

文章编号 1004-924X(2014)11-3028-10

基于 BJ 辅助变量法实现动力调谐陀螺仪的闭环辨识

赵建远*, 李醒飞, 田凌子

(天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

摘要:为了在闭环工作条件下监测动力调谐陀螺仪的性能,研究了动力调谐陀螺仪的闭环辨识方法。首先,根据动力调谐陀螺仪闭环模型的复杂结构,对其进行化简和离散化处理,获取辨识模型集和模型阶数。接着,将辅助变量法(IV)应用于动力调谐陀螺仪的闭环辨识,并根据传统IV法的不足,提出了BJIV辨识法。该方法能够应用于BJ模型,使系统模型与噪声模型不再受辨识模型的限制。然后,利用仿真分析的方法,分析BJIV法辨识结果的无偏性与渐进离散特性。最后,采用提出的方法对某型号动力调谐陀螺仪进行单次和连续闭环辨识实验。仿真结果表明:BJIV法的辨识结果在有噪声存在的条件下是一致无偏的,渐进方差能够接近最优;闭环辨识实验结果表明:辨识拟合度优于90%,连续跟踪2h,获得了可靠的辨识结果。

关键词:动力调谐陀螺仪;闭环辨识;辅助变量法;BJIV辨识

中图分类号:TP273;U666.123 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20142211.3028

Closed-loop identification of dynamically tuned gyro based on BJIV method

ZHAO Jian-yuan*, Li Xing-fei, Tian Ling-zi

(State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments,
Tianjin University, Tianjin 300072, China)

* Corresponding author, E-mail: jianyuan_tju@126.com

Abstract: To monitor the performance of a Dynamic Tuned Gyro (DTG) on-line under closed-loop working conditions, a closed-loop identification approach was explored for the DTG system. Firstly, the plant model was simplified and discretized to obtain the identification model set and model order based on the complex model structure of DTG closed-loop system. Then, the Instrumental Variable (IV) method was used to the closed-loop identification of the DTG. Aiming at the deficiency of the traditional IV method, a BJIV method was proposed. The method was applied to BJ model so that the plant model and noise model were not restricted by the identification model. Furthermore, simulations were used to analyze the consistency and asymptotic distribution of the BJIV method. Finally, single and continuous identification experiments were conducted on a DTG closed-loop system. Obtained results indicate that the estimations of BJIV method are unbiased and consistent with different noise levels, and its asymptotic variance is near-optimal. The experiment results on closed-loop

收稿日期:2014-03-14;修订日期:2014-04-10.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 60972129);精密测试技术及仪器国家重点实验室开放基金资助项目(No. pil1006)

identification show that the identification fitting degree is more than 90%. After continuous experiments for two hours, DTG closed-loop system is stable and the identification results are reliable.

Key words: Dynamically Tuned Gyro(DTG); closed-loop identification; Instrumental Variable(IV) method; BJIV identification

1 引 言

动力调谐陀螺仪是在导航领域得到广泛应用的一种中高精度陀螺仪^[1]。随着导航技术的不断发展,对陀螺仪的安全性和可靠性的要求越来越高,如何实现陀螺仪闭环工作条件下的实时监测已成为普遍关注的问题^[2]。传统的陀螺仪检测方法,如力反馈法和转台伺服法等,是将陀螺仪当作一个确定性系统来研究陀螺仪的静态输出特性,它无法满足陀螺仪实时监测的要求。在实际应用中,陀螺仪的工作环境复杂多变,当外界环境应力(如温度、压力、电磁场、振动等)发生变化时,陀螺仪的机械结构参数以及电路元件特性等都会发生变化,其闭环系统参数也会处于动态之中^[3],因此陀螺仪的实时监测更为重要,实时获取陀螺仪系统的参数信息才能确保陀螺仪工作的安全性和可靠性。

陀螺仪的开环辨识已应用于陀螺仪的表头参数估计和数字再平衡回路设计^[3],但目前针对于陀螺仪闭环辨识的研究成果较少。一方面是由于反馈的存在使系统的输入残差信号很小,难以直接用于辨识^[4]。另一方面是在闭环条件下,系统的输入信号与输出噪声是耦合的,如直接采用开环辨识的方法,结果往往是有偏的^[5-7]。为解决这些问题,本文对辅助变量法(IV)加以改进,并应用于陀螺仪的闭环辨识。IV 辨识法通过对待辨识系统施加激励信号来提高系统的输入残差,并引入前置滤波器和辅助变量,消除输入信号与输出噪声之间的相关性,减小噪声协方差,从而保证辨识结果的一致无偏性。

IV 辨识法最早由 Söderström 提出^[8],他通过延长时间段,将间隔较长的输入、输出信号作为

辅助变量,以此来消除输出噪声对输入信号的影响。随后,Zhang 等人将偏差估计最小二乘算法(BELS)应用于辅助变量法^[9],实现了辅助变量框架下的模型参数线性递推估计。2001年,Gilson 等人又提出了基于闭环系统模型的特定辅助变量法^[10],用于控制器模型未知情况下的闭环辨识。2005年,接着提出了辅助变量法的最优参数选择^[11],在保证辨识结果一致无偏的条件下,得到了模型参数估计值的最优方差。但这种方法要求噪声模型已知,并且只能应用于 ARX 模型,在实际中有诸多限制。为此,本文结合 BJ 模型^[12]参数估计的递推算法和最优辅助变量法,提出了 BJ 辅助变量法(BJIV),将辅助变量法拓展到通用的 BJ 模型,并将此方法应用于某型号动力调谐陀螺仪的闭环辨识。实验结果表明,本文提出的辨识方法能够很好地应用于陀螺仪闭环辨识,能够在陀螺仪闭环工作条件下实时获取陀螺仪的模型参数。

2 动力调谐陀螺仪闭环系统模型

2.1 动力调谐陀螺仪闭环系统

动力调谐陀螺仪闭环系统在结构上主要包括陀螺仪本体、控制器、功率放大模块等。当有外界输入角速率时,陀螺仪信号器会输出偏差信号,控制器根据输出信号产生控制信号,功率放大模块对控制信号进行放大,驱动陀螺仪的力矩器对陀螺转子进行控制,形成闭环控制。从系统结构上来说,动力调谐陀螺仪是一个双入双出系统(TITO),由于机械结构的原因,两个正交轴之间存在耦合,为了使陀螺仪的输入和输出之间具有单一的对对应关系,动力调谐陀螺仪闭环系统中一般设计有解耦网络^[3,13]。在调谐状态下,其闭环

模型结构如图 1 所示。

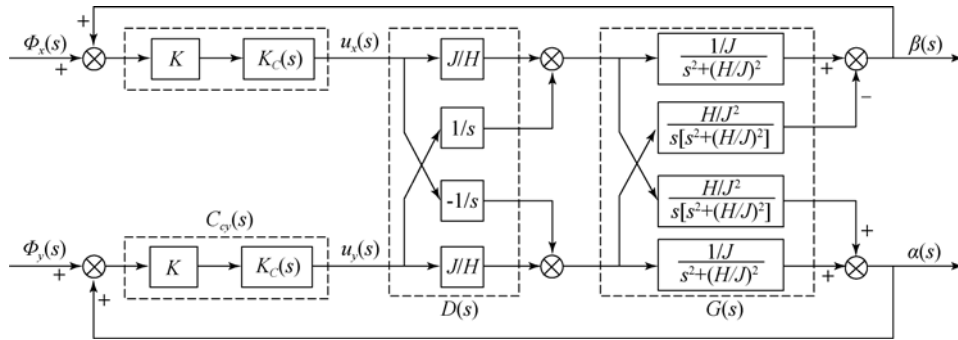


图 1 陀螺仪闭环系统框图

Fig. 1 Model structure of DTG closed loop system

其中, $\Phi_x(s), \Phi_y(s)$ 为外界输入信号; $\beta(s), \alpha(s)$ 为陀螺仪的输出信号; K 为比例环节; $K_c(s)$ 为信号调理单元与校正环节; $C_{cx}(s), C_{cy}(s)$ 为控制器模型; $D(s)$ 表示解耦网络; $G(s)$ 为陀螺仪开环模型; J 为陀螺转子极轴转动惯量; H 为陀螺转子角动量。

2.2 动力调谐陀螺仪的闭环模型分析与化简

图 1 所示的系统模型结构比较复杂, 而且其中的各个环节都是频域模型, 无法直接应用于 BJIV 辨识法。本文首先对其进行化简, 并转化为离散模型, 确定模型阶数, 获取辨识模型集。考虑到解耦网络, 图 1 中的闭环模型传递函数为:

$$\begin{bmatrix} \beta(s) \\ \alpha(s) \end{bmatrix} = [I + K K_c(s) G_d(s)]^{-1} \begin{bmatrix} \Phi_x(s) \\ \Phi_y(s) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中: $G_d(s)$ 为解耦后的陀螺模型。为保证陀螺仪能够以零偏角跟踪常值角速率输入, 解耦后的陀螺仪要求为 II 型系统^[13], 即:

$$G_d(s) = G(s) D(s) = G_0(s) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$G_0(s) = \frac{1}{Hs^2}. \quad (3)$$

需要指出, $G_0(s)$ 只是陀螺仪解耦后的理论模型, 而在实际情况下, 由于陀螺仪内部阻尼、剩余刚度的存在, 以及系统非线性成分的影响, $G_0(s)$ 已不再是一个理想的二阶积分器, 但可以用一个二阶模型去近似^[3]。采用零阶保持器将 $G_0(s)$ 转化为时域模型 $G_0(q^{-1}, \theta)$, 获得待辨识系统模型结构为:

$$G_0(q^{-1}, \theta) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}}, \quad (4)$$

其中, $\theta = [a_1, a_2, b_0, b_1, b_2]$ 为待辨识的模型参数矢量, q^{-1} 为后移算子。

对于控制器, BJIV 辨识法并不需要其模型参数, 并且由于各个滤波环节的存在, 在实际中也不可能知道控制器的具体模型参数。为了便于理解, 这里仍给出控制器的近似模型。由于系统中各个滤波器的截止频率往往远高于陀螺仪系统带宽, 在其低频段可认为是比例环节, 对系统的低频特性影响较小。而为拓展带宽并获得理想的幅频特性和相频特性, 陀螺仪闭环系统校正环节采用串联超前校正。因此控制器传递函数为:

$$C_c(s) = K \frac{1 + \alpha T s}{1 + T s}, \quad (5)$$

$$C_c(q^{-1}) = \frac{Q(q^{-1})}{P(q^{-1})} = \frac{b_{q0} + b_{q1} q^{-1}}{a_{p0} + a_{p1} q^{-1}}. \quad (6)$$

在得到 $G_0(q^{-1}, \theta)$ 和 $C_c(q^{-1})$ 后, 进一步考虑环境噪声对输出的影响, 陀螺仪闭环模型可简化为如图 2 的形式。

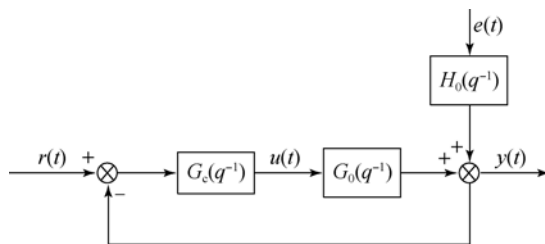


图 2 陀螺仪闭环结构简化模型

Fig. 2 Simplified model of DTG closed-loop system

其中: $r(t)$ 为 $\Phi_x(s)$ 或 $\Phi_y(s)$ 的时域表达形式, 表示外界输入激励; $y(t)$ 为 $\beta(s)$ 或 $\alpha(s)$ 的时域表达形式, 表示系统输出; $u(t)$ 表示系统输入; $e(t)$ 为高斯白噪声; $H_0(q^{-1})$ 为噪声模型。

3 动力调谐陀螺仪系统闭环辨识方法

3.1 基本辅助变量法

根据图 2 所示的陀螺仪闭环简化模型, 陀螺仪时域模型可以表示为:

$$\begin{cases} y(t) = G_0(q^{-1})u(t) + H_0(q^{-1})e(t) \\ u(t) = C_c(q^{-1})[r(t) - y(t)] \end{cases} \quad (7)$$

定义数据矢量为:

$$\boldsymbol{\varphi}^T(t) = \begin{bmatrix} -y(t-1) & \cdots & -y(t-n) \\ u(t-1) & \cdots & u(t-n) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(7)可表示为最小二乘算式:

$$\begin{cases} y(t) = \boldsymbol{\varphi}^T(t)\theta + v(t) \\ v(t) = A(q)H_0(q)e(t) \end{cases} \quad (9)$$

基本辅助变量法的最小二乘估计准则^[13]为:

$$\hat{\theta}_{iv} = \operatorname{argmin} \left\| \begin{bmatrix} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z(t) L(q^{-1}) \boldsymbol{\varphi}^T(t) \\ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z(t) L(q^{-1}) y(t) \end{bmatrix} \theta - \right\|_{\mathbf{Q}}^2 \quad (10)$$

其中: $\hat{\theta}_{iv}$ 为参数估计值, $z(t)$ 为辅助变量, $L(q^{-1})$ 为前置滤波器, $\|x\|_{\mathbf{Q}}^2 = x^T \mathbf{Q} x$, \mathbf{Q} 为加权矩阵, N 为数据长度。根据式(10), 若辅助变量参数估计是一致无偏的, 则要求所构造的辅助变量 $z(t)$ 应当与随机扰动项 $v(t)$ 不相关, 同时 $z(t)$ 应当与数据矢量 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 相关, 从而保证式(10)中的矩阵是适定的而非病态的^[14], 即辅助变量应满足以下两个条件:

$$\text{i. } \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z(t) L(q) \boldsymbol{\varphi}^T(t) \text{ 非奇异}, \quad (11)$$

$$\text{ii. } \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z(t) L(q) v(t) = 0. \quad (12)$$

3.2 最优辅助变量法

在满足条件(11)和(12)的情况下, 基本辅助变量法的估计结果符合渐进高斯分布^[15], 即:

$$\sqrt{N}(\hat{\theta}_{iv} - \theta_0) \xrightarrow{\text{dist}} N(0, \mathbf{P}_{iv}), \quad (13)$$

其中: θ_0 为参数理论真值, \mathbf{P}_{iv} 为协方差矩阵。

$$\mathbf{P}_{iv} = \lambda_0 (\mathbf{R}_{z\boldsymbol{\varphi}}^T \mathbf{Q} \mathbf{R}_{z\boldsymbol{\varphi}})^{-1} \mathbf{R}_{z\boldsymbol{\varphi}}^T \mathbf{Q} \mathbf{R}_{z\boldsymbol{\varphi}} (\mathbf{R}_{z\boldsymbol{\varphi}}^T \mathbf{Q} \mathbf{R}_{z\boldsymbol{\varphi}})^{-1}. \quad (14)$$

其中:

$$\mathbf{R}_{z\boldsymbol{\varphi}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z(t) L(q) \boldsymbol{\varphi}^T(t),$$

$$\mathbf{R}_{z\boldsymbol{\varphi}z\boldsymbol{\varphi}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z_{\boldsymbol{\varphi}}(t) z_{\boldsymbol{\varphi}}(t)^T,$$

$$z_{\boldsymbol{\varphi}}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} t_i z(t+i),$$

$$L(q^{-1}) A(q^{-1}) H_0(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{\infty} t_i q^{-i}.$$

一般来说, 辨识结果不仅要求是无偏的, 方差也要尽量小。根据式(14), 协方差矩阵 \mathbf{P}_{iv} 与辅助变量 $z(t)$, 加权矩阵 \mathbf{Q} 以及前置滤波器 $L(q^{-1})$ 有关。根据参考文献[11, 15], \mathbf{P}_{iv} 最优情况下, 这些变量的选择为:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{I}, L(q^{-1}) = \frac{1}{H_0(q^{-1}) A(q^{-1})}, \quad (15)$$

$$z(t) = L(q^{-1}) \tilde{\boldsymbol{\varphi}}(t), \quad (16)$$

其中: $\tilde{\boldsymbol{\varphi}}(t)$ 是数据矢量 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 的无噪成分。

3.3 改进的辅助变量法 (BJIV 辨识法)

前文给出了最优辅助变量的具体参数选择, 但有两个问题需要考虑。第一个问题为, 根据式(15)和(16), 前置滤波器 $L(q^{-1})$ 以及辅助变量 $z(t)$ 的选择均与噪声模型 $H_0(q^{-1})$ 有关, 但在实际应用中, 噪声模型往往是未知的。即最优辅助变量法无法直接应用于实际的辨识过程。最优辅助变量法关注的是参数估计的二阶离散特性, 而在实际辨识中, 最关注的是辨识结果的一致无偏性, 即辨识结果的平均值能否表征真值。因此, 在最优辅助变量参数选择的基础上, 改用噪声模型的估计值 $\hat{H}_0(q^{-1})$ 来代替真实的噪声模型 $H_0(q^{-1})$ 。

第二个需要考虑的问题是根据式(9)和(10), 辅助变量法能够直接应用于 ARX 模型, 但是当噪声模型 $H_0(q^{-1})$ 的多项式形式与 ARX 模型中噪声模型不一致时, 在参数估计过程中会引入非线性成分, 式(10)中的最小二乘估计准则不可用。考虑以下 BJ 模型结构:

$$\begin{cases} y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} e(t) \\ u(t) = C_c(q^{-1})[r(t) - y(t)] \end{cases} \quad (17)$$

其中: $G_0(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$, $H_0(q^{-1}) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}$ 。

系统输出 $y(t)$ 的估计残差为:

$$\epsilon(t) = \frac{D(q^{-1})}{C(q^{-1})} \left[y(t) - \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \right]. \quad (18)$$

式(18)中未知模型之间存在乘法关系,被估计参数中存在非线性,最小二乘类线性估计算法不能直接使用。为解决这个问题,引入基于 BJ 模型参数的递推估计算法,结合最优辅助变量法中的变量选择,给出一种更加实用的辅助变量闭环辨识算法——BJIV 算法。算法如下:

步骤 1: 初始化噪声模型与系统模型

设定 $\hat{C}^{(0)}(q^{-1}) = 1$, 并将模型(17)简化为以下 ARX 模型结构:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + e(t), \quad (19)$$

则 $A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 的初始估计值 $\hat{A}^{(0)}(q^{-1})$ 和 $\hat{B}^{(0)}(q^{-1})$ 可通过最小二乘估计算法^[16]获得:

$$\hat{\theta}^{(0)} = \left[\sum_{i=1}^N \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N \varphi(t) y(t). \quad (20)$$

系统模型的初始值为:

$$\hat{G}_0^{(0)}(q^{-1}) = \frac{\hat{B}^{(0)}(q^{-1})}{\hat{A}^{(0)}(q^{-1})}. \quad (21)$$

再设定 $\hat{D}^{(0)}(q^{-1}) = 1$ 。

步骤 2: 设定前置滤波器和辅助变量,并获取系统模型的估计值。

根据式(15),前置滤波器为:

$$L_{\text{riv}}^{(i-1)}(q^{-1}) = \frac{\hat{D}^{(i-1)}(q^{-1})}{\hat{C}^{(i-1)}(q^{-1})\hat{A}^{(i-1)}(q^{-1})}. \quad (22)$$

辅助变量为:

$$z(t) = L_{\text{riv}}^{(i-1)}(q^{-1})\tilde{\varphi}(t), \quad (23)$$

$$\tilde{\varphi}(t) = [-\hat{y}(t-1) \quad \dots \\ -\hat{y}(t-n)\hat{u}(t-1) \quad \dots \quad \hat{u}(t-n)], \quad (24)$$

其中: $\hat{u}(t)$ 和 $\hat{y}(t)$ 可根据外界激励信号,估计得到:

$$\hat{u}(t) = \frac{C_c(q^{-1})}{1 + C_c(q^{-1})\hat{G}_0^{(i-1)}(q^{-1})} r(t), \quad (25)$$

$$\hat{y}(t) = \frac{C_c(q^{-1})\hat{G}_0^{(i-1)}(q^{-1})}{1 + C_c(q^{-1})\hat{G}_0^{(i-1)}(q^{-1})} r(t). \quad (26)$$

由于 $u(t)$ 和 $r(t)$ 以及 $y(t)$ 和 $r(t)$ 都是不相关的,即使控制器 $C_c(q^{-1})$ 模型参数未知, $\hat{y}(t)$ 和 $\hat{u}(t)$ 都可以根据式(25)和(26)通过开环辨识方法^[17]进行估计,因此这里控制器模型参数已知与

否并不会影响辨识过程。

然后,根据式(15),选取加权矩阵 $Q = I$, 则根据辅助变量法的最小二乘准则(式 10),系统模型参数为:

$$\hat{\theta}^{(i)} = \left[\sum_{i=1}^N z_i(t) \varphi_i^T(t) \right]^{-1} \sum_{i=1}^N z_i(t) y_i(t), \quad (27)$$

其中: $\begin{cases} \varphi_i(t) = L_{\text{riv}}^{(i-1)}(q) \varphi(t) \\ y_i(t) = L_{\text{riv}}^{(i-1)}(q) y(t) \end{cases}$ 。

相应的系统模型估计值为:

$$\hat{G}_0^{(i)}(q) = \frac{\hat{B}^{(i)}(q)}{\hat{A}^{(i)}(q)}. \quad (28)$$

步骤 3: 噪声模型参数估计

在步骤 2 中,模型估计产生的残差为:

$$\hat{\omega}^{(i)}(t) = y(t) - \hat{G}_0^{(i)}(q)(q)u(t). \quad (29)$$

则噪声模型为:

$$e(t) = \frac{\hat{C}^{(i)}(q)}{\hat{D}^{(i)}(q)} \hat{\omega}^{(i)}(t). \quad (30)$$

这是一个典型的 ARMA 模型,在模型阶数确定的情况下,可采用 ARMACEL 算法^[18]进行估计。

步骤 4: 重复步骤 2 和步骤 3,直到系统模型与噪声模型估计值收敛。

4 仿真分析

辨识结果很大程度上会受外界噪声的影响。由于在实际实验中,噪声很难设定,这里通过仿真分析的方式研究了噪声对 BJIV 辨识法一致收敛性和方差特性的影响。设定仿真系统的系统传函、控制器模型以及噪声模型分别为:

$$G_0(q^{-1}) = \frac{0.4277 + 0.4786q^{-1} - 0.1277q^{-2}}{1 + 0.0394q^{-1} + 0.025q^{-2}}, \quad (31)$$

$$C(q^{-1}) = \frac{0.324 + 0.415q^{-1}}{1 + 0.095q^{-1}}, \quad (32)$$

$$H_0(q^{-1}) = \frac{0.0013(1 - q^{-1})}{1 - 1.0876q^{-1} + 0.7654q^{-2} - 0.2363q^{-3}}. \quad (33)$$

仿真分析中,选用高斯白噪声作为外界输入噪声,采用多谐差相信号(SPHS)为激励信号。SPHS 是一种幅值可调的多个谐波分量之和的周

周期性信号,做傅里叶变换可避免频谱泄露,而且 SPHS 的波峰因子小,可以激发出系统的各个模态,减小辨识误差^[19]。其数学表达式为:

$$r(t) = \sum_{k=1}^N R_a \cos\left(\frac{2\pi k}{T}t + \theta_k\right), \quad (34)$$

其中: R_a 为幅值; N 为谐波数; T 基波周期; θ_k 为第 k 次谐波的初相角,随机分布在 $[0, 2\pi]$; $k=1, 2, \dots, N$ 。

4.1 一致无偏性分析

设定噪声方差分别为 0, 0.01 和 0.1, 在每个噪声水平下分别进行 100 次闭环辨识实验, 每次辨识实验分别采集激励信号 $r(t)$ 、系统输入信号 $u(t)$ 和系统输出信号 $y(t)$ 各 2 000 个点, 然后采用 BJIV 辨识法和直接辨识法进行辨识。根据每个噪声水平下 100 次辨识试验的辨识结果, 取平均值, 绘制系统模型的奈奎斯特曲线, 如图 3 所示。直接辨识法的辨识过程与开环辨识过程相同, 可直接利用 $u(t)$ 和 $y(t)$ 的数据进行参数估计, 而忽略反馈的存在。

由图 3 得到了在不同的噪声水平下 BJIV 辨识法的估计结果, 奈奎斯特曲线基本是重合的, 辨识结果在每个频率段内都是一致无偏的。而通过直接法所获得的辨识结果, 在低频段, 还能够取得比较好的拟合效果, 但在高频段其辨识结果与理论值存在很大的偏差, 并且随着噪声水平的提高, 偏差也越来越大, 辨识结果是有偏的。因此, 在动力调谐陀螺仪闭环辨识中, 若环境中存在比较强的噪声时, 不宜采用直接法, 而 BJIV 辨识法不受此限制。

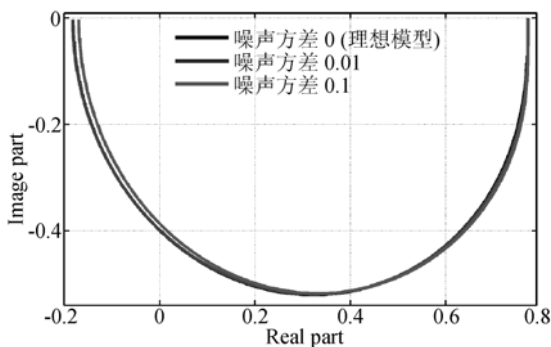
4.2 渐进方差特性分析

根据采集到的数据分别采用最优辅助变量法和 BJIV 辨识法进行参数估计。绘制理想模型的奈奎斯特曲线, 根据辨识结果计算频率特性响应, 并在特定频率点上提取其实部和虚部, 绘制 95% 联合置信区间(置信椭圆)^[4], 如图 4 所示。95% 联合置信区间为:

$$\begin{aligned} & (\hat{G}(e^{i\omega}) - \bar{G}(e^{i\omega}))^T \hat{P}^{-1}(\omega) (\hat{G}(e^{i\omega}) - \bar{G}(e^{i\omega})) \\ & \leq \frac{(N-1)p}{N(N-p)} F_{\alpha, p, N-p}, \end{aligned} \quad (35)$$

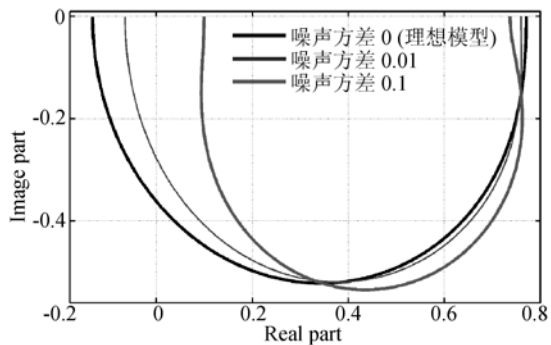
其中: $\hat{G}(e^{i\omega})$ 为系统模型辨识结果的频域传函; $\bar{G}(e^{i\omega})$ 是辨识结果的平均值; $\hat{P}(\omega)$ 为辨识结果的协方差矩阵; $P=2$ 为自由度; $N=100$ 为每个噪声水平下的仿真次数; $\alpha=0.05$ 为置信度。

根据图 4(a), 最优辅助变量法与 BJIV 辨识法所得到的辨识结果在同一噪声水平下(噪声方差为 0.01), 其每个检测频率点上的置信椭圆半径基本一致, 方差特性差别不大。这表明, 采用噪声模型的估计值代替噪声模型经过多步递推运算后, BJIV 辨识法也能够取得接近最优的辨识结果。根据图 4(b), 噪声越大, 每个频率点上的置信椭圆半径就越大, 辨识结果的二阶离散性也越大, 辨识结果的渐进方差与辨识过程中的信噪比成正比, 这与文献[20]中的结论相符, 说明在辨识实验中进行一定的数据预处理, 减小噪声, 提高信噪比是必要的。



(a) BJIV 法辨识结果奈奎斯特曲线

(a) Nyquist plots estimated with BJIV method

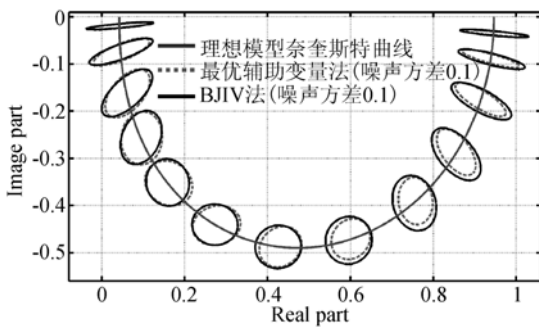


(b) 直接法辨识结果奈奎斯特曲线

(b) Nyquist plots estimated with direct method

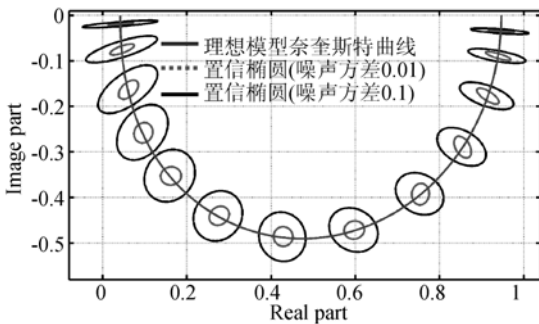
图 3 两种方法奈奎斯特曲线对比

Fig. 3 Nyquist plots of two methods



(a) 最优辅助变量法与 BJIV 法方差特性对比图

(a) Comparison of the estimates variance property with optimal instrument method and BJIV method



(b) 不同噪声水平下 BJIV 法辨识结果方差特性分析

(b) Variance property analysis of BJIV identification results under different noise levels

图 4 不同方法的方差特性分析

Fig. 4 Variance property analysis of different methods

5 动力调谐陀螺仪闭环辨识实验

5.1 辨识实验系统

动力调谐陀螺仪闭环辨识试验系统主要包括数据采集卡, 数据处理工控机, 控制器机箱和陀螺仪表头。数据采集卡采用 NI 公司的 NI PCI-6289, 主要进行 A/D 和 D/A 转换, 并进行一些数字量控制; 控制器机箱用来进行信号分离和预处理; 数据处理工控机用以实现陀螺仪的闭环控制和辨识算法。实验系统如图 5 所示。

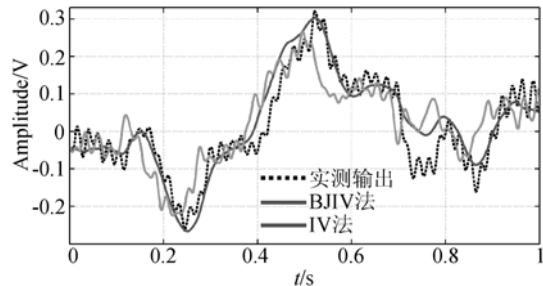


图 5 动力调谐陀螺仪闭环辨识实验系统

Fig. 5 Experiment system for DTG closed-loop identification

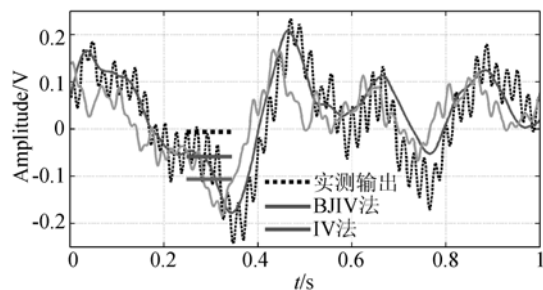
5.2 单次闭环辨识实验

单次闭环辨识实验用来验证 BJIV 法在实际应用中的可行性, 并与文献[11]中的 IV 法进行了比较, 分析了 BJIV 法在复杂噪声条件下的优势。在室温条件下, 将某型号动力调谐陀螺仪水平放置在测试转台上(如图 5 所示), 闭环稳定后, 施加 SPHS 作为激励信号。设置 SPHS 频率为 0~600 Hz, 频率间隔为 0.5 Hz, 幅值为 1 V。动力调谐陀螺仪是 2 自由度陀螺仪, 要分别依次对两轴进行激励, 然后采用差分采样模式对激励信号、系统输入信号和系统输出信号进行数据采集, 采样频率为 4 000 S/s, 每次采样时间为 30 s。数据采集完后, 关闭陀螺。根据 4.2 节的仿真结果, 辨识数据的信噪比越高越好。因此, 首先要对数据进行平稳化预处理, 去除趋势项, 并消除有色噪声。然后, 根据处理过的数据, 分别采用 BJIV 法和文献[11]中的 IV 法, 对两轴的系统模型进行辨识。同时, 为检验辨识效果, 将辨识结果与实测输出进行比较, 如图 6 所示。



(a) X 轴实测输出与辨识结果对比图

(a) Comparison of estimated and measured results in X axis



(b) Y 轴实测输出与拟合结果对比图

(b) Comparison of estimated and measured results in Y axis

图 6 实测输出与拟合结果对比图

Fig. 6 Comparison of estimate and measured results

重复进行单次实验 5 次,根据实测数据和两种方法的辨识结果,获取计算残差,然后根据式(36),计算辨识拟合度^[12]如表 1 和表 2 所示。

$$R = \sqrt{1 - \frac{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |y(t) - \hat{y}(t | t-1)|^2}{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |y(t)|^2}} \quad (36)$$

表 1 X 轴单次闭环辨识拟合度

Tab. 1 Fitting degree of single closed-loop identification in X axis

辨识方法	实验次数及拟合度/%				
	1	2	3	4	5
IV	84.4	77.3	79.5	85.1	88.1
BJIV	95.4	91.2	94.9	92.6	95.7

表 2 Y 轴单次闭环辨识拟合度

Tab. 2 Fitting degree of single closed-loop identification in Y axis

辨识方法	实验次数及拟合度/%				
	1	2	3	4	5
IV	83.6	73.9	82.0	74.2	66.4
BJIV	95.1	94.2	96.4	91.0	92.1

根据图 6 可知,两种辨识方法的辨识结果都能够跟随实测曲线的趋势变化,但 BJIV 法的辨识结果曲线更加平滑,对噪声的抑制效果更好,也更接近实测值。表 1 和表 2 中的辨识拟合度也表明,BJIV 法比 IV 法具有更好的辨识精度。这是由于虽然 BJIV 法和 IV 法都是通过噪声建模来消除噪声的,但与 IV 法相比,BJIV 法中的噪声模型不受系统模型结构的限制,噪声模型的选择更加灵活,在受强噪声干扰实际系统的辨识过程中,对测量数据中含有的噪声具有更好的拟合效果,因而提高了辨识精度。

5.3 连续实时闭环辨识实验

连续实时闭环辨识实验通过闭环辨识的方法对动力调谐陀螺仪工作性能进行在线监测。在整

个辨识实验过程中,陀螺仪的工作状态与实际工作状态相同,辨识结果是陀螺仪工作状态的一种数学表征,因此实时辨识结果能够反映出陀螺仪的工作状态的稳定性。让陀螺仪连续闭环工作 2 h,每隔 20 min 分别对陀螺仪的两轴进行一次辨识实验,激励信号设置与数据采集方式与单次闭环辨识实验相同,然后通过 BJIV 法获取模型参数,并计算辨识拟合度。实验结果如表 3 和表 4 所示。

表 3 X 轴连续闭环辨识实验结果

Tab. 3 Continuous closed-loop identification results in X axis

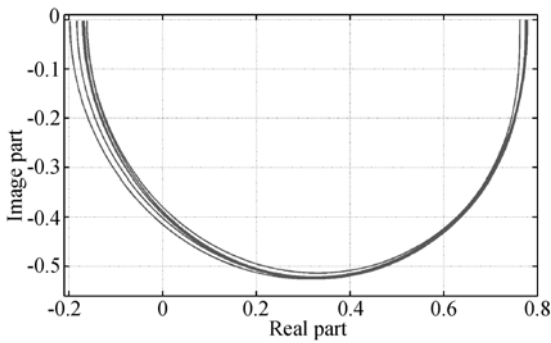
测量次数	分母系数		分子系数			拟合度/%
	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	
1	-0.04	-0.051	0.392	0.469	-0.127	93.2
2	0.022	-0.013	0.379	0.511	-0.164	92.7
3	0.082	0.023	0.339	0.530	-0.127	94.9
4	-0.027	0.005	0.465	0.440	-0.147	97.2
5	-0.028	-0.057	0.413	0.477	-0.194	95.1
6	-0.003	0.043	0.434	0.452	-0.078	90.2

表 4 Y 轴连续闭环辨识实验结果

Tab. 4 Continuous closed-loop identification results in Y axis

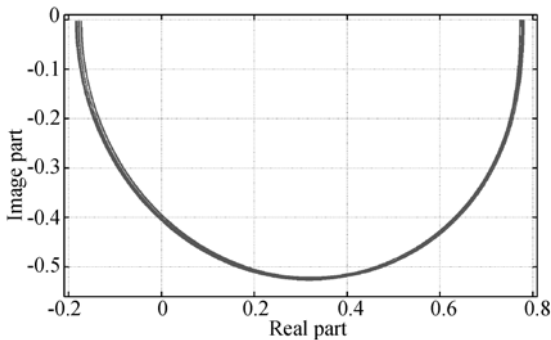
测量次数	分母系数		分子系数			拟合度/%
	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	
1	-0.002	-0.044	0.403	0.455	-0.161	96.7
2	0.009	0.028	0.436	0.458	-0.089	90.8
3	-0.012	-0.012	0.466	0.448	-0.121	92.3
4	-0.018	-0.009	0.428	0.473	-0.183	95.1
5	0.035	-0.012	0.372	0.496	-0.148	92.7
6	0.034	0.030	0.385	0.498	-0.094	93.6

表 3 和表 4 中连续闭环辨识实验结果的具体参数具有一定的波动,不能直观地体现陀螺仪的具体工作性能,为此绘制辨识结果的奈奎斯特曲线,如图 7 所示。



(a) X 轴连续闭环辨识实验结果奈奎斯特曲线

(a) Nyquist plots of continuous closed-loop identification results in X axis



(b) Y 轴连续闭环辨识实验结果奈奎斯特曲线

(b) Nyquist plots of continuous closed-loop identification results in Y axis

图 7 连续闭环辨识结果奈奎斯特曲线

Fig. 7 Nyquist plots of continuous closed-loop identification results

可以发现,虽然在连续辨识过程中两轴的系统模型参数一直处于变动之中,但是其奈奎斯特曲线基本重合,这说明陀螺仪在每个频率点上的响应并没有发生大的变动,系统模型是稳定的,动力调谐陀螺仪的工作状态也是稳定的,而这与测试过程中陀螺仪的实际工作表征也是相符的。

5 结 论

本文根据陀螺仪工作性能的在线监测要求,提出了基于 BJIV 法的陀螺仪闭环辨识方法,并介绍了 BJIV 辨识法的具体步骤。然后通过仿真研究的方式分析了 BJIV 辨识法的一致无偏特性和近优离散特性。最后,结合某型号的动力调谐陀螺仪,设计了单次和连续闭环辨识实验。实验结果表明:辨识拟合精度优于 90%;连续跟踪 2 h,辨识结果与陀螺仪工作性能稳定可靠,基本满足了陀螺仪性能在线监测的要求。

参考文献:

- [1] 张连超. 动力调谐陀螺建模与数字化控制问题研究 [D]. 长沙:国防科技大学博士学位论文,2007.
ZHANG L CH. *Study on modeling and digital control of dynamically tuned gyroscope* [D]. Changsha: National University of Defence Technology Doctoral Dissertation, 2005. (in Chinese)
- [2] 徐国平. 基于支持向量机的动力调谐陀螺仪寿命预测方法研究[D]. 上海:上海交通大学,2008.
XU G P. *Research on life forecasting methods of a DTG based on support vector machine* [D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Doctoral Dissertation, 2008. (in Chinese)
- [3] 张连超,范世珣,范大鹏,等. 动力调谐陀螺再平衡回路数字化的研究与实现[J]. 光学精密工程, 2007,15(12):1974-1981.
ZHANG L CH, FAN SH X, FAN D P, et al. .
- Research and implementation of digital control of dynamically tuned gyroscope rebalance loop [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15 (12): 1974-1981. (in Chinese)
- [4] ALI E, JOHN F M, PAUL A T. Direct and two-step methods for closed-loop identification: a comparison of asymptotic and finite data set performance [J]. *Journal of Process Control*, 2000, 10 (6): 525-537.
- [5] PAUL V H. Closed-loop issues in system identification [J]. *Annual Reviews in Control*, 1998, 22: 173-186.
- [6] EDWIN T D, PAUL V H. Analysis of closed-loop identification with a tailor-made parameterization [J]. *European Journal of Control*, 2000, 6 (1): 54-62.
- [7] FORSSELL U, LJUNG L. Closed-loop identification revisited [J]. *Automatica*, 1999, 35 (7): 1215-1241.

- [8] SODERSTROM, STOICA T P, TRULSSON E. Instrumental variable methods for closed-loop systems [C]. *Proc. of the 10th IFAC World Congress on Automatic Control*, 1987: 363-368.
- [9] ZHANG Y, WEN C Y, SOH Y C. Indirect Closed-Loop Identification by Optimal Instrumental Variable Method [J]. *Automatica*, 1997, 33 (12): 2269-2271.
- [10] GILSON M, PAUL V H. On the relation between a bias-eliminated least-squares (BELS) and an IV estimator in closed-loop identification [J]. *Automatica*, 2001, 37(10): 1593-1600.
- [11] GILSON M, PAUL V H. Instrumental variable methods for closed-loop system identification [J]. *Automatica*, 2005, 41: 903-908.
- [12] LJUNG L. *System Identification: Theory for the User* [M]. Prentice Hall PTR, 1999.
- [13] 郝颖. 动力调谐陀螺仪关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2006.
HAO Y. *Study on Crucial Technologies of Dynamically Tuned Gyroscope* [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2006. (in Chinese)
- [14] 姚杰, 王建宏. 飞机颤振模态参数的辅助变量方差辨识及渐近分析[C]. 第三十一届中国控制会议, 合肥, 中国, 2012: 2005-2012.
YAO J, WANG J H. Instrumental variable covariance method and asymptotic analysis for the aircraft flutter model parameter identification [C]. *Proceedings of the 31st Chinese Control Conference, Hefei*, 2012: 2005-2012. (in Chinese)
- [15] GILSON M, GARNIER H, YOUNG P, et al.. A refined IV method for closed-loop system identification [C]. *14th IFAC Symposium on System Identification, Newcastle*, 2006: 903-908.
- [16] 肖前进, 贾宏光, 章家保, 等. 电动舵机伺服系统非线性辨识及补偿[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(8): 2038-2047.
XIAO Q J, JIA H G, ZHANG J B, et al.. Identification and compensation of nonlinearity for electromechanical actuator servo system [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(8): 2038-2047. (in Chinese)
- [17] JUAN C A, GRANHAM C G, PAUL V H. A virtual closed-loop method for closed-loop identification [J]. *Automatica*, 2011, 47: 1626-1637.
- [18] YURI A W, HUANG B. Closed-loop identification condition for ARMAX models using routine operating data [J]. *Automatica*, 2011, 47: 1534-1537.
- [19] VINCENT T L, CARLO N, HSU K, et al.. Input design for structured nonlinear system identification [J]. *Automatica*, 2010, 46: 990-998.
- [20] GEVERS M, LJUNG L, PAUL V H. Asymptotic variance expressions for closed-loop identification [J]. *Automatica*, 2001, 37: 781-786.

作者简介:



赵建远(1986—),男,山东潍坊人,博士研究生,2010年于天津大学获得学士学位,主要从事惯性元件及控制理论方面的研究。E-mail: jianyuan_tju@126.com



李醒飞(1966—),男,湖北天门人,教授,博士生导师,2000年于天津大学获得博士学位,2003赴美国密歇根大学学习和工作,主要从事惯性元件,测试计量技术及仪器等方面的研究工作。E-mail: lixf@tju.edu.cn