error model, the error compensation algorithm was proposed and the compensation coefficient recognition method was presented by mathematic relations of 9 components of the magnetic gradient tensor. The method was verified by simulation experiments. The simulation results show that the proposed method compensates 96.2% systematic errors of the magnetic gradiometer efficiently, and the compensation effect is better than that of the existing method in references. As the method compensates systematic errors of the magnetic gradiometer output directly by

收稿日期:2014-02-03;修订日期:2014-03-10.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2010AAJ211)

the compensation coefficients, it realizes the holistic systematic error compensation of the magnetic gradiometer theoretically.

**Key words:** Unmanned Underwater Vehicle(UUV); magnetic gradient tensor; magnetic field; systematic error; error compensation

## 1 引言

近几年,磁梯度张量测量逐渐成为磁探技术的研究热点。美国、德国、澳大利亚等国家相继研制出一系列磁梯度张量探测系统,并开展了大量野外试验。与其他传统磁测方法相比,磁梯度张量测量有着比较突出的优势,被普遍认为是磁法勘探的又一次突破<sup>[1,2]</sup>。

磁梯度张量测量系统中单个矢量磁力仪的系统误差和磁力仪之间的安装错位误差都会严重影响磁梯度张量的测量<sup>[3,4]</sup>。美国海军海面作战中心的 W. M. Wynn 和 G. I. Allen 等人和新加坡 DSO 国际实验室的 Y. H. Pei 等人分别对水下无人飞行器(UUV)搭载的磁梯度张量系统的各磁噪声进行了研究,提出了系统误差补偿的研究思路<sup>[5-9]</sup>;Y. H. Pei 等人将四面体磁梯度张量系统中一个矢量磁力仪作为参考磁力仪校正其它 3 个矢量磁力仪,然后用校正后的 3 个矢量磁力仪计算磁梯度张量,从而实现系统误差的补偿<sup>[8]</sup>。该方法的优点在于单个矢量磁力仪系统误差的校准和补偿方法较为成熟<sup>[10-13]</sup>;缺点是误差补偿忽略了参考磁力仪本身的误差,且没有加入磁梯度张量本身的特征约束,从而限制了系统误差的补偿效果。

本文针对搭载于 UUV 的四面体磁梯度张量测量系统提出了一种系统误差补偿方法,该方法可以统一补偿系统中每个矢量磁力仪的系统误差和磁力仪之间的安装错位误差。利用四面体磁梯度张量系统的差分测量算法,融合系统中单个矢量磁力仪的系统误差和磁力仪之间的安装中心错位误差,建立了磁梯度张量测量系统误差数学模型;在此基础上提出了系统误差补偿算法,并根据磁梯度张量 9 个分量之间的数学关系提出了补偿参数辨识方法。该补偿方法可以有效补偿磁梯度张量测量系统的系统误差。

## 2 磁梯度张量系统

### 2.1 磁梯度张量

磁场是一个矢量场,其 3 分量  $B_x$ 、 $B_y$ 、 $B_z$  在空间 3 个方向的变化率即为磁梯度张量,包括 9 个要素,表达式为:

$$\mathbf{G} = \nabla \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \partial B_x / \partial x & \partial B_x / \partial y & \partial B_x / \partial z \\ \partial B_y / \partial x & \partial B_y / \partial y & \partial B_y / \partial z \\ \partial B_z / \partial x & \partial B_z / \partial y & \partial B_z / \partial z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

在没有空间电流密度的测量区域,磁场的散度和旋度都为 0,即:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \partial B_x / \partial x + \partial B_y / \partial y + \partial B_z / \partial z = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} = 0. \quad (3)$$

### 2.2 四面体磁梯度张量系统

搭载于 UUV 的磁梯度张量系统包含 4 个矢量磁力仪,4 个矢量磁力仪位于四面体的 4 个顶点<sup>[5-8]</sup>,如图 1 所示。

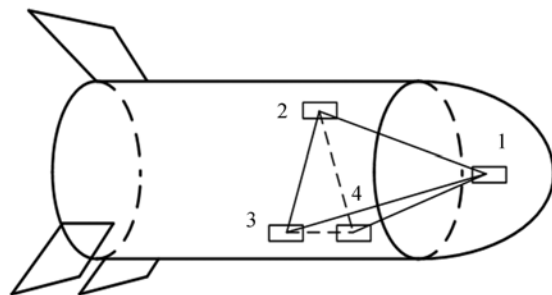


图 1 四面体磁梯度张量系统结构示意图

Fig. 1 Structural representation of tetrahedron magnetic gradiometer

对系统中 4 个矢量磁力仪进行 1、2、3、4 编号,第  $i$  个矢量磁力仪的磁场为  $\mathbf{B}_i = (B_{xi}, B_{yi}, B_{zi})^T$ ,根据差分方程磁梯度张量 9 分量满足以下关系式<sup>[14]</sup>:

$$\begin{bmatrix} B_{x21} & B_{x31} & B_{x41} \\ B_{y21} & B_{y31} & B_{y41} \\ B_{z21} & B_{z31} & B_{z41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial B_x/\partial x & \partial B_x/\partial y & \partial B_x/\partial z \\ \partial B_y/\partial x & \partial B_y/\partial y & \partial B_y/\partial z \\ \partial B_z/\partial x & \partial B_z/\partial y & \partial B_z/\partial z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{21} & x_{31} & x_{41} \\ y_{21} & y_{31} & y_{41} \\ z_{21} & z_{31} & z_{41} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中:  $B_{xi1}$ 、 $B_{yi1}$ 、 $B_{zi1}$  为  $i$  号磁力仪与 1 号磁力仪  $x$ 、 $y$ 、 $z$  分量的差值,  $(x_{i1} \ y_{i1} \ z_{i1})$  为  $i$  号与 1 号磁力仪的位移差。设  $\mathbf{B}_i = \mathbf{B}_i - \mathbf{B}_1 = (B_{xi1} \ B_{yi1} \ B_{zi1})^T$ , 式(4)可表示为:

$$(\mathbf{B}_{21} \ \mathbf{B}_{31} \ \mathbf{B}_{41}) = \mathbf{G}\mathbf{A}, \quad (5)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{21} & x_{31} & x_{41} \\ y_{21} & y_{31} & y_{41} \\ z_{21} & z_{31} & z_{41} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{G} = (\mathbf{B}_{21} \ \mathbf{B}_{31} \ \mathbf{B}_{41})\mathbf{A}^{-1}. \quad (7)$$

式(7)为磁梯度张量差分测量算法,可以计算任意空间四面体结构磁梯度张量仪的测量值。

### 3 磁梯度张量系统误差数学模型

#### 3.1 单个矢量磁力仪系统误差数学模型

磁梯度张量测量系统中单个矢量磁力仪的系统误差包括非正交误差、灵敏度误差、零度漂移误差和安装指向误差。综合 4 个系统误差的数学模型,磁梯度张量测量系统中矢量磁力仪系统误差的数学模型可以表示为:

$$\mathbf{B}' = (\mathbf{I} + \mathbf{K})\mathbf{B} + \mathbf{C}, \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{B}'$  和  $\mathbf{B}$  为矢量磁力仪的实际输出值和理论输出值;  $\mathbf{K}$  和  $\mathbf{C}$  为矢量磁力仪对应的系统误差系数,表达式如下:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} s_x & \varphi + \alpha & \theta - \gamma \\ -\alpha & s_y & \beta + \psi \\ \gamma & -\beta & s_z \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \begin{bmatrix} dx_{21} & dx_{31} & dx_{41} \\ dy_{21} & dy_{31} & dy_{41} \\ dz_{21} & dz_{31} & dz_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{21} + dx_{21} & x_{31} + dx_{31} & x_{41} + dx_{41} \\ y_{21} + dy_{21} & y_{31} + dy_{31} & y_{41} + dy_{41} \\ z_{21} + dz_{21} & z_{31} + dz_{31} & z_{41} + dz_{41} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

式中:  $(x_{i1} \ y_{i1} \ z_{i1})$  为  $i$  号与 1 号磁力仪的位移差,  $(dx_{i1} \ dy_{i1} \ dz_{i1})$  为  $i$  号与 1 号磁力仪的安装中心错位误差。

将式(12)代入式(11),可得磁梯度张量实际输出值的表达式为:

$$\mathbf{G}' = (\mathbf{B}'_{21} \ \mathbf{B}'_{31} \ \mathbf{B}'_{41})\mathbf{A}'^{-1} = (\mathbf{B}_{21} \ \mathbf{B}_{31} \ \mathbf{B}_{41})\mathbf{A}^{-1} +$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & -g \\ -\alpha & 1 & \beta \\ \gamma & -\beta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中:  $\psi$ 、 $\theta$ 、 $\varphi$  为矢量磁力仪的非正交误差角;  $s_x$ 、 $s_y$ 、 $s_z$  为矢量磁力仪三轴的灵敏度偏差;  $C_x$ 、 $C_y$ 、 $C_z$  为矢量磁力仪三轴的零点漂移误差;  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\gamma$  为矢量磁力仪安装指向偏差角。由于矢量磁力仪系统误差中非正交角、灵敏度偏差和安装指向偏差角都为小量,因此误差系数  $\mathbf{K}$  中的各个元素都为小量。

#### 3.2 系统整体误差数学模型

磁梯度张量实际输出值受到单个磁力仪系统误差和磁力仪之间安装错位误差的影响,根据磁梯度张量差分测量算法,磁梯度张量实际输出值可以表示为:

$$\mathbf{G}' = (\mathbf{B}'_{21} \ \mathbf{B}'_{31} \ \mathbf{B}'_{41})\mathbf{A}'^{-1}, \quad (11)$$

式中:  $\mathbf{G}'$  为磁梯度张量实际输出值;  $\mathbf{B}'_{i1}$  为  $i$  号与 1 号矢量磁力仪的实际输出值  $\mathbf{B}'_i$  和  $\mathbf{B}'_1$  之差;  $\mathbf{A}'$  为加入安装错位误差后的矩阵  $\mathbf{A}$ 。根据磁力仪系统误差的数学模型式(8),  $\mathbf{B}_i$  表达式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}'_{i1} &= \mathbf{B}'_i - \mathbf{B}'_1 = \\ & ((\mathbf{I} + \mathbf{K}_i)\mathbf{B}_i + \mathbf{C}_i) - ((\mathbf{I} + \mathbf{K}_1)\mathbf{B}_1 + \mathbf{C}_1) = \\ & \mathbf{B}_{i1} + \mathbf{K}_i\mathbf{B}_i - \mathbf{K}_1\mathbf{B}_1 + \mathbf{C}_{i1}, \end{aligned} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{K}_i$  和  $\mathbf{C}_i$  为  $i$  号矢量磁力仪对应的系统误差系数;  $\mathbf{C}_{i1}$  为  $i$  号与 1 号磁力仪误差系数  $\mathbf{C}_i$  之差。  $\mathbf{A}'$  的表达式如下:

$$\begin{aligned} & (\mathbf{C}_{21} \ \mathbf{C}_{31} \ \mathbf{C}_{41})\mathbf{A}'^{-1} + (\mathbf{K}_2\mathbf{B}_2 - \mathbf{K}_1\mathbf{B}_1 \ \mathbf{K}_3\mathbf{B}_3 - \\ & \mathbf{K}_1\mathbf{B}_1 \ \mathbf{K}_4\mathbf{B}_4 - \mathbf{K}_1\mathbf{B}_1)\mathbf{A}'^{-1} = \mathbf{G}' + (\mathbf{C}_{21} \ \mathbf{C}_{31} \ \mathbf{C}_{41})\mathbf{A}'^{-1} + \\ & (\mathbf{K}_2\mathbf{B}_2 - \mathbf{K}_1\mathbf{B}_1 \ \mathbf{K}_3\mathbf{B}_3 - \mathbf{K}_1\mathbf{B}_1 \ \mathbf{K}_4\mathbf{B}_4 - \mathbf{K}_1\mathbf{B}_1)\mathbf{A}'^{-1}, \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)为磁梯度张量系统误差数学模型,  $\mathbf{G}'$  为磁梯度张量实际输出值,  $\mathbf{G}$  为磁梯度张量理论输出

值。系统误差项可以表示为:

$$\mathbf{D} = \mathbf{G}' - \mathbf{G} = (\mathbf{C}_{21} \ \mathbf{C}_{31} \ \mathbf{C}_{41}) \mathbf{A}'^{-1} + (\mathbf{K}_2 \ \mathbf{B}_2 - \mathbf{K}_1 \ \mathbf{B}_1 \ \mathbf{K}_3 \ \mathbf{B}_3 - \mathbf{K}_1 \ \mathbf{B}_1 \ \mathbf{K}_4 \ \mathbf{B}_4 - \mathbf{K}_1 \ \mathbf{B}_1) \mathbf{A}'^{-1}, \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{B}_i$  为  $i$  号矢量磁力仪的理论输出值;  $\mathbf{K}_i$  和  $\mathbf{C}_i$  为  $i$  号矢量磁力仪对应的系统误差系数;  $\mathbf{C}_{i1}$  为  $i$  号磁力仪与 1 号磁力仪误差系数  $\mathbf{C}_i$  之差。

#### 4 误差补偿方法

设磁梯度张量测量系统中  $i$  号与 1 号矢量磁力仪存在关系  $\mathbf{B}_i = \mathbf{B}_1 + \Delta\mathbf{B}_i$ , 对于一般磁梯度场, 存在  $\Delta\mathbf{B}_i \ll \mathbf{B}_i$ , 则磁梯度张量实际输出值表达式中的  $\mathbf{K}_i \mathbf{B}_i - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_1$  项存在以下关系:

$$\mathbf{K}_i \mathbf{B}_i - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_1 = \mathbf{K}_i (\mathbf{B}_1 + \Delta\mathbf{B}_i) - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_1 = \mathbf{K}_i \mathbf{B}_1 - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_1 + \mathbf{K}_i \Delta\mathbf{B}_i = \mathbf{K}_{i1} \mathbf{B}_1 + \mathbf{K}_i \Delta\mathbf{B}_i, \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{K}_{i1}$  为  $i$  号磁力仪与 1 号磁力仪误差系数  $\mathbf{K}_i$  之差。由于  $\mathbf{K}_i$  中的各个元素都为小量, 且  $\Delta\mathbf{B}_i = \mathbf{B}_i$ , 所以  $\mathbf{K}_i \Delta\mathbf{B}_i$  项可以忽略, 式(16)可以简化为:

$$\mathbf{K}_i \mathbf{B}_i - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_1 \approx \mathbf{K}_{i1} \mathbf{B}_1. \quad (17)$$

1 号磁力仪的理论输出值  $\mathbf{B}_1$  可由实际输出值  $\mathbf{B}'$  求取, 算法如下:

$$\mathbf{B}_1 = (\mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{K}_1)^{-1} (\mathbf{B}'_1 - \mathbf{C}_1), \quad (18)$$

将式(18)代入式(17), 得  $\mathbf{K}_i \mathbf{B}_i - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_1$  项的表达式为:

$$\mathbf{K}_i \mathbf{B}_i - \mathbf{K}_1 \mathbf{B}_1 \approx \mathbf{K}_{i1} (\mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{K}_1)^{-1} (\mathbf{B}_i - \mathbf{C}_1) = \mathbf{k}_{i1} \mathbf{B}_1 - \mathbf{k}_{i1} \mathbf{C}_1, \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{k}_{i1} = \mathbf{K}_{i1} (\mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{K}_1)^{-1}$ 。将式(19)代入磁梯度张量实际输出值的表达式(14), 得:

$$\mathbf{G}' = \mathbf{G} + (\mathbf{k}_{21} \mathbf{B}'_1 \ \mathbf{k}_{31} \mathbf{B}'_1 \ \mathbf{k}_{41} \mathbf{B}'_1) \mathbf{A}'^{-1} + (\mathbf{C}_{21} - \mathbf{k}_{21} \mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_{31} - \mathbf{k}_{31} \mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_{41} - \mathbf{k}_{41} \mathbf{C}_1) \mathbf{A}'^{-1} = \mathbf{G} + (\mathbf{e}_1 \ \mathbf{B}'_1 \ \mathbf{e}_2 \ \mathbf{B}'_1 \ \mathbf{e}_3 \ \mathbf{B}'_1) + (\mathbf{C}_{21} - \mathbf{k}_{21} \mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_{31} - \mathbf{k}_{31} \mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_{41} - \mathbf{k}_{41} \mathbf{C}_1) \mathbf{A}'^{-1}, \quad (20)$$

式中  $\mathbf{e}_1$ 、 $\mathbf{e}_2$ 、 $\mathbf{e}_3$  的表达式如下:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_1 = a_{11} \mathbf{k}_{21} + a_{21} \mathbf{k}_{31} + a_{31} \mathbf{k}_{41} \\ \mathbf{e}_2 = a_{12} \mathbf{k}_{21} + a_{22} \mathbf{k}_{31} + a_{32} \mathbf{k}_{41}, \\ \mathbf{e}_3 = a_{13} \mathbf{k}_{21} + a_{23} \mathbf{k}_{31} + a_{33} \mathbf{k}_{41} \end{cases} \quad (21)$$

$$\mathbf{A}'^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

令:

$$\mathbf{E} = (\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2 \ \mathbf{e}_3)_{3 \times 9}, \quad (23)$$

$$\mathbf{B}_{1m} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}'_1 & \mathbf{O}_{3 \times 1} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{O}_{3 \times 1} & \mathbf{B}'_1 & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{O}_{3 \times 1} & \mathbf{O}_{3 \times 1} & \mathbf{B}'_1 \end{bmatrix}_{9 \times 3}, \quad (24)$$

$$\mathbf{F} = (\mathbf{C}_{21} - \mathbf{k}_{21} \mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_{31} - \mathbf{k}_{31} \mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_{41} - \mathbf{k}_{41} \mathbf{C}_1) \mathbf{A}'^{-1}, \quad (25)$$

磁梯度张量实际输出值的表达式可以简化为:

$$\mathbf{G}' = \mathbf{G} + \mathbf{E} \mathbf{B}_{1m} + \mathbf{F} = \mathbf{G} + \mathbf{D}, \quad (26)$$

式中:  $\mathbf{G}'$  和  $\mathbf{B}_{1m}$  为磁梯度张量测量系统的输出量,  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{F}$  为误差补偿参数,  $\mathbf{D}$  为系统误差项。对于特定的磁梯度张量测量系统, 补偿参数  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{F}$  中的各元素为常数。

磁梯度张量测量系统的系统误差补偿公式可以表示为:

$$\hat{\mathbf{G}} = \mathbf{G}' - \hat{\mathbf{E}} \mathbf{B}_{1m} - \hat{\mathbf{F}}. \quad (27)$$

在已知补偿参数估计值  $\hat{\mathbf{E}}$  和  $\hat{\mathbf{F}}$  的条件下, 可以利用式(27)补偿磁梯度张量实际输出值  $\mathbf{G}$  中的系统误差得到磁梯度张量的估计值  $\hat{\mathbf{G}}$ 。

#### 5 补偿参数的辨识方法

磁梯度张量的理论输出值  $\mathbf{G}$  应满足式(2)和(3), 根据式(26)可以得到  $\mathbf{G}'$  和  $\mathbf{D}$  各分量的关系:

$$\begin{cases} G'_{12} - D_{12} = G'_{21} - D_{21} \\ G'_{13} - D_{13} = G'_{31} - D_{31} \\ G'_{23} - D_{23} = G'_{32} - D_{32} \\ G'_{11} + D'_{22} + G'_{33} = D_{11} + D_{22} + D_{33} \end{cases}, \quad (28)$$

设函数

$$f(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = ((G'_{12} - G'_{21}) - (D_{23} - D_{21}))^2 + ((G'_{13} - G'_{31}) - (D_{13} - D_{31}))^2 + ((G'_{23} - G'_{32}) - (D_{23} - D_{32}))^2 + ((G'_{11} + G'_{22} + G'_{33}) - (D_{11} + D_{22} + D_{33}))^2, \quad (29)$$

$$\Psi(\mathbf{E}, \mathbf{F}) = \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{E}, \mathbf{F}). \quad (30)$$

补偿参数  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{F}$  的估计可以转化为函数的优化问题, 即求一组  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{F}$  使得函数  $\Psi(\mathbf{E}, \mathbf{F})$  取得最小值。即:

$$\begin{cases} \min \Psi(\mathbf{E}, \mathbf{F}) \\ \text{s. t. } : E_{ij}^s \leq E_{ij} \leq E_{ij}^u, F_{ij}^s \leq F_{ij} \leq F_{ij}^u \end{cases}. \quad (31)$$

针对该函数优化需要求解参数较多的问题, 提出利用遗传算法求解该函数优化问题。遗传算法控制参数分别取值为: 群体规模  $N=50$ , 与每一变量对应的基因段长度为  $n=10$ , 复制概率  $p_r$ ,

=0.9,交叉概率  $p_c=0.8$ ,变异概率  $p_m=0.8$ 。

## 6 实验与结果分析

### 6.1 系统误差设定

设平台搭载空间直角四面体结构的磁梯度张量系统,系统中 4 个矢量磁力仪非正交角的取值范围为: $-1^\circ \leq \psi, \theta, \varphi \leq 1^\circ$ ;三轴灵敏度偏差的取值范围为 $-0.02 \leq s_x, s_y, s_z \leq 0.02$ ;三轴的零点漂移误差为 $-0.5 \leq C_x, C_y, C_z \leq 0.5$  nT;安装指向偏角取值范围为 $-1^\circ \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1^\circ$ ;安装中心错位取值范围为 $-0.5 \sim 0.5$  mm。

系统中 4 个矢量磁力仪的系统误差分别设定如表 1 和表 2 所示。

表 1 四个矢量磁力仪的系统误差

Tab. 1 Systematic errors of four vector magnetometers

i 号磁力仪	非正交角/(°)	灵敏度偏差	零点漂移/nT	安装指向偏角/(°)
1	[0.174, -0.280, 0.542]	[0.001, -0.011, 0.010]	[0.081, -0.268, 0.478]	[0.081, 0.268, -0.478]
	[-0.234, 0.382, 0.232]	[-0.013, 0.001, 0.009]	[-0.356, 0.129, 0.357]	[0.159, -0.684, -0.456]
2	[0.294, -0.186, -0.732]	[0.010, -0.013, -0.008]	[0.278, -0.482, -0.314]	[-0.239, -0.474, 0.116]
	[0.114, 0.375, 0.382]	[-0.012, -0.010, 0.006]	[0.463, 0.265, 0.105]	[-0.126, 0.364, 0.260]

$$\hat{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.0010 & 0.0306 & 0.0109 & -0.0023 & 0.0285 & -0.0926 & -0.0033 & 0.0297 \\ -0.0007 & 0.0148 & 0.0032 & 0.0011 & -0.0014 & 0.0004 & 0.0011 & 0.0038 & 0.0018 \\ -0.0141 & 0.0189 & 0.0006 & -0.0149 & 0.0170 & -0.0183 & -0.0154 & 0.0166 & -0.0019 \end{bmatrix}$$

图 2~6 为误差补偿前和误差补偿后的磁梯度张量 5 个独立分量的比较,图 7 为误差补偿前和误差补偿后的磁梯度张量 F 范数的比较。分析仿真结果可知,磁梯度张量系统的系统误差对磁梯度张量测量影响很大,可以导致几百 nT/m 的测量误差;补偿后的磁梯度张量值与理论值的

表 2 磁力仪之间的安装中心错位误差

Tab. 2 Installation errors between magnetometers

i 号磁力仪与 1 号磁力仪的位移差	安装中心错位/mm
(dx <sub>21</sub> dy <sub>21</sub> dz <sub>21</sub> )	[0.346, 0.172, 0.181]
(dx <sub>31</sub> dy <sub>31</sub> dz <sub>31</sub> )	[0.025, 0.338, 0.121]
(dx <sub>41</sub> dy <sub>41</sub> dz <sub>41</sub> )	[-0.297, -0.480, 0.332]

### 6.2 仿真流程

仿真实验利用磁梯度张量测量系统测量磁性目标的周围磁场。设磁性目标可以假定为磁偶极子,目标磁矩在空间坐标系中 3 分量为  $\mathbf{M}_x = 4 \times 10^6$  A·m<sup>2</sup>,  $\mathbf{M}_y = 0, \mathbf{M}_z = 0$ 。仿真实验流程如下:

(1)利用磁偶极子磁场数学模型计算出空间测量点的磁梯度张量理论值。

(2)利用式(15)和仿真实验设定的系统误差,计算出空间测量点的各误差项,然后加入到磁梯度张量理论值中得到误差补偿前的磁梯度张量值。

(3)利用前 50 个测量点的误差补偿前磁梯度张量值,根据补偿参数辨识方法,求取补偿参数  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{F}$  的估计值。

(4)利用补偿参数的估计值  $\hat{\mathbf{E}}$  和  $\hat{\mathbf{F}}$  和式(27),对后 200 个测量点的补偿前仿真数据进行误差补偿得到补偿后的磁梯度张量值。仿真结果如图 2~7 所示。

$$\hat{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} -0.441 & 0.190 & 0.379 \\ 0.391 & -0.209 & 0.539 \\ -0.119 & -0.801 & -0.376 \end{bmatrix}$$

差别很小,甚至基本重合。因此提出的系统误差补偿方法可以有效补偿四面体磁梯度张量系统的误差。根据式(32)计算得出,该方法可以补偿磁梯度张量测量值中 96.2% 的系统误差影响。

$$\epsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\|\mathbf{G}_a\|_F - \|\mathbf{G}_i\|_F}{\|\mathbf{G}_b\|_F - \|\mathbf{G}_i\|_F} \right|, \quad (32)$$

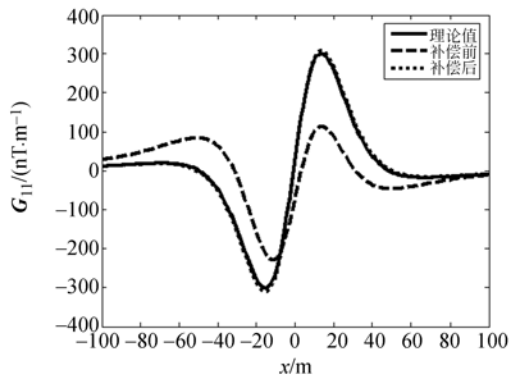


图 2 误差补偿前和补偿后  $G_{11}$  分量比较

Fig. 2 Comparison between  $G_{11}$  components before and after compensations

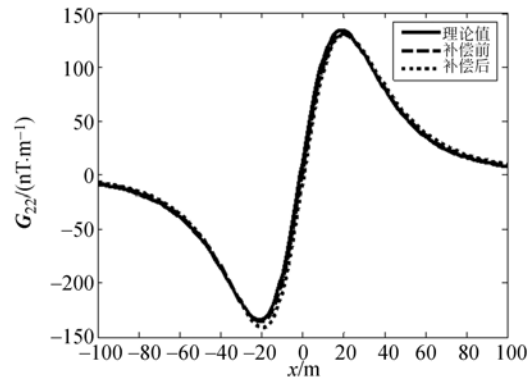


图 5 误差补偿前和补偿后  $G_{22}$  分量比较

Fig. 5 Comparison between  $G_{22}$  components before and after compensations

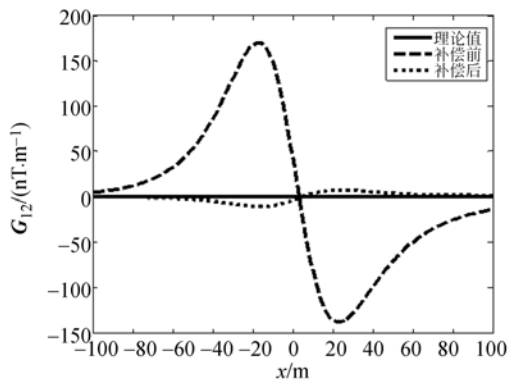


图 3 误差补偿前和补偿后  $G_{12}$  分量比较

Fig. 3 Comparison between  $G_{12}$  components before and after compensations

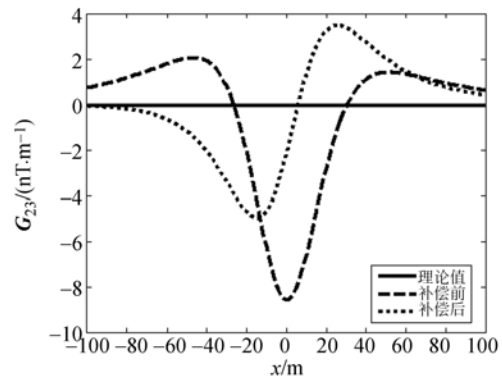


图 6 误差补偿前和补偿后  $G_{23}$  分量比较

Fig. 6 Comparison between  $G_{23}$  components before and after compensations

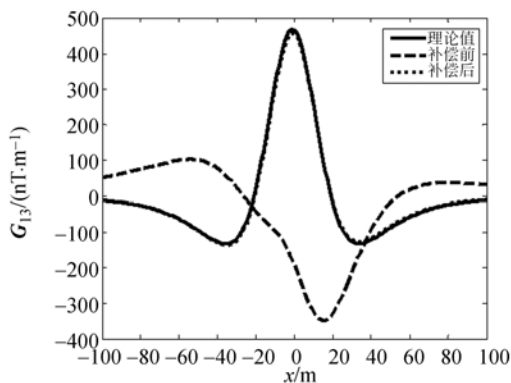


图 4 误差补偿前和补偿后  $G_{13}$  分量比较

Fig. 4 Comparison between  $G_{13}$  components before and after compensations

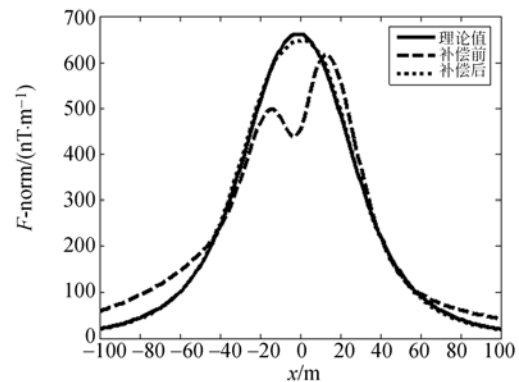


图 7 误差补偿前和补偿后磁梯度张量  $F$  范数的比较

Fig. 7 Comparison between  $F$ -norms for magnetic gradient tensor before and after compensations

式中:  $\|G_t\|_F$  为磁梯度张量理论值的  $F$  范数,  $\|G_b\|_F$  和  $\|G_a\|_F$  分别为误差补偿前和误差补偿后的磁梯度张量的  $F$  范数。

本方法与文献[8]的方法比较得到的结果如图 8 所示。文献[8]的误差补偿方法将四面体磁梯度张量系统中一个矢量磁力仪作为参考磁力仪

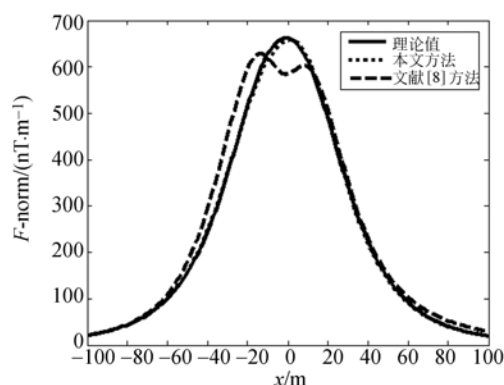


图 8 本文方法与文献[8]方法的比较

Fig. 8 Comparison between the proposed method and the method of paper[8]

校正其它 3 个矢量磁力仪,然后用校正后的 3 个矢量磁力仪计算磁梯度张量,从而实现系统误差的补偿。该方法忽略了参考磁力仪本身的误差,且没有加入磁梯度张量本身的特征约束,从而限制了

#### 参考文献:

- [1] W. M. WYNN. Magnetic dipole localization with a tensor gradiometer; a rigorous analysis including relative motion [C]. *Proceedings of the 2d International Conference on Marine Electromagnetics (MRELEC 99)*, Brest France, 1999: 295-303.
- [2] 张昌达. 航空磁力梯度张量测量—航空磁测技术的最新进展[J]. *工程地球物理学报*, 2006, 3(5): 354-361.  
ZHANG CH D. Airborne tensor magnetic gradiometry—the latest progress of airborne magnetometric technology[J]. *Chinese Journal of Engineering Geophysics*, 2006, 3(5): 354-361. (in Chinese)
- [3] 龙亮, 钟少龙, 徐静, 等. 微型光纤磁传感器的设计与制作[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(9): 2294-2302.  
LONG L, ZHONG SH L, XU J, et al.. Design and fabrication of micro fiber-optic magnetic sensor [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(9): 2294-2302.
- [4] KEENE M N, HUMPHREY K P, HORTON T J. Actively shielded, adaptively balanced squid gradiometer system for operation aboard moving platforms [J]. *IEEE Transactions on applied superconductivity*, 2005, 15(2): 761-764.
- [5] ALLEN G I, SULZBERGER G, BONO J T, et al.. Initial evaluation of the new real-time tracking

系统误差的补偿效果。根据式(32),图 8 的仿真结果中文献[8]的方法可以补偿 85.4%的系统误差,本文方法的补偿效果优于文献[8]的方法。

## 7 结 论

本文针对搭载于 UUV 的四面体磁梯度张量系统,提出了一种系统误差补偿方法。该方法根据磁梯度张量 9 分量之间的数学关系,提出了补偿参数求取方法,并利用补偿参数对磁梯度张量系统的输出值直接进行系统误差补偿得到补偿后的磁梯度张量。理论上该方法可以实现系统中各个矢量磁力仪误差和磁力仪之间安装误差的统一补偿。仿真结果表明,该方法可以有效补偿磁梯度张量系统 96.2%的系统误差,文献[8]的方法可以补偿 85.4%的误差,因此该方法补偿效果优于文献[8]的方法。

gradiometer designed for small unmanned underwater vehicles[C]. *MTS/IEEE Oceans 2005, Washington DC*, 2005: 1956-1962.

- [6] ALLEN G, WYNN M, MATTHEWS R. Mitigation of platform generated magnetic noise impressed on a magnetic sensor mounted in an autonomous underwater vehicle [C]. *MTS/IEEE Oceans 2001, Honolulu*, 2001: 64-71.
- [7] BONO J T, OVERWAY D J, WYNN W M. Magnetic sensor operation onboard a UUV: magnetic noise investigation using a total-field gradiometer [C]. *MTS/IEEE Oceans 2003, San Diego*, 2003: 2018-2022.
- [8] PEI Y H, YEO H G. UXO Survey using vector magnetic gradiometer on autonomous underwater vehicle [C]. *MTS/IEEE Oceans 2009, Biloxi*, 2009: 1-8.
- [9] PEI Y H, YEO H G. Magnetic gradiometer inversion for underwater magnetic object parameters [C]. *MTS/IEEE Oceans 2006, Singapore*, 2006: 1-6.
- [10] 陈棣湘, 潘孟春, 罗飞路. 三维磁敏传感器的设计及误差分析[J]. *传感技术学报*, 2006, 19(3): 642-644.  
CHEN D X, PAN M CH, LUO F L. Design and error analyses of 3D magnetic sensor[J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2006, 19(3):

- 642-644. (in Chinese)
- [11] 黄学功, 王灵. 地磁信号检测系统误差分析与补偿方法研究[J]. 兵工学报, 2011, 32(1): 33-36.  
HUANG X G, WANG J. Error analysis and compensation methods for geomagnetic signal detection system[J]. *Acta Armamentarii*, 2011, 32(1): 33-36.
- [12] FITZGIBBON A W, PILU M, FISHER R B. Direct least square fitting of ellipses [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, 21(5): 476-480.
- [13] 杨新勇, 黄圣国. 磁航向测量系统误差修正方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2004, 25(4): 466-469.  
YANG X Y, HUANG SH G. Study of error compensation method for magnetic heading measurement system[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2004, 25(4): 466-469. (in Chinese)
- [14] KHURANA K K, KEPKO E L, KIVELSON M G, *et al.*. Accurate calculation of magnetic field gradients from four point vector measurements-Part 11: Use of natural constraints on vector data obtained from four spinning spacecraft[J]. *IEEE Transactions on magnetics*, 1996, 32(5): 5193-5205.

#### 作者简介:



于振涛(1984—),男,山东寿光人,博士研究生,2007年于海军潜艇学院获得硕士学位,主要从事磁传感器和磁性目标识别研究。E-mail: hjhyzt@163.com

#### 导师简介:



吕俊伟(1960—),男,山东牟平人,教授,博士生导师,1985年于吉林工业大学获硕士学位,2003年于法国第戎大学获得博士学位,主要从事目标识别与智能系统、目标探测与跟踪等方面的研究。E-mail: ljwei369@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)