

文章编号 1004-924X(2014)05-1280-09

利用恒星与地磁场确定卫星自主轨道

徐国栋, 李鹏飞*, 董立珉, 侯天蕊

(哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:提出一种适用于低轨道卫星的自主导航方法。与以往采用星光角距作为观测量的方法不同,该方法利用卫星平台中常见的星敏感器和地磁敏感器确定卫星实时轨道参数;通过对星敏感器的观测数据进行适当转换,将卫星位置单位矢量观测方程转换为线性化方程;对地磁场强度与轨道高度的关系进行拟合,利用磁强计观测数据求取地心距;采用拉格朗日差值算法确定卫星初轨,为滤波器提供初值。由于二体轨道动力学模型的一阶线性化近似引入的系统模型误差影响了滤波器性能,而一阶导数函数值的线性组合可替代高阶导数的函数值,并降低计算量,所以本文在扩展 KALMAN 滤波器的设计过程中,对状态方程进行了高阶线性化处理,从而提高了滤波器状态方程的离散化精度。最后,用仿真实验验证了这种低轨卫星轨道确定方法的有效性与实用性。

关键词:低轨道(LEO)卫星;自主轨道确定;星载敏感器;最小二乘法;卡尔曼滤波

中图分类号:V241.6;V448.22 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20142205.1280

Determination of satellite autonomous orbit based on star light and geomagnetic field

XU Guo-dong, LI Peng-fei*, DONG Li-min, HOU Tian-rui

(Research center of Satellite Technology, Harbin Institued of Technology, Harbin 150001, China)

* Corresponding author, E-mail:lpf_365@163.com

Abstract:An autonomous navigation method suitable for low orbit satellites is proposed. Different from traditional method that takes a start light angle as the observed variable, the method determines the real time orbital parameters by a start sensor and a geomagnetism sensor, and converses the unit vector observation equation of satellite position into linear equations by converting the observation data from the start sensor appropriately. With fitting the relationship of magnetic field strength and orbit height, it obtains the geocentric distance by using a magnetometer. Moreover, it determines the satellite initial orbit by Lagrange difference algorithm to provide initial value for the filter. As the performance of the filter is effected by the system model error caused from the first-order linear approximation of two body dynamic orbit model, and the high order derivative function values can be replaced by a linear combination of one order derivative function values, this paper processes the state equation by a higher order linearity in design of the KALMAN filter to reduce the calculation. By proposed method, the discretized accuracy of state equation for the filter is improved greatly. Finally, a simulation experiment is performed, which verifies that the method is effective and feasible.

Key words:Low Earth Orbit(LEO) satellite;autonomous orbit determination;spaceborne sensor;least square method;Kalman filter

收稿日期:2013-12-05;修订日期:2014-01-25.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2008AA8051602)

1 引言

卫星轨道确定包括初始轨道确定和轨道估计两个过程。以若干次少量观测数据直接计算出卫星轨道的六要素称为初轨确定。利用大量观测数据,引入轨道摄动模型,通过采用合适算法提高定轨精度,称为轨道估计。两个过程中,获取观测数据的任务通常由地面站完成。

据统计,目前地面测控站每天处理来自地球应用卫星的数据约 10^{13} 位,巨大数据量使星地通信的出错概率和测控成本迅速上涨^[1]。因此自20世纪80年代,卫星自主定轨理论与技术研究得到了普遍的重视。具有自主导航能力的卫星不仅可减少其运行时对地面站的依赖,而且可降低在轨运行成本。

基于GPS的卫星自主轨道确定方法可以达到较高的定轨精度,其精度可以达到几十米量级^[2-3]。但是采用此种方法仍然依赖人造天体,不能称之为真正意义上的自主定轨^[4]。文献[5-6]对基于恒星角距的自主天文导航方法进行了研究,建立了以地球矢量与星光矢量夹角为输入量的观测方程^[7]。由于这种观测方程是亏秩方程,缺少关于距离的信息量输入,导致滤波器的输出容易发散^[8]。针对这一问题,文献[9-10]提出利用星光折射间接计算地心距的方法,一定程度上弥补了传统方法的不足。然而在研究中发现,星光发生星光折射的时间和星光折射方程受大气密度影响较大,因此难以应用到实际工程中。

目前以海平面为基准 $-1 \sim 600$ km 之内,国际地磁参考场模型已较为完备^[11]。对于轨道高度在这一范围内的近地轨道卫星,地磁场模型中包含了位置信息,为卫星的自主轨道确定提供了契机。自1989年由美国Cornell大学的研究人员提出利用测量地球磁场确定卫星轨道以来,这一研究方向引起了国内外学者的广泛关注,已有文献对利用地磁场确定卫星轨道的技术进行了研究^[12],但仅利用地磁矢量进行滤波定轨信息量不足,容易导致滤波发散,且存在滤波初始值不能自主确定的问题。

本文利用卫星平台中常见的星传感器和地磁

传感器确定卫星实时轨道参数,摒弃了通常采用的星光角距的观测方法^[13-14]。首先利用星传感器与地球传感器计算卫星在地心固连坐标系下位置的单位矢量,而后应用最小二乘法拟合轨道高度与地磁场强度关系,求出卫星地心距,从而确定卫星在地心坐标系下位置矢量。在卫星轨道估计过程中,利用Runge-Kutta算法,对卫星轨道动力学模型的一阶时间导数进行线性组合作为滤波器状态方程,既避免求解偏微分方程的复杂过程,又保持了较高的精度。仿真结果也进一步验证了该算法的有效性。

2 轨道动力学模型与地磁矢量模型

2.1 轨道动力学模型

对于低轨道卫星,其轨道模型还应在二体模型中加入地球非球形摄动加速度与大气阻力加速度。

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{v}, \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{\mu}{r^3} \mathbf{R} + \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2, \quad (2)$$

式中: $\mathbf{R} = [x, y, z]$, $\mathbf{v} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]$ 分别表示地球赤道惯性坐标系下的位置矢量与速度矢量, μ 为地球引力常数; r 为卫星与地心之间的距离。 \mathbf{A}_1 为地球非球形摄动加速度。 \mathbf{A}_2 为大气阻力加速度, $\mathbf{A}_2 = [A_{2x}, A_{2y}, A_{2z}]$ 。计算过程见文献[15]。

2.2 地磁场矢量模型

国际地磁学与高空大气物理学协会(IAGA)对地磁场进行了长期观测与研究,得出地磁场势函数 V 可以表示为卫星的位置函数^[16]:

$$V(R, \theta, \varphi) = R_c \sum_{n=1}^k \left(\frac{R_c}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n J_n^m, \quad (3)$$

式中: $J_n^m = P_n^m(\cos \theta) [g_{n,m} \cos m\varphi + h_{n,m} \sin m\varphi]$, R_c 为地球的赤道半径, r 为卫星为地心距, θ, φ 分别为地理纬度与经度, $P_n^m(\cos \theta)$ 为施密特函数, $g_{n,m}, h_{n,m}$ 为高斯系数, IGRF 模型提供相应的高斯系数表(采用IGRF2010高斯系数表)。

地球磁场强度矢量 \mathbf{B} 可以表示为地磁场势函数的负梯度,即 $\mathbf{B} = -\nabla V$, 因此可以得出地磁场矢量与卫星所在位置之间的关系:

$$\begin{cases} \mathbf{B}_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\sum_{n=1}^k \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} (n+1) \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) P_n^m \cos \theta \\ \mathbf{B}_\theta = -\frac{\partial V}{r \partial \theta} = -\sum_{n=1}^k \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \frac{\partial P_n^m \cos \theta}{\partial \theta} \\ \mathbf{B}_\varphi = -\frac{\partial V}{r \sin \theta \partial \varphi} = -\frac{1}{\sin \theta} \sum_{n=1}^k \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^n m (-g_n^m \sin m\varphi + h_n^m \cos m\varphi) P_n^m \cos \theta \end{cases} \quad (4)$$

3 星-地-磁敏感器确定卫星位置矢量

轨道确定原理如图 1 所示, (x_r, y_r, z_r) 为地心惯性坐标系, (x_b, y_b, z_b) 为卫星本体固连坐标系, 设卫星在轨道 S 上运行, 在 T_1, T_2 时刻位于图中 s_1, s_2 位置, $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ 为卫星在位置 s_1, s_2 处地球敏感器测量地心单位矢量, 设 (x_r, y_r, z_r) 坐标系到 (x_b, y_b, z_b) 坐标系的转移矩阵为 \mathbf{A}_r^s , 则卫星在 (x_r, y_r, z_r) 坐标系的位置矢量可以表示为:

$$\mathbf{S}_i = -r(\mathbf{A}_r^s)^{-1} \mathbf{E}_i \quad i = 1, 2, 3 \dots, \quad (5)$$

式中: \mathbf{E}_i 为卫星在 T_i 时刻位置 s_i 处测量的地心单位矢量, r 为卫星相对地心距离。

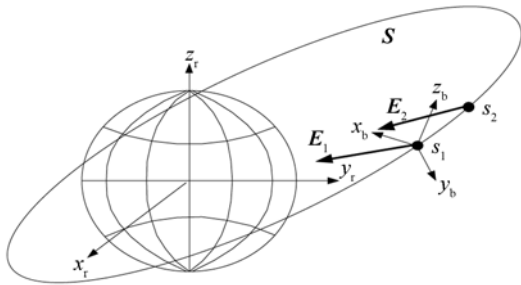


图 1 轨道确定原理图

Fig. 1 Principle diagram of orbit determination

由式(4)可知卫星位于地磁场范围内 s_i 点处的地磁场强度为:

$$|\mathbf{B}_i| = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2 + B_\varphi^2} \quad (6)$$

地磁场强度是一个标量, 含有 r 信息, 通过最小二乘法拟合出 $|\mathbf{B}_i|$ 与 r 的关系:

$$r = f(|\mathbf{B}_i|) \quad (7)$$

将式(1)带入式(5), 可求出任意时刻卫星在 (x_r, y_r, z_r) 坐标系下的位置矢量 \mathbf{S}_i 。

3.1 卫星位置单位矢量的确定

在卫星本体固连坐标系下对两个已知恒星矢

量进行测量, 可以求出卫星本体固连坐标系到地心惯性坐标系的转移矩阵。设在地心固连坐标系 (r 系) 下两互不平行的参考恒星矢量为 $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$, 它们在卫星本体固连坐标系 (s 系) 中测得的观测矢量为 $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{V}$ 与 \mathbf{U} 的关系为:

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}_r^s \mathbf{V} \quad (8)$$

式中: 在卫星星上时间已知时, $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$ 为已知量, \mathbf{A}_r^s 为 r 系到 s 系的转移矩阵。令:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_r = [\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{R}_2 \quad \mathbf{R}_3] \\ \mathbf{M}_s = [\mathbf{S}_1 \quad \mathbf{S}_2 \quad \mathbf{S}_3] \end{cases} \quad (9)$$

式中:

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{V}_1 \quad \mathbf{R}_2 = \frac{\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2}{|\mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2|} \quad \mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_1 \times \mathbf{R}_2$$

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{U}_1 \quad \mathbf{S}_2 = \frac{\mathbf{U}_1 \times \mathbf{U}_2}{|\mathbf{U}_1 \times \mathbf{U}_2|} \quad \mathbf{S}_3 = \mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_2$$

则: $\mathbf{A}_r^s = \mathbf{M}_s \mathbf{M}_r^{-1}$

在 s 系中地球敏感器测量的地心矢量为 $\mathbf{E}_s = [e_{s,x} \quad e_{s,y} \quad e_{s,z}]^T$, 在 r 系下卫星单位矢量为: $\mathbf{E}_r = [e_{r,x} \quad e_{r,y} \quad e_{r,z}]^T = -(\mathbf{A}_r^s)^{-1} \mathbf{E}_s$, 因此式(3)和式(4)中 θ, φ 表示为:

$$\begin{cases} \theta = \arcsin(e_{r,z} / \sqrt{e_{r,x}^2 + e_{r,y}^2 + e_{r,z}^2}) \\ \varphi = \text{ctg}(e_{r,y} / e_{r,x}) \end{cases} \quad (10)$$

3.2 轨道高度与磁场强度关系函数的拟合

从式(4)可知地磁场强度 $|\mathbf{B}_i|$ 包含卫星轨道高度信息, 采用最小二乘法对卫星距地心距 r 与地磁场强度的关系进行拟合, 在卫星位置单位矢量已知的条件下, 由式(4)和式(6)得出不同地心距 r 对应的磁场强度。在 θ, φ 已经确定的情况下, 根据地磁场模型计算出不同轨道高度对应的地磁场强度序列:

$$|\mathbf{B}_i| \quad i = 1, 2, 3 \dots N \quad (11)$$

根据 $|\mathbf{B}_i|$ 变化趋势用二次方程对公式(7)进行参数估计, 令:

$$| \mathbf{B}_i | = \mathbf{H}\mathbf{X} + v_i = [h_i^2 \quad h_i \quad 1] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} + v_i. \tag{12}$$

作为观测方程进行最小二乘拟合, 式中 v_i 为第 i 次地磁场强度的测量误差, 则:

$$\hat{\mathbf{X}} = [a \quad b \quad c]^T = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{B}. \tag{13}$$

因此可确定卫星轨道高度与地磁场强度之间的关系: $| \mathbf{B}_i | = f(h) = ah^2 + bh + c$.

4 初轨确定与轨道估计

4.1 基于卫星位置矢量的初始轨道确定

在确定卫星位置矢量的情况下, 假设两次测量时间差为 Δt , 得出两个时刻卫星的位置矢量 $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$, 通过两个位置矢量的轨道有无限多, 但在时间差为 Δt 的约束条件下, 可确定的轨道是唯一的。令第 i 观测时刻为 t_i , 得出卫星矢量为 \mathbf{P}_i 。应用拉格朗日插值公式, 矢量 \mathbf{P} 的时间函数可以表示为:

$$\mathbf{P}(t) = \sum_{j=0}^N \mathbf{P}_j l_j(t), \tag{14}$$

式中: $l_j(t)$ 是拉格朗日基本多项式, 可表示为:

$$l_j(t) = \prod_{i=0, i \neq j}^N \frac{t - t_i}{t_j - t_i} = \frac{(t - t_0) \dots (t - t_{j-1})(t - t_{j+1}) \dots (t - t_N)}{(t_j - t_0) \dots (t_j - t_{j-1})(t_j - t_{j+1}) \dots (t_j - t_N)}. \tag{15}$$

将式(14)对时间 t 微分, 可得速度的时间函数:

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \sum_{j=0}^N \mathbf{P}_j \dot{l}_j(t). \tag{16}$$

根据以上推导可以初步确定卫星在任意时刻的位置矢量与速度矢量, 进而确定卫星轨道六参数。

4.2 EKF 算法

对于一个非线性连续系统, 其状态方程是对状态向量的数学描述。一般情况下, 定义状态向量 $\mathbf{X} = [x_1 \dots x_n]^T$, 且 \mathbf{X} 是有限维的。确定性动态系统为:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{X}(t)), t \in T = [t_0, t_f] \subset \mathbb{R}. \tag{17}$$

因传感器的输出通常是对状态向量的间接描述, 即系统的观测向量 $\mathbf{Z}(\mathbf{Z} = [z_1 \dots z_m]^T)$ 与状态向量的关系可以用如下方程描述:

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{K}(t, \mathbf{X}(t)), t \in T = [t_0, t_f] \subset \mathbb{R}. \tag{18}$$

目前已经证明在工程实践中, 非线性系统状态方程的理论解一般是存在的^[16]。设式(17)的解析解为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{X}(t), t), t \in T = [t_0, t_f] \subset \mathbb{R}. \tag{19}$$

设系统传感器采样间隔 $\Delta t = t_{k+1} - t_k (k = 0, 1, 2, \dots)$ 为常值, 记 $\mathbf{X}(k)$ 为 t_k 时刻的系统状态值并对采样间隔归一化, 则由式(19)得:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{F}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) + \boldsymbol{\tau}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) \mathbf{W}_{k-1}, \tag{20}$$

其中: $\boldsymbol{\tau}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1)$ 是系统一步误差转移矩阵, 将式(20)围绕滤波值 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 展成泰勒公式, 同时略去二阶即以上项, 得

$$\mathbf{X}_k \approx \mathbf{F}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}, k-1) + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \hat{\mathbf{X}}_{k-1}} (\mathbf{X}_{k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{k-1}) + \boldsymbol{\tau}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) \mathbf{W}_{k-1}. \tag{21}$$

整理式(21)则系统状态方程为:

$$\mathbf{X}_k = \boldsymbol{\phi}_{k, k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \boldsymbol{\tau}(\mathbf{X}_{k-1}, k-1) \mathbf{W}_{k-1} + \Delta \boldsymbol{\phi}_{k-1} \begin{cases} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \hat{\mathbf{X}}_{k-1}} = \boldsymbol{\phi}_{k, k-1} \\ \mathbf{F}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}, k-1) - \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \hat{\mathbf{X}}_{k-1}} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} = \Delta \boldsymbol{\phi}_{k-1} \end{cases}. \tag{22}$$

同理将式(18)在一步预测值 $\hat{\mathbf{X}}_{k, k-1}$ 处泰勒展开得:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \Delta \mathbf{Y}_k + \mathbf{V}_k \begin{cases} \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{X}_k} = \mathbf{H}_k \\ \mathbf{K}(\hat{\mathbf{X}}_{k, k-1}) - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{X}_k} \hat{\mathbf{X}}_{k, k-1} = \Delta \mathbf{Y}_k \end{cases}. \tag{23}$$

将式(22)与式(13)应用 KALMAN 滤波基本方程处理。

从以上描述中可以发现 EKF 算法在实际应用中面临以下困难:

- (1) 对于型如式(17)的系统状态方程, 求解状态向量的具体解析表达式有时会变的非常困难, 在实际问题中, 往往会遇到微分矩阵函数 $f(t, \mathbf{X}(t))$ 的积函数无法用初等函数表示。

(2) 由式(19)和式(20)可知, 必须保证采样间隔 Δt 足够小使得 \mathbf{X} 从 t_k 时刻到 t_{k+1} 时刻增量极小。在实际问题中, Δt 由传感器的采样频率决定, 而传感器的采样频率通常具有上限, 如卫星平台中的星敏感器的采样频率不会超过几赫兹。

4.3 基于高阶近似解的改进型 EKF 算法

为了解决 EKF 算法在实际应用中面临的困难, 利用系统状态方程的近似解作为滤波算法的状态方程, 从而避免复杂的状态方程求解过程; 为降低状态向量的一步估计误差, 采用 Runge-Kutta 算法对系统状态方程进行高阶近似。

4.3.1 卫星轨道状态方程 Runge-Kutta 近似

运用四阶 Runge-Kutta 算法对式(17)做离散化处理, 可使状态方程的截断误差达到五阶^[17]。

选用标准四阶 Runge-Kutta 公式:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{3 \times 3}^1 = 1 - \frac{1}{2} \mathbf{a}T^2 + \frac{1}{24} \mathbf{a}^2 T^4 \\ \mathbf{A}_{3 \times 3}^2 = T + \frac{1}{6} \mathbf{a}T^3 \\ \mathbf{A}_{3 \times 3}^3 = -\mathbf{a}T + \frac{1}{6} \mathbf{a}^2 T^3 \\ \mathbf{A}_{3 \times 3}^4 = 1 - \frac{1}{2} \mathbf{a}T^2 + \frac{1}{24} \mathbf{a}^2 T^4 \end{cases} \quad \mathbf{a} = \frac{\mu J_2 \left(\frac{R_e}{r} \right)}{r^3} \left\{ \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 4.5 \end{bmatrix} - 7.5 \frac{z^2}{r^2} \mathbf{I}_{3 \times 3} \right\} - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{I}_{3 \times 3}. \quad (27)$$

4.3.2 高阶 EKF 滤波算法

对卫星轨道动力学状态方程分别作泰勒级数与 runge-kutta 离散化处理。离散化状态方程为式(27), 并计算其雅克比矩阵 $\boldsymbol{\varphi}_{k/k-1}$ 。

根据星-地-磁敏感器输出数据可以计算出卫星位置矢量, 因此观测方程可以简单表示为:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}\mathbf{X}_k + \mathbf{V}, \quad (28)$$

其中: $\mathbf{H} = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}]$; \mathbf{V} 为测量噪声序列。

选取式(27)作为状态方程, 进一步预测误差方差矩阵:

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \boldsymbol{\varphi}_{k/k-1} \mathbf{P}_k \boldsymbol{\varphi}_{k/k-1}^T + \mathbf{Q}. \quad (29)$$

滤波增益矩阵:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}^T [\mathbf{H} \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1}. \quad (30)$$

估计误差方差矩阵:

$$\mathbf{P}_k = [\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}] \mathbf{P}_{k/k-1}. \quad (31)$$

最后, 状态估计值为:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}\mathbf{X}_{k/k-1}]. \quad (32)$$

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 = \mathbf{T}\mathbf{F}\mathbf{X}_k \\ k_2 = \mathbf{T}\mathbf{F}(\mathbf{X}_k + \frac{1}{2}k_1) \\ k_3 = \mathbf{T}\mathbf{F}(\mathbf{X}_k + \frac{1}{2}k_2) \\ k_4 = \mathbf{T}\mathbf{F}(\mathbf{X}_k + k_3) \end{cases}, \quad (24)$$

式中: \mathbf{F} 是式(17)的矩阵形式, 根据式(3), 设卫星轨道动力学状态方程为:

$$\dot{\mathbf{X}}_k = \mathbf{A}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{W}_k. \quad (25)$$

整理式(24), 推导出 \mathbf{A} 的表达式为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{3 \times 3}^1 & \mathbf{A}_{3 \times 3}^2 \\ \mathbf{A}_{3 \times 3}^3 & \mathbf{A}_{3 \times 3}^4 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

其中:

5 仿真过程与结果

5.1 仿真条件

为了验证自主导航方法的有效性, 在 PC 机上利用 MatlabR2007b 软件进行数值仿真, 仿真所使用的卫星标称轨道数据由 STK (Satellite Tool Kit) 软件采用 HPOP (The High-precision Orbit Propagator) 轨道预报模型产生。坐标系为 J2000 地心赤道惯性系。

基本条件如下:

(1) 标称轨道参数

长半轴 a 为 7 182.240 km, 离心率 e 为 1.5×10^{-3} , 轨道倾角 i 为 98.46° , 升交角赤经 Ω 为 30° , 近升角距 ω 为 30° , 偏近点角 E 为 260.7°

(2) 星载敏感器测量精度

星敏感器为 $4'' (1\sigma)$, 地球敏感器为 $0.08^\circ (1\sigma)$, 磁强计为 $137 \text{ nT} (1\sigma)$

(3) 卫星入轨参数

X 轴向位置为 4.9549×10^6 km, Y 轴向位置为 -5.1845×10^6 km, Z 轴向位置为 7.2236×10^6 km, X 轴向速度为 -804.2178 m/s, Y 轴向速度为 -758.3195 m/s, Z 轴向速度为 7.3785×10^3 m/s

(4) 假设星敏感器视场为 $15^\circ \times 15^\circ$, 以 STK 软件产生轨道数据作基础, 通过式(3)产生地球磁场强度数据, 结合恒星星历产生卫星本体坐标系下的恒星单位位置矢量。

5.2 轨道高度与地磁场强度的拟合

根据式(12)和(13), 对同一经度(125°)不同纬度($9^\circ, 89^\circ$)轨道高度与地磁场强度关系进行拟合。结果如图 2 所示, 左侧图为拟合曲线, 右侧图为根据地磁场强度估计的轨道高度误差, 上侧图与下侧图分别显示同一经度(东经 125°)不同纬度($9^\circ, 89^\circ$)拟合情况, 从仿真结果可以看出, 在同样测量条件下, 由于纬度越高地磁场强度越强, 轨道高度误差越小, 在纬度 9° 时, 轨道高度误差小于 5 km。纬度为 89° 时, 轨道高度误差小于 4 km。

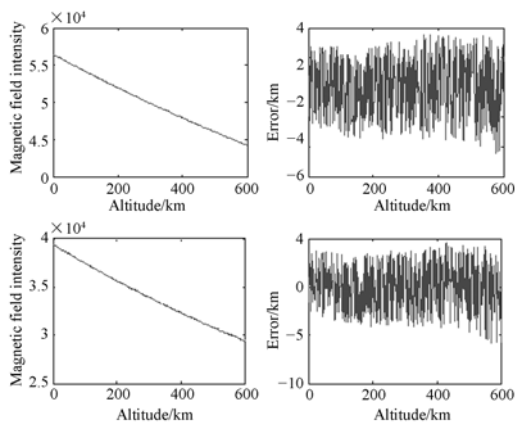


图 2 轨道高度与地磁场强度拟合

Fig. 2 Fitting between altitude and magnetic field intensity

5.3 初轨确定仿真

理论上, 根据式(14)与(15)可知, 采样时间间隔趋于无穷小时, 初始轨道的拟合过程是连续的。在星载敏感器具有较高精度的同时, 提高敏感器的采样频率会有效的降低初轨确定误差。

相邻采样点时间间隔 Δt 分别为 2、20、30 和 60 s, 式(16)中 N 分别取 2、3 和 4 时, 对所估计的位置方差进行统计, 结果如表 1 所示。从仿真

结果可以看出, 初始轨道确定中位置误差主要受 Δt 影响, 而受 N 值影响较小。 Δt 越长, 速度误差越小, 仿真结果与理论分析是一致的。图 3 所示为 $N=3, \Delta t=30$ s 时, 1 000 次速度误差统计结果。从图中可以看出速度误差为均匀分布, 误差最大值在 200 m/s 以内。此条件下初始轨道确定时间为 1.5 min。

表 1 初始轨道确定中位置方差

Tab. 1 Position variance in determining initial orbit

观测次数	2 s	20 s	30 s	60 s
2	3.40×10^6	3.19×10^4	1.53×10^4	4.02×10^3
3	3.39×10^6	3.51×10^4	1.52×10^4	3.87×10^3
4	6.46×10^6	6.09×10^4	2.67×10^4	6.78×10^3

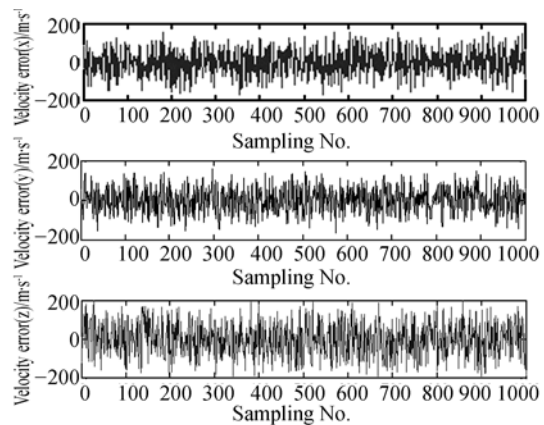


图 3 初始轨道确定中速度误差

Fig. 3 Velocity variance in determining initial orbit

5.4 轨道确定仿真

图 4~7 给出了所提出的自主导航方法在不同滤波周期的仿真结果。

(1) 滤波周期为 $T=5$ s, 卫星的位置方差与速度方差如图 4、图 5 所示。

(2) 滤波周期为 $T=60$ s, 卫星位置方差与速度方差如图 6、图 7 所示。

由以上仿真结果可见, 卫星自主轨道确定方法及所设计的高阶滤波器, 在滤波周期为 5 s 时, 位置方差在 600 m 以内。因采用轨道动力学方程的高阶近似, 在滤波周期增至 60 s 时, 位置方差有所增大, 但定轨精度仍然在 1 000 m 以内, 滤波稳定, 仍能够满足一般应用卫星的需要。

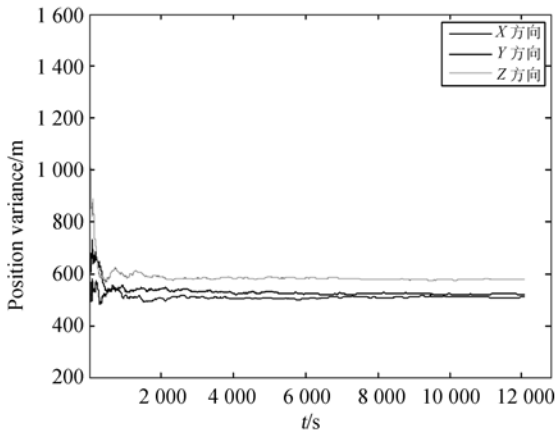


图 4 短滤波周期位置方差

Fig. 4 Position variance in short period of filter

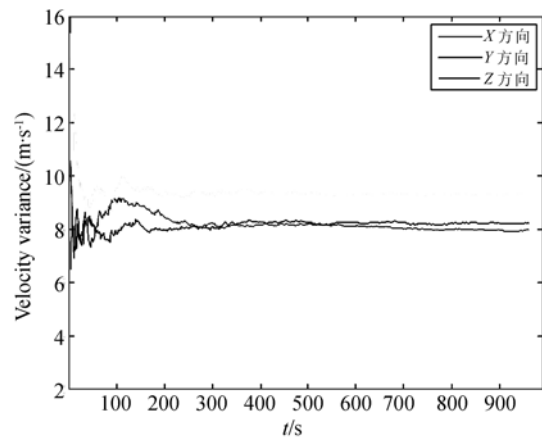


图 7 长滤波周期速度方差

Fig. 7 Velocity variance in long period of filter

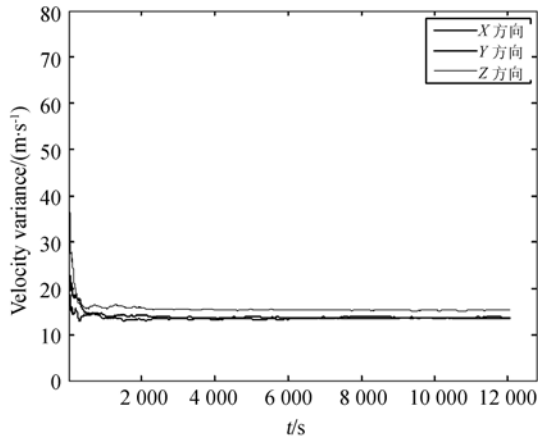


图 5 短滤波周期速度方差

Fig. 5 Velocity variance in short period of filter

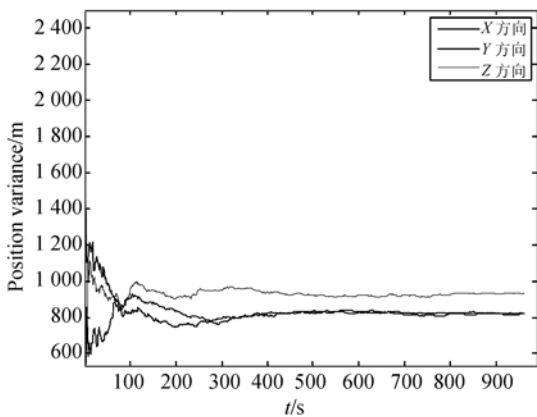


图 6 长滤波周期位置方差

Fig. 6 Position variance in long period of filter

5.5 对比性仿真验证

连续的状态方程在做离散化处理时，递推步长的增加会增大状态方程的离散化误差，图 8 显示递推步长为 $T=20\text{ s}$ 时，状态方程分别采用一阶递推与四阶 runge-kutta 递推开环误差比较，从图中可以看出一阶递推发散速度远大于 runge-kutta 递推的发散速度，因此在结合卫星的观测数据修正后会达到比传统扩展卡尔曼滤波器更精确的轨道参数。

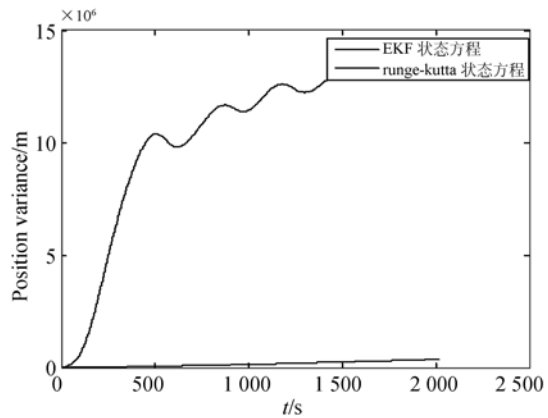


图 8 状态方程误差比较

Fig. 8 Comparison of errors from state equations

在 5.1 节仿真条件下，滤波周期 $T=5\text{ s}$ ，进行与传统的星光角距导航方法的对比性仿真验证，仿真结果如图 9 所示，由于引入了地磁场强度的信息，使星-地-磁导航方法在具有自主初始轨道确定的同时，进一步降低了导航误差。

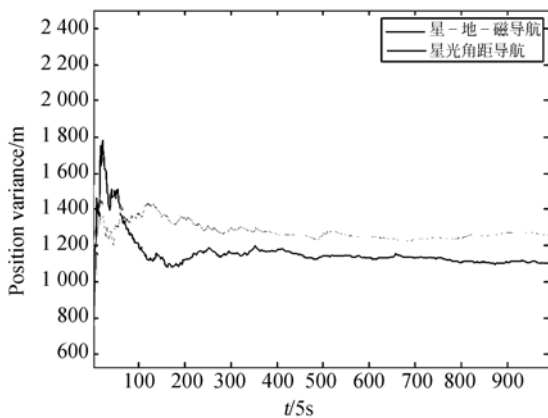


图9 与星光角距导航方法的误差比较

Fig.9 Error comparison with starlight angular distance navigation method

6 结 论

针对低轨卫星自主轨道确定问题,采用卫星

上常用星敏感器、地球敏感器和磁强计的输出作为观测量。

在卫星轨道估计方面,对EKF滤波器进行了改造,应用系统状态方程的高阶近似解替代一阶近似解或真实解,既兼顾滤波精度又避免了复杂的求解计算。与EKF算法在卫星轨道估计过程中通常采用的一阶时间离散近似相比,虽然文中对EKF的改进算法中雅克比矩阵的计算量较大,但是这一过程可在离线状态下完成,并不会影响滤波的实时性。仿真结果表明,在滤波周期为60s时,滤波是稳定的,定轨精度在1000m以内。本文所提出的方法不仅可以自主地完成卫星的轨道估计,而且也可以在不与地面站通信的情况下,完成卫星初始轨道确定,是一种实际意义上的卫星自主轨道确定方法。

参考文献:

- [1] WHITE R L, GUONLEY R B. *Satellite Autonomous Navigation with SHAD* [M]. The Charles Stark Draper Laboratory, 1987.
- [2] MERTIKAS S, RIZOS C. On-line detection of abrupt changes in the carrier-Phase measurements of GPS [J]. *Journal of Geodesy*, 1997, 71:469-482.
- [3] MONTENBRUCK O, HELLEPUTTE T, REMCO KROES, et al. Reduced-dynamic orbit determination using GPS code and carrier measurements[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2005, 9(13): 261-271.
- [4] 李勇,魏春岭.卫星自主导航技术发展综述[J]. *航天控制*, 2002, 20(2):70-74.
LI Y, WEI CH L. Review on the development of autonomous navigation techniques for satellites [J]. *Aerospace Control*, 2002, 20(2): 70-74. (in Chinese)
- [5] 王鹏,张迎春.基于星敏感器/红外地平仪的自主导航算法研究[J]. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(8):1514-1518.
WANG P, ZHANG Y CH. Research on autonomous navigation algorithm based on star sensor and infrared horizon sensor [J]. *Systems Engineering and Electronic*, 2008, 30(8):1514-1518. (in Chinese)
- [6] WIEGAND M. Autonomous satellite navigation via kalman filtering of magnetometer data[J]. *Acta Astronautica*, 1996, 38(4):395-403.
- [7] SUNEEL I S. *The Use of Variable Celestial X-RAY Sources For Spacecraft Navigation*[D]. Maryland: Department of Aerospace Engineering University of Maryland, 2005:180-185.
- [8] 马剑波,徐劲,曹志斌.一种利用星敏感器的卫星自主定轨方法[J]. *中国科学G辑*, 2005, 35(2): 213-224.
MA J B, XU J, CAO ZH B. Use of a star sensor based autonomous orbit determination of satellites [J]. *Science in china ser. G Physics, Mechanics & Astronomy*, 2005, 35(2):213-224. (in Chinese)
- [9] MICHAEL A, JOSEPH B. Optical navigation system [C]. *AIAA Guidance Navigation and Control Conference. Oregon: American Institute of Aeronautics and Astronautics Press*, 2010:3462-3484.
- [10] 宁晓琳,王华龙.一种星光折射卫星自主导航系统方案设计[J]. *宇航学报*, 2012, 33(11): 1601-1611.
NING X L, WANG L H. A scheme design of satellite autonomous navigation system based on stel-

- lar refraction[J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(11):1601-1611. (in Chinese)
- [11] SHORSHI G, BAT-ITZHACK Y. Satellite autonomous navigation based on magnetic field measurements [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1995, 18(4):843-850.
- [12] DEUTSCHMANN J K. Evaluation of attitude and orbit estimation using actual earth magnetic field data [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2001, 24(3):616-623.
- [13] 孙俊, 张世杰, 李葆华. 利用地球紫外和恒星可见光的卫星自主导航[J]. *光学 精密工程*, 2013, 21(5):1192-1198.
SUN J, ZHANG SH J, LI B H. Autonomous navigation based on star light and ultraviolet earth sensors [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(5):1192-1198. (in Chinese)
- [14] CARLOS ROITHMAYR. Contributions of spherical harmonics magnetic and gravitational fields [R]. USA: NASA, 1996:EG2-96-02.
- [15] 钟兴, 贾继强, 金光, 等. 机载导航白天星敏感器的探测性能及总体设计[J]. *光学 精密工程*, 2011, 19(12):2900-2906.
ZHONG X, JIA J Q, JIN G, *et al.*. Detecting performance and overall design of airborne daylight star sensor for navigation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(12):2900-2906. (in Chinese)
- [16] SIMON J, JEFFREY UHLMANN. A new method for the Nonlinear Transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(3):479-480.
- [17] 张池平. 计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 2006:94-99.
ZHANG CH P. *Calculation Method* [M]. Beijing: Science Press, 2006:94-99.

作者简介:



徐国栋(1961—), 男, 黑龙江铁力人, 研究员, 博士生导师, 1986年于哈尔滨工业大学获得硕士学位, 主要从事卫星总体设计研究。E-mail: xueguodong@163.com



李鹏飞(1982—), 男, 黑龙江铁力人, 博士研究生, 2011年于哈尔滨工程大学获得硕士学位, 主要从事卫星自主导航方法的研究。E-mail: lpf_365@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)