

文章编号 1004-924X(2014)09-2375-06

面向特大型齿轮的激光跟踪多站位定位

陈洪芳*, 闫昊, 石照耀

(北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100124)

摘要:提出了面向特大型齿轮的激光跟踪多站位定位测量方法以提高特大型齿轮激光跟踪在位测量系统的齿轮定位精度并精确确定测量仪器与被测齿轮位置与姿态的关系。根据激光跟踪仪多站位测量提供的冗余数据优化求解空间两点间共线方程,建立了特大型齿轮激光跟踪多站位测量模型。然后,提出了利用奇异值分解修正多站位测量模型解析矩阵条件数的方法。实验结果表明,使用多站位测量模型求得的不同站位待测点间距离的标准差的均值为 0.008 mm,明显小于直接在不同站位下测量的标准差均值 0.024 mm,表明多站位测量模型具有良好精度控制效果。本文的研究提高了齿轮定位时所需测量点的三维测量精度,为特大型齿轮激光跟踪多站位测量系统建立齿轮坐标模型提供了可靠的数据来源。

关键词: 齿轮测量; 激光跟踪多站位测量; 奇异值分解; 特大型齿轮

中图分类号: TG86; TN247 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20142209.2375

Laser tracking multi-station positioning method for Mega-gear

CHEN Hong-fang*, YAN Hao, SHI Zhao-yao

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronic Technology,
Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

* Corresponding author, E-mail: hfchen@bjut.edu.cn

Abstract: A mega-gear positioning method based on laser tracker multi-station measurement was developed to improve the positioning accuracy of a mega-gear measuring system based on laser tracker and to ensure the positional and attitude relation between measuring instruments and a gear. The redundant data provided by laser tracker multi-station measurement were used to solve the optimally collinear equation between two points and to establish a multi-station measurement model based on laser tracker. Then, the singular value decomposition was used to correct the conditional number of analytical matrix in the multi-station measurement model. Experimental results show that the standard deviation mean of the distance between different station points obtained by the multi-station measurement mode is 0.008 mm, which is much less than that (0.024 mm) measured by directly measurement method at different stations. These data mean that the multi-station measurement model has a high control ability for measuring precision. The research improves 3D measuring precision of gear positioning and provides a reliable data source for establishing gear coordinate models of the mega-gear measuring system based on laser tracker.

Key words: gear measurement; laser tracker multi-station measurement; singular value decomposition; mega-gear

收稿日期: 2013-10-21; 修订日期: 2013-12-12.

基金项目: 国家科技重大专项资助项目(No. 2010ZX04014-091); 国家自然科学基金资助项目(No. 50805003)

1 引言

随着国民经济和国防建设的发展,发电、矿山机械、船舶、航空航天等重要领域大型装备的需求不断提高,对这些大型装备的零部件的测量和评价也成为该项技术发展的关键,特别是直径大于 3 000 mm 的特大型齿轮^[1],由于参数、尺寸和重量超常规,它的测量技术目前已成为国际性难题。

目前国内外对于特大型齿轮测量通常采取“以大测大”的方法,即要测量大尺寸工件,就发展一种更大尺寸的测量仪器。德国 Leitz 公司开发的大型坐标测量机 PMM-G,可测量齿轮的最大直径为 6 m^[2];德国 Zeiss 公司 MMZ-G3000 大型龙门式坐标测量机,空间测量最大尺寸为 3 m×6 m×2 m^[3];德国 Klingelnberg 公司的 P350 型齿轮测量中心可测量直径 3.8 m、重量 20 t 的特大型齿轮^[4]。可以看到“以大测大”的方法中测量仪器的结构和体积随着齿轮的增大而增大,使得仪器的制造和安装非常困难,特大型齿轮的测量基准与其设计和制造基准很难一致,特大型齿轮本身存在的变形对测量结果也会产生很大影响。

北京工业大学联合哈尔滨量具刃具集团有限责任公司研制的特大型齿轮激光跟踪在位测量系统^[5-7],利用激光跟踪干涉测量系统速度快、精度高、范围大的特点来实现特大型齿轮的高精度现场测量。该项技术的难点是如何提高测量仪器与被测齿轮之间位置的测量精度,因此激光跟踪测量系统的精度控制至关重要。本文将激光跟踪多站位测量技术^[8-11]引入特大型齿轮激光跟踪在位测量系统,提出了面向特大型齿轮的激光跟踪多站位定位测量方法,建立了面向特大型齿轮的激光跟踪多站位测量模型,提高了齿轮定位时所需测量点的三维测量精度。

2 特大型齿轮激光跟踪多站位测量原理

特大型齿轮激光跟踪多站位测量系统采用激光跟踪仪和三维测量平台相结合的方式,测

量系统如图 1 所示。测量时首先根据齿轮种类和定位算法需求,用激光跟踪仪建立被测齿轮的齿轮坐标系和三维测量平台的仪器坐标系,然后经过坐标变换将齿轮坐标系、仪器坐标系统一到激光跟踪仪所在的测量坐标系中,这样即确定了齿轮坐标系与仪器坐标的直接映射关系,便于实现齿轮特征线的测量。三维平台完成齿轮误差项的测量与传统的测量没有本质区别,但由于测量范围的限制,要完成齿轮的全部测量需要不断移动三维平台,测试时需要重建三维平台的坐标系。由此可知,在整个测量系统中改进激光跟踪仪的测量方法并对激光跟踪测量系统进行精度控制是特大型齿轮激光跟踪在位测量的重要基础。

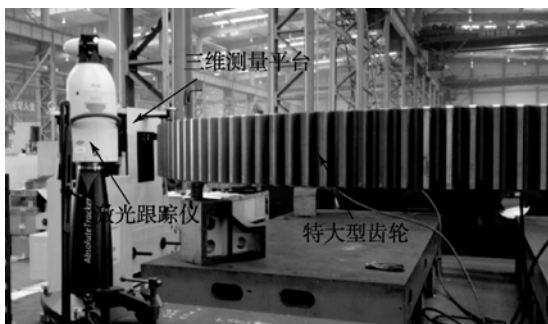


图 1 特大型齿轮激光跟踪在位测量系统

Fig. 1 Mega-gear measuring system with laser tracker

多站位测量系统模型如图 2 所示,在现场进行齿轮定位时,首先根据不同齿轮的整体几何特征,划分不同的测量空间并设置不同的站位。定位时首先在测量区域内布置若干待测点,通常大齿轮的建模需要采集齿轮上端面和齿顶圆的测量数据。激光跟踪仪在待测点区域外进行测量,依次移动激光跟踪仪获取不同站位待测点的三维坐标值,为了统一不同站下位待测点的坐标值,需要选定参考站位完成其它站位到参考站位的坐标统一。最后利用多站位提供的冗余数据进行优化运算,得到待测点的坐标改正值。由于被测齿轮很大,有时 1 个观测区域内不能覆盖所有待测点。这时可以设置多个观测区域,最后利用光束法平差进行坐标系的统一^[12]。但是考虑特大齿轮的加工精度与时间成本,通常 1 个区域内的待测点就可以满足测量需求。

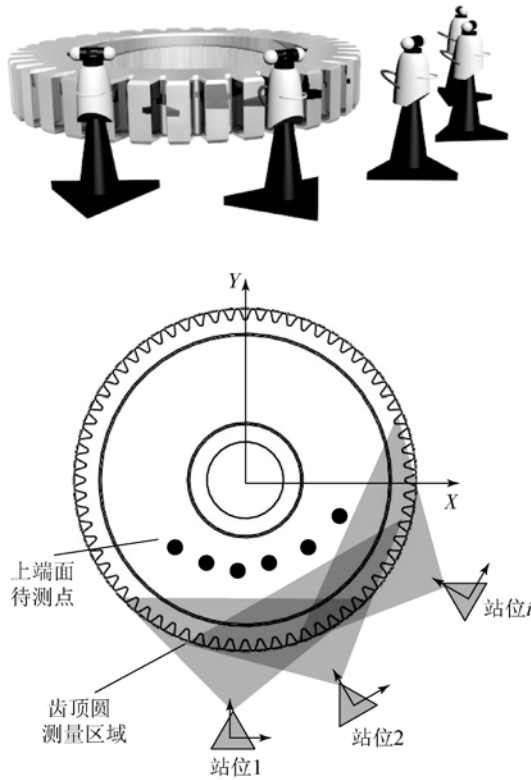


图 2 特大型齿轮激光跟踪多站位测量系统模型
Fig. 2 Laser tracker multi-station measuring model

3 激光跟踪多站位测量模型的建立

3.1 角度转换坐标方程

由于激光跟踪多站位测量模型需要利用高精度的干涉测长值作约束条件,所以激光跟踪仪采用球坐标系。每次测量结果的坐标值可以表示为 (d, α, β) , d 为距离, α 为水平角, β 为俯仰角。为了标定运算,利用式(1)将球坐标系转化成笛卡尔坐标系:

$$\begin{cases} x = d \times \sin(\beta) \times \sin(\alpha), \\ y = d \times \sin(\beta) \times \cos(\alpha), \\ z = d \times \cos(\beta). \end{cases} \quad (1)$$

3.2 多站位测量模型原理

假设激光跟踪仪在 m 个站位下测量待测点,每个站位的坐标为 (X_k, Y_k, Z_k) ,其中 $k=1, 2, \dots, m$ 。齿轮上端面有 n 个待测点,待测点的坐标为 (x_i, y_i, z_i) ,其中 $i=1, 2, \dots, n$ 。特大型齿轮激光跟踪多站位测量过程中主要利用激光跟踪仪多站位测量的高精度干涉测长值对区域内的待测点坐标进行坐标优化,从而得到高精度的待测点三维坐标。每个站位对应到待测点的距离 d_{ki} 可以根

据两点直线距离公式表示:

$$d_{ki} = \sqrt{(X_k - x_i)^2 + (Y_k - y_i)^2 + (Z_k - z_i)^2}. \quad (2)$$

由于在 m 个站位测量 n 个待测点,所以 d_{ki} 共有 $m \times n$ 个。实际测量时, d_{ki} 的真值可以利用高精度的干涉测长值 l_{ki} 代替, \tilde{d}_{ki} 为 d_{ki} 的一阶线性展开,则误差方程为:

$$v_{ki} = \tilde{d}_{ki} - l_{ki}. \quad (3)$$

设待测 (x_i, y_i, z_i) 的集合为 T , 站位坐标 (X_k, Y_k, Z_k) 的集合为 P , 激光跟踪干涉测长值的集合为 L 。则利用最小二乘方法处理式(3)得到误差的平方和 E 为:

$$E(P, T) = \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n v_{ki}^2(L, P, T). \quad (4)$$

实际解算式(4)时,由于式(3)是一个非线性方程,直接利用式(4)求解非常繁琐,所以采用下面的方法给予解决。

设未知参数为 $3n$ 个待测点坐标值 (x_i, y_i, z_i) 和 $3m$ 个激光跟踪站位坐标 (X_k, Y_k, Z_k) , 则式(3)利用泰勒级数展开可得:

$$\begin{aligned} v_{ki} = d_{ki}^0 - l_{ki} + \frac{(X_k^0 - x_i^0)}{d_{ki}^0} (dX_k - dx_i) + \\ \frac{(Y_k^0 - y_i^0)}{d_{ki}^0} (dY_k - dy_i) + \\ \frac{(Z_k^0 - z_i^0)}{d_{ki}^0} (dZ_k - dz_i). \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)中,上标为 0 的数为近似值,实际解算时待测点的近似值可以用参考站位下的测量值代替,站位坐标的近似值利用待测点匹配得到^[13]。 dX, dY, dZ, dx, dy, dz 为站位坐标和待测点的改正数。将式(5)写成矩阵表示:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (6)$$

其中: x 和 b 分别为:

$$x = [dX_1, dY_1, dZ_1, \dots, dx_n, dy_n, dz_n]^T_{1 \times 3m+3n}, \quad (7)$$

$$b = [l_{11} - d_{11}^0, l_{12} - d_{12}^0, \dots, l_{mn} - d_{mn}^0]^T_{1 \times mn}. \quad (8)$$

式(6)中 A 为大型系数矩阵,其每一行都有 6 个非 0 参数,其余均为 0,而且实际解算时由于矩阵 A 的条件数极大,通常的高斯消除并不适用。为此需要对矩阵 A 进行奇异值分解,即存在 $A = \mathbf{USV}^T$, 其中 $\mathbf{U} \in \mathbf{SO}(mn), \mathbf{V} \in \mathbf{SO}(3m+3n), \mathbf{S}$ 为奇异值的对角矩阵。将奇异值分解应用于式(6),即寻求一个向量 x 使 $\|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\| = \|\mathbf{USV}^T x - \mathbf{b}\|$

最小。利用正交矩阵的保范性,有 $\|USV^T x - b\| = \|SV^T x - U^T b\|$, 记 $y = V^T x, b' = U^T b$, 则有:

$$\begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & & s_{3m+3n} \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{3m+3n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \\ \vdots \\ b'_{nm} \end{bmatrix} \quad (9)$$

令 $y_i = b'_i / s_i (i = 1, 2, \dots, 3m + 3n)$ 。由 $y = V^T x$, 并利用正交矩阵的性质得到 $x = Vy$, 从而得到待测点 x 的改正值。由于奇异值矩阵 S 是矩阵 A 的特征反映, 为了保留系数矩阵 A 重要特征值, 引入反映系数矩阵 A 主元精度的参数 ϵ , 奇异值矩阵 S 对角线元素中任何小于 ϵ 的值都可以忽略。由此可以降低矩阵 A 的条件数, 更好地反映 A 的主元特征性。 ϵ 的值为:

$$\epsilon = (\text{主元精度误差阈值}) \cdot \max\{s_i\}, \quad (10)$$

其中: s_i 为奇异值矩阵 S 中的元素, 主元精度误差阈值根据实际测量的情况而定, 通常可以取 $10^{-2} \sim 10^{-4}$ 。

4 测量实验与结果

为了验证建立的特大型齿轮激光跟踪多站位测量模型的精度控制效果及正确性, 进行了如下实验, 设备如图 3 所示。在大理石平台上首先设置 13 个待测点并编号, 即 $n = 13$ 。然后按待测点编号移动目标测量大理石平台上的 13 个待测点。最后依次移动激光跟踪仪到不同站位下, 再次按相同编号顺序重复测量大理石平台上的待测点。

实验中移动了 5 次激光跟踪仪, 即 $m = 5$ 。共得到 65 组球坐标 (d, α, β) 的测量结果。首先根据式(1)的角度坐标转换方程将待测点的球坐标转

换为三维空间坐标值。然后以参考站位下测量的待测点坐标作为多站位模型解算时待测点的近似值, 以参考位下利用公共点匹配得到的其余站位坐标值作为模型解算时坐标站位的近似值。根据式(6)结合奇异值分解算法与精度控制阈值联合解算模型得到控制点的坐标值。

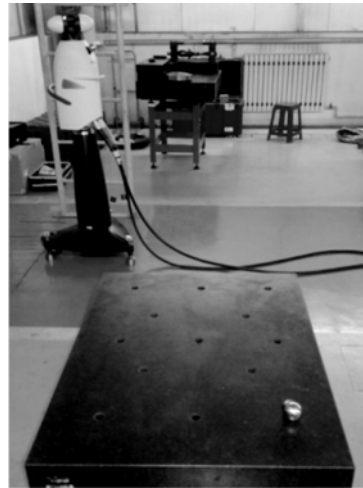


图 3 验证实验

Fig. 3 Confirmatory experiment

依次变换参考站位, 重复上述步骤, 得到每个站位下用激光跟踪多站位测量模型解算出的待测点坐标。选取空间中 2 个待测点之间的距离作为评价的对象, 理论上激光跟踪仪在不同位下测量各个待测点间的距离应该是固定值。

表 2 所示为直接在不同站位下测量得到的第 1 待测点与其余 12 个待测点间距离的实验结果。表 3 为使用激光跟踪多站位模型得到的不同站位下第 1 待测点与其余 12 个待测点间距离的实验结果。

表 1 在不同站位直接测量得到的坐标点间距

Tab. 1 Measuring result of line at different stations

(mm)

站位	距离											
	D_{1-2}	D_{1-3}	D_{1-4}	D_{1-5}	D_{1-6}	D_{1-7}	D_{1-8}	D_{1-9}	D_{1-10}	D_{1-11}	D_{1-12}	D_{1-13}
1	264.986	529.991	165.477	386.273	189.887	325.809	562.994	344.373	490.096	380.225	463.107	652.044
2	264.988	529.993	165.478	386.271	189.896	325.795	563.001	344.375	490.104	380.236	463.113	652.045
3	264.986	529.988	165.464	386.261	189.889	325.776	562.985	344.357	490.091	380.222	463.088	652.033
4	265.015	530.013	165.506	386.290	189.914	325.829	563.032	344.409	490.139	380.258	463.143	652.090
5	265.016	530.024	165.504	386.304	189.927	325.824	563.039	344.424	490.149	380.327	463.171	652.080
标准差	0.016	0.016	0.018	0.017	0.018	0.022	0.024	0.028	0.026	0.043	0.033	0.025

表2 多站位测量模型得到的坐标点间距

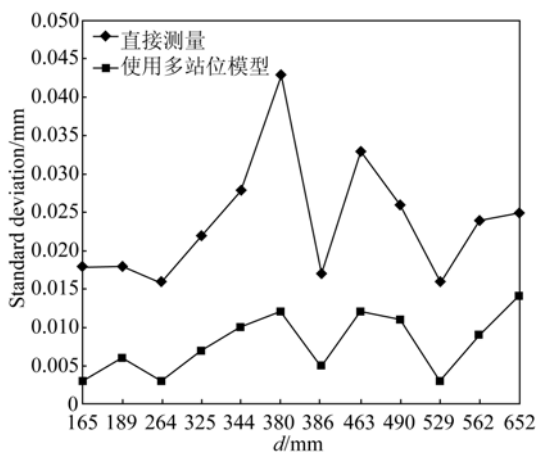
Tab.2 Result of height measurement

(mm)

站位	距离											
	D_{1-2}	D_{1-3}	D_{1-4}	D_{1-5}	D_{1-6}	D_{1-7}	D_{1-8}	D_{1-9}	D_{1-10}	D_{1-11}	D_{1-12}	D_{1-13}
1	264.977	529.977	165.489	386.273	189.921	325.825	563.017	344.440	490.156	380.348	463.246	652.162
2	264.974	529.968	165.486	386.265	189.912	325.815	563.004	344.426	490.141	380.332	463.229	652.144
3	264.977	529.974	165.488	386.271	189.918	325.821	563.013	344.436	490.151	380.346	463.241	652.156
4	264.975	529.973	165.488	386.270	189.917	325.820	563.010	344.432	490.147	380.341	463.236	652.151
5	264.982	529.973	165.494	386.280	189.927	325.834	563.029	344.452	490.170	380.364	463.261	652.180
标准差	0.003	0.003	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.010	0.011	0.012	0.012	0.014

对表2和表3的13个距离按从小到大排列并绘制成误差曲线,如图4所示。可以看出使用多站位测量模型求得不同站位待测点间距离的标准差要明显小于直接在不同站位下测量的标准差。直接在不同站位下测量待测点的标准差均值为0.024 mm,使用多站位测量模型得到的标准差均值为0.008 mm,可见多站位测量模型具有良好精度控制效果。

现场检测时,周围环境尤其是振动因素对测试结果有一定的影响,为了保证测量精度,应尽量减少周围的振动源,确保齿轮支架的稳固,在相对安静的环境下进行。此外通常一个站位就可以覆盖全部齿轮待测点,一般不需要转站扩展测量范围。在后续实验中可以用参考站位为基准,将直接测量的待测点匹配到参考站位分析其精度影响并与多站位模型相应站位下测量结果比对。

图4 待测点间距 D_{1-2} 到 D_{1-13} 的标准差曲线Fig.4 Standard deviation curves of D_{1-2} to D_{1-13} spacing between two measurement points

5 结论

本文根据激光跟踪仪多站位测量系统提供的冗余数据对空间两点间共线方程优化求解,建立了特大型齿轮激光跟踪多站位测量模型,分析了奇异值分解方法修正多站位测量模型解析矩阵条件数的方法。实验结果表明:激光跟踪多站位测量模型利用干涉测量值作为模型解算输入,提高了齿轮定位时所需测量点的三维测量精度。使用多站位测量模型得到的标准差均值为0.008 mm,具有良好精度控制效果。该方法不仅适用于特大型齿轮激光跟踪在位测量系统,在其他类似的大尺寸分布式测量系统中也有很强的适用性。

参考文献:

[1] 中国齿轮专业协会.中国齿轮工业年鉴[M].北京:北京理工大学出版社,2010.
China Gear Manufacturers Association. *China Gears Industry Year Book* [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2010. (in Chinese)

[2] HAYES M. Big gears-better inspection [J]. *Gear Solutions*, 2010(2): 34-36.
[3] JASTER M. An emphasis on accuracy-meeting the many challenges of large gear inspection [J]. *Gear Technology*, 2011, 6: 28-33.
[4] 石照耀, 林虎, 林家春, 等. 大齿轮测量: 现状与趋势[J]. *机械工程学报*, 2013, 49(10): 35-43.

- SHI ZH Y, LIN H, LIN J CH, *et al.*. Current status and trends of large gears metrology [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(10): 35-43. (in Chinese)
- [5] 石照耀,林家春. 基于激光跟踪技术的大型齿轮测量方法[P]. 中国: ZL200910084275, 2009.
SHI ZH Y, LIN J CH. Method of measuring large gears base on laser tracking technique [P]. China: ZL200910084275, 2009. (in Chinese)
- [6] 石照耀,张宇,张白,等. 特大型齿轮激光跟踪在位测量的定位模型[J]. 北京工业大学学报, 2013, 39(1):1-6.
SHI ZH Y, ZHANG Y, ZHANG B, *et al.*. Positioning models for the in-site mega-gear measuring system with a laser tracker [J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2013, 39(1):1-6. (in Chinese)
- [7] 石照耀,张白,林家春,等. 特大型齿轮激光跟踪在位测量原理及关键技术[J]. 光学精密工程, 2013, 21(9):2340-2347.
SHI ZH Y, ZHANG B, LIN J CH, *et al.*. Principle and critical technology of in-site measurement system with laser tracker for mega gear [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(9):2340-2347. (in Chinese)
- [8] BEN H, ALISTER F ANDREW L, *et al.*. Laser tracker error determination using a network measurement [J]. *Meas. Sci. Technol.*, 2011(22):1-12.
- [9] 林嘉瑞,郝继贵,郭寅,等. 现场大空间测量中精密三维坐标控制网的建立[J]. 机械工程学报, 2012(4): 6-11.
LIN J R, ZHU J G, GUO Y, *et al.*. Establishment of precise three-dimensional coordinate control network in field large-space measurement [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(4): 6-11. (in Chinese)
- [10] 王金栋,郭俊杰,费致根. 基于激光跟踪仪的数控机床几何误差辨识方法[J]. 机械工程学报, 2011(14):13-19
WANG J D, GUO J J, FEI ZH G. Method of geometric error identification for numerical control machine tool based on laser tracker [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011(14):13-19. (in Chinese)
- [11] DEFN ZH, STEPHEN R. Modeling and optimization of novel laser multilateration schemes for high-precision applications [J]. *Meas. Sci. Technol.*, 2005(16):2541-2547.
- [12] 周维虎,丁蕾,王亚伟,等. 光束平差在激光跟踪仪系统精度评定中的应用[J]. 光学精密工程, 2012, 20(4):851-856.
ZHOU W H, DING L, WANG Y W, *et al.*. Application of bundle adjustment to accuracy evaluation of laser tracker [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(4):851-856. (in Chinese)
- [13] 陈义,沈云中,刘大杰. 适用于大旋转角的三维基准转换的一种简便模型[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2004, 29(12):1101-1105.
CHEN Y, SHEN Y ZH, LIU D J. The simple model of Three-dimensiona datum transformation applicable to big rotation angle [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2004, 29(12):1101-1104. (in Chinese)

作者简介:



陈洪芳(1980—),女,黑龙江安达人,博士,副教授,硕士生导师,2004年、2007年于哈尔滨工业大学分别获得硕士、博士学位,主要从事精密测试技术与仪器方面的研究。E-mail: hfchen@bjut.edu.cn



石照耀(1964—)男,湖南岳阳人,博士,教育部长江学者特聘教授,博士生导师,1984年于合肥工业大学获得学士学位,1988年于陕西机械学院获得硕士学位,2001年于合肥工业大学获得博士学位,主要研究方向为齿轮工程及精密测试技术与仪器。E-mail: shizhaoyao@bjut.edu.cn



闫 昊(1989—),男,北京人,硕士研究生,2011年于北京工业大学获得学士学位,主要研究方向为大尺寸激光跟踪定位算法。E-mail: yan_h_1989@163.com