



基于无量纲化辨识雅可比矩阵选取测量位姿的Stewart并联机构运动学标定

强红宾, 薛大鹏, 冯新宇, 张立杰

引用本文:

强红宾, 薛大鹏, 冯新宇, 等. 基于无量纲化辨识雅可比矩阵选取测量位姿的Stewart并联机构运动学标定[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(7): 1546–1557.

QIANG Hong-bin, XUE Da-peng, FENG Xin-yu, et al. Stewart parallel manipulator kinematic calibration based on the normalized identification Jacobian choosing measurement configurations[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(7): 1546–1557.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/OPE.20202807.1546>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于3-CCD显微视觉的高精度靶位姿控制

High-precision target pose adjustment based on 3-CCD microscope vision system

光学精密工程. 2018, 26(7): 1794–1801 <https://doi.org/10.3788/OPE.20182607.1794>

基于调整步长牛顿法的Stewart并联机构位置正解

Forward kinematics of Stewart parallel manipulator based on step-adjusting Newton method

光学精密工程. 2018, 26(12): 2982–2990 <https://doi.org/10.3788/OPE.20182612.2982>

含有冗余支链的3-RPS/3n-SPS并联机构逆动力学建模

Inverse dynamics modeling of 3-RPS/3n-SPS parallel mechanism with redundant limbs

光学精密工程. 2019, 27(4): 807–819 <https://doi.org/10.3788/OPE.20192704.0807>

激光测量标定机器人坐标系位姿变换的正交化解算

Laser measurement based evaluation for orthogonal transformation calibration of robot pose

光学精密工程. 2018, 26(8): 1985–1993 <https://doi.org/10.3788/OPE.20182608.1985>

(2PRR)2+R平面并联机构的刚度与固有频率

Stiffness and natural frequency of a (2PRR)2+R planar parallel mechanism

光学精密工程. 2017, 25(11): 2904–2913 <https://doi.org/10.3788/OPE.20172511.2904>

文章编号 1004-924X(2020)07-1546-12

基于无量纲化辨识雅可比矩阵选取 测量位姿的 Stewart 并联机构运动学标定

强红宾¹, 薛大鹏¹, 冯新宇¹, 张立杰^{1,2*}

- (1. 燕山大学 河北省重型机械流体动力传输与控制重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;
2. 燕山大学 先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 运动学标定是提高并联机构精度的重要途径。采用与辨识雅可比矩阵相关的可观性指标最大化的方法选择测量位姿, 可以提高并联机构运动学标定对传感器测量噪声的鲁棒性。辨识雅可比矩阵是并联机构位移和姿态的函数, 但位移和姿态对应的辨识雅可比矩阵中的元素的数量级不同, 导致所选测量位姿的位移和姿态对测量噪声的鲁棒性不同。因此, 本文提出先对辨识雅可比矩阵进行无量纲化, 再通过可观性指标选择测量位姿, 保证位移和姿态对测量噪声具有相同的鲁棒性, 进而提高标定精度。通过数值算例, 3 种测量噪声下该方法标定的结构参数精度相对于传统方法均有大幅提高, 分别由 1.007 5, 0.100 9, 0.010 1 mm 提高到 0.033 7, 0.033 7, 0.003 4 mm; 该方法标定的位置精度相对于传统方法基本不变, 但姿态精度有大幅提高, 分别由 0.015 2°, 0.003 3°, 0.000 15° 提高到 0.003 3°, 0.000 3°, 0.000 033°。以该方法选取的测量位姿对 Stewart 并联机构进行标定试验, 标定前后位置和姿态的误差均值分别从 2.321 mm 和 0.246° 降至 0.242 mm 和 0.025°, 有效地提高了位姿精度。

关键词: 并联机构; 运动学标定; 辨识雅可比矩阵; 无量纲化; 测量位姿; 可观性指标

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20202807.1546

Stewart parallel manipulator kinematic calibration based on the normalized identification Jacobian choosing measurement configurations

QIANG Hong-bin¹, XUE Da-peng¹, FENG Xin-yu¹, ZHANG Li-jie^{1,2*}

- (1. Hebei Provincial Key Laboratory of Heavy Machinery Fluid Power Transmission and Control, YanShan University, Qinhuangdao 066004, China;
 2. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)
- * Corresponding author, E-mail: ljzhang@ysu.edu.cn

Abstract: Kinematics calibration is an important way to improve the accuracy of Parallel Manipulators (PMs). The robustness of kinematics calibration to measurement sensor noise can be improved by choosing measurement poses based on maximizing the observability index related to the identification Jacobian. The identification Jacobian matrix is a function of position and orientation of the PM, but the magnitudes of identification Jacobian matrix elements corresponding to position and orientation are different. This leads to a difference in the robustness of position and orientation to measurement

收稿日期: 2020-01-15; 修订日期: 2020-03-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51875499)

sensor noise. Therefore, the identification Jacobian matrix was first normalized and the measurement poses were then selected through the observability index related to the normalized identification Jacobian to ensure the same robustness of position and orientation to measurement sensor noise. Through numerical examples, the precision of the structural parameters calibrated by using this method under three kinds of measurement noise is greatly improved compared with that of the traditional method, increasing from 1.007 5 mm to 0.336 7 mm, 0.100 9 mm to 0.033 7 mm, and 0.010 1 mm to 0.003 4 mm, respectively. Compared with the traditional method, the calibration precision of position using this method basically remained unchanged, but the attitude accuracy was sharply higher, increasing from $0.015\ 2^\circ$ to $0.003\ 3^\circ$, $0.003\ 3^\circ$ to $0.000\ 3^\circ$, and 1.5×10^{-4} to 3.3×10^{-5} , respectively. The measured pose selected in this method was used to calibrate the Stewart parallel mechanism, and the mean error values of the position and attitude before and after calibration were reduced from 2.321 mm to 0.242 mm and from 0.246° to 0.025° , respectively, effectively improving the pose accuracy.

Key words: parallel manipulator; kinematic calibration; identification jacobian matrix; normalized; measurement poses; observability index

1 引 言

并联机构具有结构紧凑、承载能力强、运动精度高、惯性低等优点,因此被广泛应用于调姿机构^[1]、指向机构^[2]、加工制造设备等领域。但由于并联机构制造及装配过程中产生的误差不可避免,导致并联机构的理论运动学参数与实际运动学参数之间也存在一定的误差,从而使并联机构的运动偏离理想轨迹,降低精度。通过运动学标定对运动学模型进行改进,可以提高并联机构的运动精度^[3]。

运动学标定通常包括误差模型、位姿测量、参数辨识和误差补偿四个环节^[4]。误差模型的研究主要包括误差参数的选择和基于机构运动学、智能算法等模型的建立等。位姿测量主要包括测量工具的选择和测量位姿的选择等。参数辨识主要研究基于最小二乘法、牛顿迭代算法及智能算法的误差参数求解。误差补偿包括对运动学模型的补偿和对控制系统的补偿。Gao 等^[5]建立了 Stewart 平台基于运动学模型的误差模型,并采用激光跟踪器 LTD500 进行位姿测量。Li 等^[6]采用双球棒(DBB)和三轴千分尺测量了三棱锥机器人末端执行器的位置,采用牛顿拉弗森迭代法和最小二乘法辨识出结构参数。Wu 等^[7]先采用牛顿迭代对并联机床进行初始误差参数辨识,再采用遗传算法进行精细误差参数辨识,得到了较高精度。

选择合理的测量位姿可以提高运动学标定对测量噪声的鲁棒性。测量位姿的选择主要包括工作空间内随机选择、工作空间内均布选择、基于正交理论的选择等方法。文献[8-9]在 Stewart 并联机构工作空间内随机选取了多个测量位姿。吴江宁等^[10]根据 Stewart 并联机构关节空间选取了 7 个测量位姿。Bai 等^[11]在 Delta 并联机构工作空间的边界选择多个等距的姿态。GUO 等^[12]基于正交理论选择 6PUS 并联机械手的测量姿态。Sun 等^[13]基于三自由度旋转并联机器人运动轨迹选择测量位姿。

为了进一步提高标定对测量噪声的鲁棒性,许多学者研究了基于辨识雅可比矩阵的可观测性指标最大化的测量配置选择方法。文献[14-19]提出了 5 个基于辨识雅可比矩阵的可观测性指标 $O_1 \sim O_5$ 。Daney 等^[20]采用局部收敛法和禁忌搜索法获得了一组可观测性指标最大的测量位姿,并通过 Stewart 机构的仿真验证了此测量位姿对传感器测量噪声的鲁棒性有明显提升。Zhang 等^[21]利用 DETMAX 算法和禁忌搜索算法,提出了一种高效的测量位姿选择算法,并在 5 个可观测性指标下的仿真验证了该算法的有效性,结果表明通过所选测量位姿可以显著提高标定方法的鲁棒性。Huang 等^[22]以可观测性指标 O_2 最大化选取四自由度并联机器人的测量位姿,通过标定保证并联机器人的定位和旋转精度。Gao 等^[23]以可观测性指标 O_4 最大化选取六自由度冗余驱

动的并联机器人的测量位姿。Saputra 等^[24]对 Stewart 平台利用群智能搜索算法分别以前 4 个可观性指标最大化搜索了测量位姿,并采用千分尺测量位姿完成了运动学标定。Joubair 等^[25-26]研究了机器人标定中 5 项可观性指标的有效性,结果表明不同可观性指标对不同类型的机器人标定性能不同,整体来说可观性指标 O_1 的性能更好一些。

采用与辨识雅可比矩阵相关的可观性指标最大化的方法选择测量位姿,可以提高并联机构运动学标定对传感器测量噪声的鲁棒性。但是,辨识雅可比矩阵是并联机构位移和姿态的函数,且位移和姿态对应的辨识雅可比矩阵中的元素的数量级不同。直接求解辨识雅可比矩阵求取性能指标选择出的位姿,其位置和姿态对测量噪声的鲁棒性不同。因此,本文提出先对辨识雅可比矩阵拆分为位置误差雅可比矩阵和姿态误差雅可比矩阵,在通过特征长度使位移和姿态对应的辨识

雅可比矩阵中的元素的数量级相同,再通过可观性指标选择测量位姿,保证位移和姿态对测量噪声具有相同的鲁棒性。提高机构的标定整体性能和精度。

2 Stewart 并联机构分析

图 1 为 Stewart 并联机构结构简图。该机构的基本构件为静平台、动平台和六个支腿。静平台固定,六个支腿为驱动器,通过胡克铰连接静平台与动平台,动平台为运动末端。支腿与静平台连接的铰点为 $A_i (i=1,2,\dots,6)$,与动平台连接的铰点为 $B_i (i=1,2,\dots,6)$ 。动、静平台的胡克铰分布如图 2 所示。

铰点 A_i, B_i 的坐标 $\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i$ 的表达式为:

$$\mathbf{a}_i = [R_a \cos \eta_i \quad R_a \sin \eta_i \quad 0], \quad (1)$$

$$\mathbf{b}_i = [R_b \cos \varphi_i \quad R_b \sin \varphi_i \quad 0], \quad (2)$$

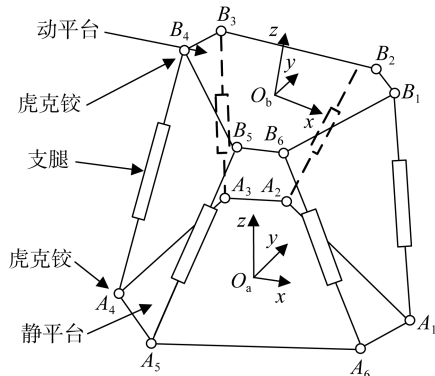


图 1 Stewart 并联机构结构简图

Fig. 1 Structure diagram of Stewart parallel manipulator

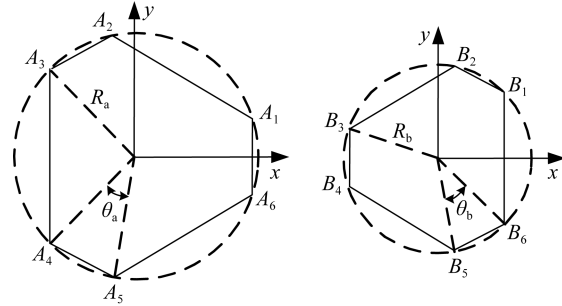


图 2 动、静平台球铰分布

Fig. 2 Spherical joints distribution of the platform

式中:

$$\eta_i = \begin{cases} \frac{(i-1)\pi}{3} + \frac{\theta_a}{2}, (i=1,3,5) \\ \frac{i\pi}{3} - \frac{\theta_a}{2}, (i=2,4,6) \end{cases},$$

$$\varphi_i = \begin{cases} \frac{i\pi}{3} - \frac{\theta_b}{2}, (i=1,3,5) \\ \varphi_i = \frac{(i-1)\pi}{3} + \frac{\theta_b}{2}, (i=2,4,6) \end{cases}.$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}(z, \alpha) \mathbf{R}(y, \beta) \mathbf{R}(x, \gamma) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma \\ \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \gamma & \cos \beta \cos \gamma \end{bmatrix}, \quad (4)$$

2.1 逆运动学分析

逆运动学为已知动平台的位移和姿态求解六个支腿的长度。支腿长度的求解公式为:

$$\mathbf{l}_i = \mathbf{R} \mathbf{b}_i + \mathbf{P} - \mathbf{a}_i, \quad (3)$$

其中: $\mathbf{P} = [x, y, z]$ 是动平台的位移。 \mathbf{R} 为动平台的旋转矩阵, 本文采用 RPY 角 γ, β, α 来表示, 具体表达式为:

指标的表达式如式(11):

$$O_1 = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_L} / \sqrt{m}, \quad (11)$$

式中: m 是测量位姿的数量, L 为待识别的参数数量。

Driels 和 Pathre^[16] 提出了第 2 个指标 O_2 , 辨识雅可比矩阵条件数的倒数。最大化 O_2 , 可以提高辨识雅可比矩阵奇异值的一致性, 提高了椭圆偏心率。该指标的表达式如式(12):

$$O_2 = \sigma_L / \sigma_1. \quad (12)$$

Nahvi 和 Hollerbach^[17] 提出了第 3 个指标 O_3 , 辨识雅可比矩阵奇异值的最小值。最大化 O_3 , 会增加椭球的最小半径和体积。使所选择的校准配置对参数误差更敏感。该指标的表达式如式(13):

$$O_3 = \sigma_L. \quad (13)$$

Nahvi 和 Hollerbach^[18] 提出了第 4 个指标 O_4 , 辨识雅可比矩阵的最小非零奇异值的平方除以最大奇异值。最大化 O_4 , 会增加椭球体的短轴, 最大轴变小(即偏心率变小)。该指标的表达式如式(14):

$$O_4 = \sigma_L^2 / \sigma_1. \quad (14)$$

Sun 和 Hollerbach^[19] 提出第 5 个指 O_5 , 辨识雅可比矩阵的非零奇异值的调和平均值。该指标的表达式如式(15):

$$O_5 = 1 / \left(\frac{1}{\sigma_5} + \cdots + \frac{1}{\sigma_L} \right). \quad (15)$$

4.2 辨识雅可比矩阵无量纲化

目前学者们采用辨识雅可比矩阵 J_z 的奇异值求解可观性指标, 但是辨识雅可比矩阵是位移和姿态的函数, 但位移和姿态对应的辨识雅可比矩阵中的元素的数量级不同, 直接求解辨识雅可比矩阵得到可观性指标, 获得的测量配置会导致位移和姿态对测量误差的鲁棒性不同。因此, 本文提出先对辨识雅可比矩阵进行无量纲化, 再通过可观性指标选择测量位姿, 保证位移和姿态对测量噪音具有相同的鲁棒性。

根据误差模型公式(8), 可以将动平台位置误差矢量和姿态误差矢量分开表示:

$$\begin{cases} dp = J_p de \\ d\theta = J_\theta de \end{cases}, \quad (16)$$

式中: $J_p \in \mathbf{R}^{3 \times 42}$ 为位置误差传递子矩阵, J_θ 为 J

的前 3 行; $J_\theta \in \mathbf{R}^{3 \times 42}$ 为姿态误差传递子矩阵, J_θ 为 J 的后 3 行。

当对 m 个位姿进行测量时, 位置误差传递矩阵为 $J_{pm} \in \mathbf{R}^{3m \times 42}$, 姿态误差传递矩阵为 $J_{\theta m} \in \mathbf{R}^{3m \times 42}$ 。为了使 J_{pm} 与 $J_{\theta m}$ 中元素数量级相等, 对矩阵进行无量纲化:

$$J_{zg} = \begin{bmatrix} J_p \\ K J_\theta \end{bmatrix}, \quad (17)$$

式中 K 为特征长度, 且 $K = \text{tr}(J_p^T J_p) / \text{tr}(J_\theta^T J_\theta)$ 。

J_{zg} 即为无量纲化辨识雅可比矩阵。将无量纲化的辨识雅可比矩阵 J_{zg} 代替原有的辨识雅可比矩阵 J_z , 去求解可观性指标 O_i , 再通过最大化指标 O_i 选取测量位姿。

5 测量位姿选择算法

许多学者对基于可观性指标 O_i 的位姿选择算法进行了研究。其中, Daney 等^[20] 提出的局部收敛和禁忌搜索的方法, 具有不易陷入局部最优的特点。其工作原理及算法流程如图 4 所示。

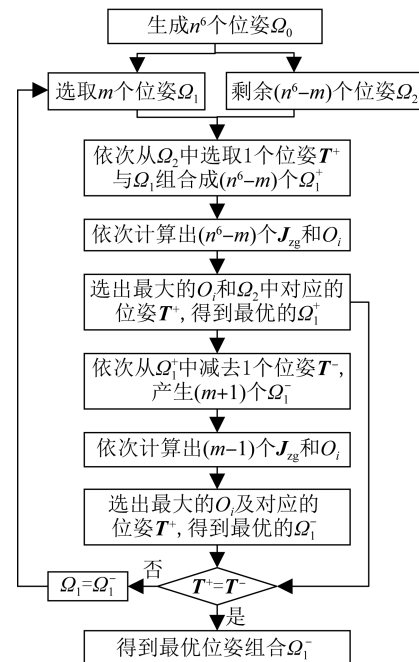


图 4 最优位姿选择流程图

Fig. 4 Flow chart of selecting the measurement poses

(1) 生成待选位姿 Ω_0 。由于任务工作空间为、互相耦合的六维, 直接生成的位姿点不一定位于工作空间内, 而关节空间是相互独立的, 因此通

过关节空间 6 个杆长 $n-1$ 等分,产生 n^6 个杆长组合,再通过正解公式(2)获得 n^6 个位姿 Ω_0 。

(2)设置初始位姿 Ω_1 。在 Ω_0 中任意选择 m 个位姿作为初始位姿。

(3)添加一个位姿 T^+ 。依次从剩余的 $(n^6 - m)$ 个位姿 Ω_2 中选取 1 个位姿 T^+ 与 Ω_1 组合成 $(n^6 - m)$ 个 Ω_1^+ , 依次计算出 $(n^6 - m)$ 个辨识雅可比矩阵 J_{zg} 和可观测指标 O_i 。选出最大的 O_i 及 Ω_2 中对应的位姿 T^+ , 得到最优位姿组合 Ω_1^+ 。

(4)减少一个位姿 T^- 。依次从 Ω_1^+ 中减去 1 个位姿 T^- , 产生 $(m+1)$ 个 Ω_1^- , 依次计算出 $(m-1)$ 个辨识雅可比矩阵 J_{zg} 和可观测指标 O_i , 选出最大的 O_i 及对应的位姿 T^- , 得到最优位姿组合 Ω_1^- 。

(5)终止条件。重复步骤(3)和步骤(4),直到步骤(3)中添加的位姿 T^+ 为步骤(4)中被删除的位姿 T^- 。

6 数值仿真验证

6.1 仿真流程

仿真流程包括选择位姿、生成测量位姿的测量值、基于牛顿迭代的参数辨识过程、误差补偿、检验标定结果,如图 5 所示,详细具体过程如下。

(1)选择测量位姿。设定 Stewart 并联机构理论结构参数 $e^{(1)}$, 根据图 4 选择测量位姿 T_m , 并通过运动学反解公式(3)得到测量位姿 T_m 的支腿长度 L_0 。

(2)生成测量位姿的测量值。设定并联机构误差参数 e_0 , 与理论结构参数 $e^{(1)}$ 相加得到实际结构参数 e_a , 根据实际结构参数 e_a 和支腿长度 L_0 正解出实际位姿 T_a , 在实际位姿 T_a 上添加测量噪声 T_e 获得实际测量位姿 T_{am} 。

(3)基于牛顿迭代的参数辨识。根据更新的结构参数 $e^{(k)}$ 和支腿长度 L_0 正解出更新的测量位姿 $T_a^{(k)}$ 。根据更新的测量位姿 $T_a^{(k)}$ 计算出更新的辨识雅可比矩阵 $J_z^{(k)}$ 。实际测量位姿 T_{am} 减去更新测量位姿 $T_a^{(k)}$ 得到更新的位姿误差 $dT^{(k)}$ 。再

根据更新的位姿误差 $dT^{(k)}$ 与更新的辨识雅可比矩阵 $J_z^{(k)}$ 求解更新的误差参数 $de^{(k)}$, 通过 matlab 的 pinv 函数求解 $J_z^{(k)}$ 的伪逆矩阵。在目前的结构参数 $e^{(k)}$ 加上更新的误差参数 $de^{(k)}$ 获得更新的结构参数 $e^{(k+1)}$ 。根据更新的结构参数 $e^{(k+1)}$ 继续迭代,直到第 k 次的位姿误差 $dT^{(k)}$ 与第 $k-1$ 次的位姿误差 $dT^{(k-1)}$ 的差值小于设定值 ϵ 。辨识得到的误差参数为 $e^{(k)} - e^{(1)}$ 。

(4)误差补偿。直接对运动学模型进行补偿,将辨识结构参数 $e^{(k+1)}$ 代替理论结构参数 $e^{(1)}$ 。

(5)标定结果检验。随机给定一组位姿 T_s 反解出支腿长度,再根据实际结构参数 $e_0 + e^{(1)}$ 正解出实际位姿 T_j , 通过实际位姿 T_j 减去位姿 T_s 得到误差参数辨识补偿后的位姿误差 dT_s 。

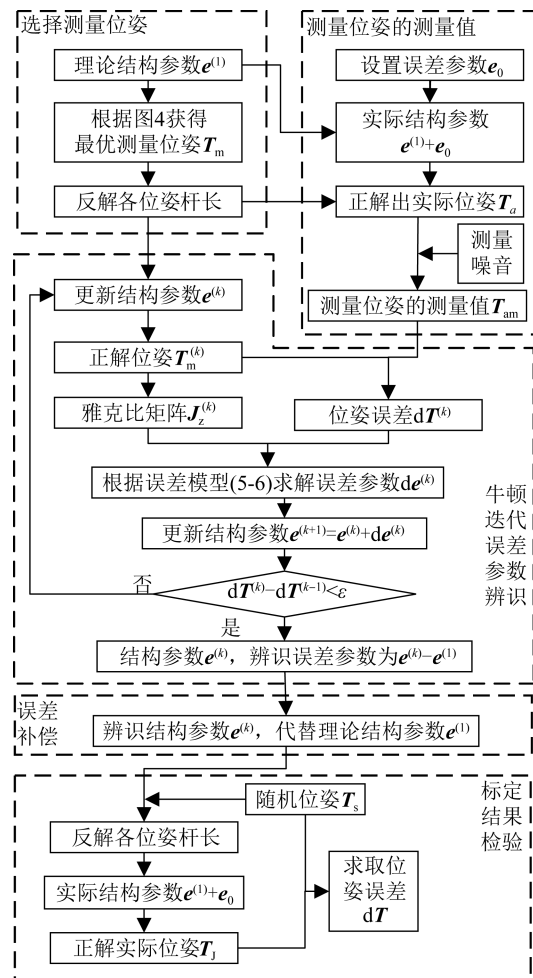


图 5 仿真流程图

Fig. 5 Flowchart of simulation

通过比较基于 J_{zg} 选取测量位姿的 Stewart 稳定平台运动学标定位姿误差 $d\mathbf{T}_s$ 与基于 J_z 选取测量位姿的标定位姿误差 $d\mathbf{T}_s$ 的大小,来判断哪种方法的标定精度更高。此外,还可以通过判断最终的迭代位姿误差 $d\mathbf{T}^{(k)}$ 的大小、最终辨识误差 $\mathbf{e}^{(k)} - \mathbf{e}^{(1)}$ 与实际设定误差 \mathbf{e}_0 差值的大小,来判断哪种方法的标定精度更高。

6.2 数值验证

给定一组六自由度并联机构结构参数,如表 1 所示。对支腿进行二等分,求出 3⁶ 个候选位姿。

表 1 六自由度并联机构结构参数

Tab. 1 Theoretical structural parameters

R_a/mm	R_b/mm	θ_a/rad	θ_b/rad	l_{\min}/mm	l_{\max}/mm
600	500	0.250 7	0.220 4	811	1 011

设定标定位姿数 $m = 18$ 。分别基于未无量纲化的雅克比矩阵 J_z 和无量纲化的雅克比矩阵 J_{zg} 以可观性指标 O_1 为指标,根据图 4 选取测量位姿,其中可观性指标 O_1 的迭代过程如图 6 所示。

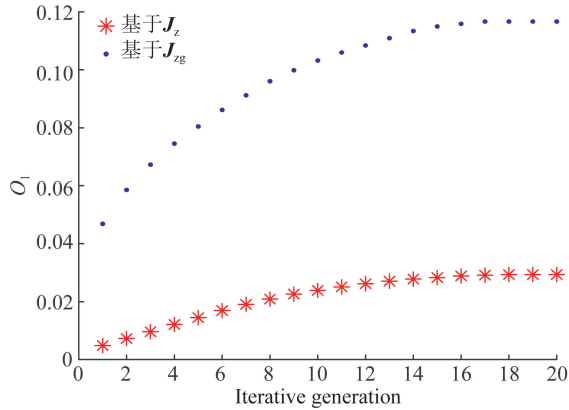


图 6 指标 O_1 的迭代过程

Fig. 6 Values of O_1 in the iterative

迭代 18 次后均可达到可观性指标 O_1 的最大值。所选择的测量位姿,如表 2、表 3 所示。其中,对辨识雅克比矩阵进行无量纲化时,位移对应的辨识雅可比矩阵中的元素的数量比姿态大,特征长度 $K = 600$ 。

表 2 基于 J_z 选取的测量位姿

Tab. 2 Measurement poses base on J_z

序号	位置/mm			姿态/(°)		
	x	y	z	α	β	γ
1	7.692	13.324	756.148	15.7	-8.879	-1.227
2	-7.334	-162.237	779.179	-12.822	-1.596	8.303
3	144.168	74.767	779.179	7.888	-10.264	7.415
4	-136.834	-87.47	779.179	-5.089	11.89	-8.654
5	-238.405	139.056	749.251	-0.203	-6.202	-8.033
6	-238.405	-139.056	749.251	0.203	-6.202	8.033
7	-89.48	68.129	785.257	-9.664	-14.485	9.44
8	239.629	-136.937	749.251	5.276	3.271	8.195
9	112.1	84.674	737.918	4.368	4.932	-16.071
10	-10.937	134.645	815.343	-2.562	10.915	16.119
11	144.168	-74.767	779.179	-7.888	-10.264	-7.415
12	107.635	186.429	727.618	-12.365	7.048	-0.764
13	-1.223	-275.993	749.251	5.477	2.922	-7.904
14	-22.062	38.213	832.316	14.68	8.324	1.074
15	0	0	777.748	0	0	24.745
16	0	0	777.748	0	0	-24.745
17	0	0	678.692	0	0	0
18	0	0	908.297	0	0	0

表 3 基于 J_{zg} 选取的测量位姿

Tab. 3 Measurement poses base on J_{zg}

序号	位置/mm			姿态/(°)		
	x	y	z	α	β	γ
1	7.692	13.324	756.148	15.7	-8.879	-1.227
2	-7.334	-162.237	779.179	-12.822	-1.596	8.303
3	144.168	-74.767	779.179	-7.888	-10.264	-7.415
4	-136.834	-87.47	779.179	-5.089	11.89	-8.654
5	-238.405	139.056	749.251	-0.203	-6.202	-8.033
6	-238.405	-139.056	749.251	0.203	-6.202	8.033
7	-89.48	68.129	785.257	-9.664	-14.485	9.44
8	239.629	-136.937	749.251	5.276	3.271	8.195
9	239.629	136.937	749.251	-5.276	3.271	-8.195
10	-136.834	87.47	779.179	5.089	11.89	8.654
11	-238.405	-139.056	749.251	0.203	-6.202	8.033
12	-1.223	275.993	749.251	-5.477	2.922	7.904
13	103.741	43.427	785.257	-8.071	15.416	7.114
14	144.168	74.767	779.179	7.888	-10.264	7.415
15	-7.334	162.237	779.179	12.822	-1.596	-8.303
16	-14.261	111.556	785.257	-17.333	-0.9	-8.072
17	103.741	-43.427	785.257	8.071	15.416	-7.114
18	-1.223	-275.993	749.251	5.477	2.922	-7.904

设置结构误差参数 e_0 ,如表 4 所示,单位为毫米。正解求出 18 个实际位姿。设定 3 个水平的测量噪音,如表 5 所示。

表 4 机构误差参数 e_0

Tab. 4 Structure parameter error e_0

序号	$a_i(x)$	$a_i(y)$	$a_i(z)$	$b_i(x)$	$b_i(y)$	$b_i(z)$	l_i
1	-2	-3	2	-1	-2	2	4
2	-4	-2	1	3	5	-2	3
3	2	-3	-1	4	-2	2	-3
4	3	2	2	-4	-5	4	2
5	3	5	-4	-3	3	3	5
6	-4	3	5	2	2	-3	2

表 5 3 个水平的测量噪音

Tab. 5 Measurement sensor noise of three levels

	测量噪音 1	测量噪音 2	测量噪音 3
位移/ μm	$[-100,100]$	$[-10,10]$	$[-1,1]$
姿态/ 0.001°	$[-10,10]$	$[-1,1]$	$[-0.1,0.1]$

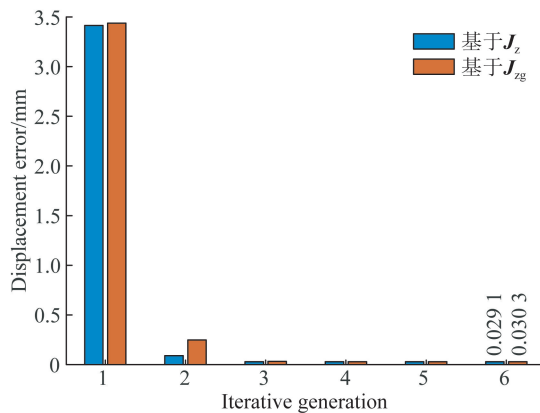


图 7 位姿误差和结构误差迭代过程

Fig. 7 Iterative process of pose and structure parameter error

在测量噪音 1 下,根据图 5 迭代求解位姿误差 dT 和结构参数误差 de ,其迭代求解过程如图 7 所示。迭代 5 次后迭代结果不再变化。表 6 给出了不同测量噪音下的辨识结果,其中 P 为位移, θ 为姿态误差, S 为结构参数误差。由表 6 可得,3 种测量噪音下基于本文提出方法标定的结构参数精度相对于以前方法均有大幅提高,分别由

1.007 5 mm 提高到 0.336 7 mm,0.100 9 mm 提高到 0.033 7 mm,0.010 1 mm 提高到 0.003 4 mm;三种测量噪音下基于本文提出方法标定的位置精度相对于以前方法基本不变,但姿态精度有大幅提高,分别由 $0.015 2^\circ$ 提高到 $0.003 3^\circ$, $0.003 3^\circ$ 提高到 $0.000 3^\circ$, $0.000 15^\circ$ 提高到 $0.000 033^\circ$,证明了本文方法的有效性。

表 6 不同测量噪音下的辨识结果

Tab. 6 Iterative results under different measurement sensor noise

	测量噪音 1		测量噪音 2		测量噪音 3	
	J_z	J_{zg}	J_z	J_{zg}	J_z	J_{zg}
P/mm	0.029 1	0.030 3	0.002 9	0.003 0	0.000 3	0.000 3
$\theta/(\circ)$	0.015 2	0.003 3	0.001 5	0.000 3	1.5E-4	3.3E-5
S/mm	1.007 5	0.336 7	0.100 9	0.033 7	0.010 1	0.003 4

为了进一步验证本文所提方法的有效性,表 7、表 8 分别给出基于 J_z 和 J_{zg} 的测量噪音 2 下的结构参数误差标定结果,并对运动学模型进行补偿。随机给定 60 组位姿,计算出位姿误差,如图 8 所示。可以看出位置精度基本不变,姿态精度大幅提高。

表 7 基于 J_z 的测量噪音 2 下结构参数误差标定结果

Tab. 7 Identified structural parameter error base on J_z

No.	$a_i(x)$	$a_i(y)$	$a_i(z)$	$b_i(x)$	$b_i(y)$	$b_i(z)$	l_i
1	-2.102	-2.89	2.086	-1.081	-2.052	1.881	3.761
2	-3.945	-2.023	1.165	3.005	4.954	-1.923	2.901
3	2.14	-2.935	-1.199	4.07	-2.026	1.997	-2.779
4	3.131	1.89	1.927	-3.891	-4.906	4.2	2.33
5	2.881	5.038	-4.146	-3.074	3.045	2.907	5.066
6	-4.006	3.063	4.858	1.967	1.987	-2.884	2.253

表 8 基于 J_{zg} 的测量噪音 2 下结构参数误差标定结果

Tab. 8 Identified structural parameter error base on J_{zg}

No.	$a_i(x)$	$a_i(y)$	$a_i(z)$	$b_i(x)$	$b_i(y)$	$b_i(z)$	l_i
1	-1.991	-3.000	1.971	-1.040	-1.978	2.081	4.117
2	-3.986	-1.986	1.049	2.952	5.004	-2.059	2.881
3	2.001	-3.002	-0.957	4.005	-2.011	2.024	-3.012
4	3.001	1.976	1.951	-3.990	-5.033	3.965	2.009
5	3.004	5.049	-3.963	-3.006	3.003	2.997	4.953
6	-4.020	3.012	5.045	2.029	2.040	-3.102	1.849

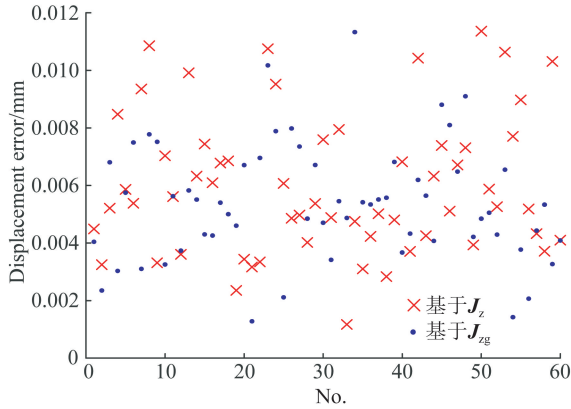


图 8 60 组随机位姿下的位姿误差
Fig. 8 Pose error of 60 random poses

表 9~表 12 给出了基于可观测性指标 $O_2 \sim O_5$ 选取测量位姿的标定结果。由表 9~表 12 可得,不同可观测性指标下,基于本文提出方法标定的位置精度相对于以前方法基本不变或有所下降,但姿态精度和结构参数精度均有大幅提高,证明了本文方法的有效性。

表 9 基于可观测性指标 O_2 的辨识结果

Tab. 9 Iterative results under observability index O_2

	测量噪音 1		测量噪音 2		测量噪音 3	
	J_z	J_{zg}	J_z	J_{zg}	J_z	J_{zg}
P/mm	0.019 5	0.035 6	0.002 0	0.003 6	0.000 2	0.000 3
$\theta/(^\circ)$	0.039 7	0.004 2	0.004 0	0.000 4	0.000 4	4.0E-5
S/mm	2.808 7	0.358 3	0.283 4	0.035 8	0.028 5	0.003 6

表 10 基于可观测性指标 O_3 的辨识结果

Tab. 10 Iterative results under observability index O_3

	测量噪音 1		测量噪音 2		测量噪音 3	
	J_z	J_{zg}	J_z	J_{zg}	J_z	J_{zg}
P/mm	0.027 2	0.038 1	0.002 7	0.003 8	0.000 3	3.8E-4
$\theta/(^\circ)$	0.023 4	0.003 9	0.002 3	0.000 4	2.3E-4	3.9E-5
S/mm	1.661 6	0.433 5	0.166 6	0.043 3	0.016 6	0.004 3

表 11 基于可观测性指标 O_4 的辨识结果

Tab. 11 Iterative results under observability index O_4

	测量噪音 1		测量噪音 2		测量噪音 3	
	J_z	J_{zg}	J_z	J_{zg}	J_z	J_{zg}
P/mm	0.019 3	0.039 3	0.001 9	0.003 9	0.000 2	0.000 4
$\theta/(^\circ)$	0.042 4	0.003 3	0.004 3	0.000 3	0.000 4	3.0E-5
S/mm	2.183 3	0.568 4	0.220 3	0.056 8	0.022 0	0.005 7

表 12 基于可观测性指标 O_5 的辨识结果

Tab. 12 Iterative results under observability index O_5

	测量噪音 1		测量噪音 2		测量噪音 3	
	J_z	J_{zg}	J_z	J_{zg}	J_z	J_{zg}
P/mm	0.020 9	0.033 4	0.002 1	0.003 3	0.000 2	0.000 3
$\theta/(^\circ)$	0.037 3	0.003 7	0.003 7	0.000 4	0.000 4	3.7E-5
S/mm	1.504 8	0.378 2	0.151 2	0.037 8	0.015 2	0.003 8

7 标定实验

标定实验与标定仿真的流程相同,主要包括选择测量位姿、牛顿迭代求解辨识参数、误差补偿和检验标定结果。其中,对于测量位姿的选择,Stewart 并联机构的理论结构参数与仿真设定的结构参数相同,因此选用表 3 基于 J_{zg} 选取的测量位姿作为标定实验的测量位姿。

对于测量位姿,本实验采用徕卡 AT960 激光跟踪仪(定位精度为 $5 \mu m + 6 \mu m/m$)对 Stewart 稳定平台进行位姿测量,首先测量出上平台坐标系 $\{p\}$ 和下平台坐标系 $\{e\}$ 位于激光跟踪仪坐标系 $\{g\}$ 中的位姿,然后再通过坐标变换获得上平台坐标系 $\{p\}$ 相对于下平台坐标系 $\{e\}$ 的位姿,如图 9 所示。

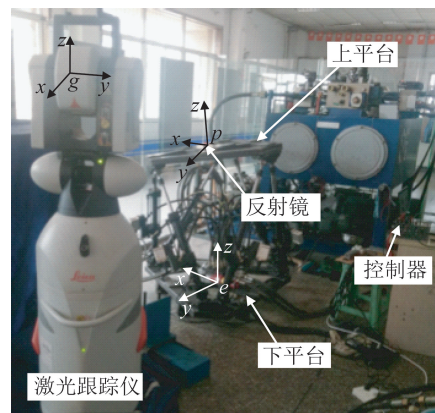


图 9 基于激光跟踪仪的标定实验

Fig. 9 Calibration experiment using a laser tracker

激光跟踪仪只能测量空间某一点位于激光跟踪仪坐标系中的位置,需要上、下平台上多个测量点才能计算出上平台坐标系 $\{p\}$ 和下平台坐标系 $\{e\}$ 位于激光跟踪仪坐标系 $\{g\}$ 中的位姿。稳定平台的上平台坐标系 $\{p\}$ 、下平台坐标系 $\{e\}$ 和测量

点分布,如图 10 所示。

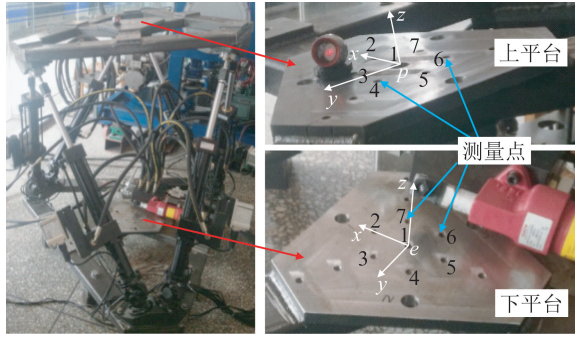


图 10 上下平台的测量点分布

Fig. 10 Measurement point distribution of the platform

以下平台坐标系 $\{e\}$ 位于激光跟踪仪坐标系 $\{g\}$ 中的位姿测量为例进行说明,测量点 1 与坐标系 $\{e\}$ 的原点重合,通过测量点 1 可以直接获得下平台坐标系 $\{e\}$ 位于激光跟踪仪坐标系 $\{g\}$ 中的位置 ${}^g e$ 。通过测量点 2~点 7 拟合出坐标系 $\{e\}$ 的 xy 平面,再通过求解过测量点 1 的法线获得 z 轴向量;通过测量点 1,点 2,点 5 拟合出一条直线,再向 xy 平面投影求出 x 轴向量;再根据 z 轴向量和 x 轴向量求出 y 轴向量,从而求得坐标系 $\{e\}$ 相对于坐标系 $\{g\}$ 的姿态(旋转矩阵 ${}^g R$)。同理,测量出上平台坐标系 $\{p\}$ 位于激光跟踪仪坐标系 $\{g\}$ 中的位置 ${}^g p$ 和姿态(旋转矩阵 ${}^g R$)。通过坐标变换公式(18)得出上平台坐标系 $\{p\}$ 相对下平台坐标系 $\{e\}$ 的位置和旋转矩阵:

$$\begin{cases} {}^e R = {}^g R ({}^g R)^{-1} \\ {}^e p = ({}^g R)^{-1} ({}^g p - {}^g e) \end{cases} \quad (18)$$

采用 RPY 角描述旋转矩阵,假设公式(18)

求解出的旋转矩阵 ${}^e R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$, 则 3 个

姿态角可通过 RPY 角反解获得,如式(19)所示:

$$\begin{cases} \beta = \text{Atan } 2(-r_{31}, \sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2}) \\ \alpha = \text{Atan } 2(r_{21}, r_{11}) \\ \gamma = \text{Atan } 2(r_{32}, r_{33}) \end{cases}, \quad (19)$$

式中: $\text{Atan } 2(x, y)$ 是双变量反正切函数, γ 为绕 x 轴的转角, β 为绕 y 轴的转角, α 为绕 z 轴的转角。

根据测量得到的位姿与理论位姿的差值进行牛顿迭代求解,辨识出机构参数的误差值,进行运

动学模型补偿。随机给出 20 组位姿,进行标定结果的检验,图 11 给出了标定前后的位姿误差。位置和姿态误差的均值分别从 2.321 mm 降至 0.242 mm, 0.246° 降至 0.025° 。标定后的位姿精度有了明显提高,但距离仿真标定精度还有差距,主要是本文没有考虑关节间隙、机构刚度、位姿控制精度等对位姿误差的影响。

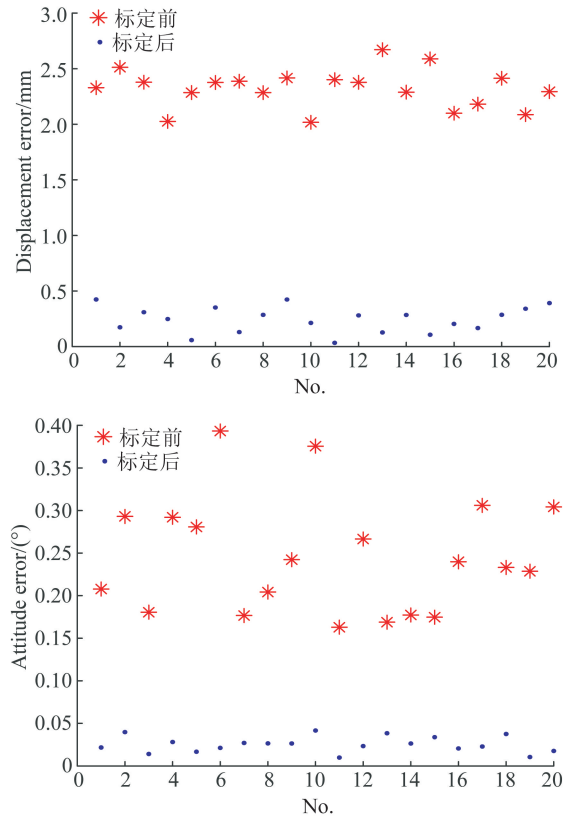


图 11 位姿误差标定前后对比

Fig. 11 Pose error contrast before and after calibration

8 结 论

本文提出对辨识雅可比矩阵进行无量纲化,再根据基于无量纲化辨识雅可比矩阵的可观测性指标选择测量位姿,保证位移和姿态对测量噪声具有相同的鲁棒性。通过数值算例验证了,3 种测量噪声下该方法标定的结构参数精度相对于传统方法均有大幅提高;该方法标定的位置精度相对于传统方法基本不变,但姿态精度有大幅提高,证明了该方法的有效性。

在以该方法选取的测量位姿对 Stewart 并联机构的标定试验中发现,位姿精度有了明显提高,

但距离仿真标定精度还有差距,主要是本文没有考虑关节间隙、机构刚度、位姿控制精度等对位姿

误差的影响,后续将对其进行研究,以提高标定试验精度。

参考文献:

- [1] 杨维帆,曹小涛,张彬,等. 空间望远镜次镜六自由度调整机构精密控制 [J]. 红外与激光工程, 2018, 47(7): 241-248.
YANG W F, CAO X T, ZHANG B, *et al.*. Six degree of freedom precision control for space camera secondary mirror adjusting mechanism [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(7): 241-248. (in Chinese)
- [2] 李仕华,孙静,单彦霞,等. 空间光学镜并联指向机构优化 [J]. 光学精密工程, 2019, 27(3): 132-139.
LI SH H, SUN J, SHAN Y X, *et al.*. Optimization of novel parallel for space optical pointing mechanism mirror [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(3): 132-139.
- [3] 刘文涛,唐德威,王知行. Stewart 平台机构标定的鸡尾酒法 [J]. 机械工程学报, 2004, 40(12): 48-52.
LIU W T, TAN D W, WANG ZH X. Cocktail method for Stewart platform calibration [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2004, 40(12): 48-52. (in Chinese)
- [4] 刘宇哲,吴军,王立平等. 5 轴混联机床运动学标定的测量轨迹评价及误差补偿 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 2016, 56(10): 1047-1054
LIU Y ZH, WU J, WANG L P, *et al.*. Measurement trajectory evaluation and error compensation for kinematic calibration of a 5-axis hybrid machine tool [J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2016, 56(10): 1047-1054. (in Chinese)
- [5] MENG G, TIEMIN L, WENSHENG Y. Calibration method and experiment of Stewart platform using a laser tracker[C]. *Systems, Man and Cybernetics*, 2003. *IEEE International Conference on. IEEE*, 2003.
- [6] LI F C, ZENG Q, K. F EHMANN, *et al.*. A calibration method for overconstrained spatial translational parallel manipulators [J]. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 2019, 57: 241-254.
- [7] WU J F, ZHANG R, WANG R H, *et al.*. A systematic optimization approach for the calibration of parallel kinematics machine tools by a laser tracker [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2014, 86:1-11.
- [8] 侯雨雷,段艳宾,窦玉超等. 65 m 射电望远镜天线副面调整机构标定研究 [J]. 中国机械工程, 2013, 24(24): 3318-3322.
HOU Y L, DUAN Y B, DOU Y CH, *et al.*. Calibration of adjusting mechanism for subreflector of a 65 meters radio telescope [J]. *China Mechanical Engineering*, 2013, 24(24): 3318-3322. (in Chinese)
- [9] 延皓,李长春,张金英. 基于外部坐标测量的六自由度并联机构标定方法 [J]. 兵工学报, 2013, 34(5):649-656.
YAN H, LI CH CH, ZHANG J Y. Calibration of 6DOF parallel mechanism based on external coordinate measurement [J]. *Acta Armamentarii*, 2013, 34(5):649-656. (in Chinese)
- [10] 吴江宁,左爱秋,李世伦. 并联六自由度平台机构机械误差分析与检测 [J]. 中国机械工程, 1999, 10(6): 614-617.
WU J N, ZUO A Q, LI SH L. Mechanical error analysis and measurement of parallel 6 degree of freedom platform [J]. *China Mechanical Engineering*, 1999, 10(6): 614-617. (in Chinese)
- [11] BAI P, MEI J, HUANG T, *et al.*. Kinematic calibration of Delta robot using distance measurements [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2016, 230(3): 414-424.
- [12] GUO J, WANG D, FAN R, *et al.*. Kinematic calibration and error compensation of a hexaglide parallel manipulator [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 2017, 233(1): 1-11.
- [13] SUN T, ZHAI Y, SONG Y, *et al.*. Kinematic calibration of a 3-DoF rotational parallel manipulator using laser tracker [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2016, 41:78-91.
- [14] BORM J H, MENQ C H. Determination of optimal measurement configurations for robot calibration based on observability measure [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 1991, 10(1): 51-63.
- [15] MENQ C H, BORM J H, LAI J Z. identification and observability measure of a basis set of error

- parameters in robot calibration [J]. *Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design*, 1989, 111(4):513-518.
- [16] DRIELS M R, PATHRE U S. Significance of observation strategy on the design of robot calibration experiments [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1990, 7(2):197-223.
- [17] NAHVI A, HOLLERBACH J M, HAYWARD V. Calibration of a parallel robot using multiple kinematic closed loops[C]. *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1994: 407-412.
- [18] NAHVI A, HOLLERBACH J M. The noise amplification index for optimal pose selection in robot calibration[C]. *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1996: 647-654.
- [19] SUN Y, HOLLERBACH J M. Observability index selection for robot calibration[C]. *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2008: 831-836.
- [20] DANNEY D. Choosing measurement poses for robot calibration with the local convergence, method and tabu search [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2005, 24(6):501-518.
- [21] ZHANG F, SHANG W W, CONG S. Choosing measurement configurations for kinematic calibration of cable-driven parallel robots [C]. *Proceedings of 3rd International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM)*, 2018, 397-402.
- [22] HUANG T, BAI P J, MEI J P, *et al.*. Tolerance Design and kinematic calibration of a four-degrees-of-freedom pick-and-place parallel robot [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2016, 8(6):061018(1-9).
- [23] GAO C, CONG D, HAN J, *et al.*. Self-calibration of a 6-DOF redundantly actuated parallel mechanism[C]. *Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, 2016: 128-132.
- [24] SAPUTRA V B, ONG S K, NEE A Y C. Optimum calibration of a parallel kinematic manipulator using digital indicators [J]. *Advances in Manufacturing*, 2014, 2(3):222-230.
- [25] JOUBAIR A, BONEV I A. Comparison of the efficiency of five observability indices for robot calibration [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, 70:254-265.
- [26] JOUBAIR A, TAHAN A S, BONEV I A. Performances of observability indices for industrial robot calibration[C]. *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2016: 2477-248.

作者简介:



强红宾(1991—),男,河北石家庄人,博士研究生,2014年于燕山大学获得学士学位,主要从事并联机构优化及协同控制系统的研究。E-mail: 605082605@qq.com

导师简介:



张立杰(1969—),男,吉林辽源人,教授,博士生导师,1992年、1996年、2006年于燕山大学分别获得学士、硕士、博士学位,主要从事机构学及机器人、电液控制系统的研究。E-mail: ljzhang@ysu.edu.cn