

1T2R三自由度海浪发电装置设计及运动学分析

赵裕明, 金振林, 冯海兵

引用本文:

赵裕明, 金振林, 冯海兵. 1T2R三自由度海浪发电装置设计及运动学分析[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(9): 2035–2045.

ZHAO Yu-ming, JIN Zhen-lin, FENG Hai-bing. Design and kinematics of a 1T2R 3-DOF wave power generating device[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(9): 2035–2045.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/OPE.20202809.2035>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

(2PRR)2+R平面并联机构的刚度与固有频率

Stiffness and natural frequency of a (2PRR)2+R planar parallel mechanism

光学精密工程. 2017, 25(11): 2904–2913 <https://doi.org/10.3788/OPE.20172511.2904>

六足机器人整机运动学分析及构型选择

Kinematics analysis and configuration selection of whole machine of hexapod robot

光学精密工程. 2017, 25(7): 1832–1842 <https://doi.org/10.3788/OPE.20172507.1832>

含有冗余支链的 $3-RPS/3n-SPS$ 并联机构逆动力学建模

Inverse dynamics modeling of 3-RPS/3n-SPS parallel mechanism with redundant limbs

光学精密工程. 2019, 27(4): 807–819 <https://doi.org/10.3788/OPE.20192704.0807>

2-DOF并联行程放大机构结构参数优化

Optimization design of structural parameters of 2-DOF parallel stroke amplification mechanism

光学精密工程. 2019, 27(5): 1148–1157 <https://doi.org/10.3788/OPE.20192705.1148>

空间光学镜并联指向机构优化

Optimization of novel parallel pointing mechanism for space optical mirror

光学精密工程. 2019, 27(3): 637–644 <https://doi.org/10.3788/OPE.20192703.0637>

文章编号 1004-924X(2020)09-2035-11

1T2R 三自由度海浪发电装置设计及运动学分析

赵裕明¹, 金振林^{1,2*}, 冯海兵¹

(1. 燕山大学 机械工程学院, 河北 秦皇岛 066004;

2. 河北省重型智能制造装备技术创新中心, 河北 秦皇岛 066004)

摘要:提出了一种可实现一维移动和二维转动(1T2R)且含有冗余支链的三自由度并联机构,基于该机构设计了一种新型的海浪发电装置。对装置的浮子进行了运动学分析,定量分析了浮子形状和尺寸对波浪能量采集效率的影响。推导了机构的位置反解,建立了机构的速度、加速度映射关系,并进行了运动学仿真。分析机构的工作空间,针对海浪发电装置的实际应用情况定义了运动学性能评价指标,绘制了工作空间内的性能指标分布图。研究表明:圆柱体浮子适用于波浪周期变化较小的海域,球形浮子适用于波浪周期变化较大的海域,机构的工作空间满足海浪发电装置浮子的运动要求,且在工作空间内运动学性能良好。该研究为本机构的动力学分析、结构尺度优化及样机研制提供了理论基础。

关键词:海浪发电;并联机构;运动学;工作空间;计算机仿真

中图分类号:P743; TH112 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/OPE.20202809.2035

Design and kinematics of a 1T2R 3-DOF wave power generating device

ZHAO Yu-ming¹, JIN Zhen-lin^{1,2*}, FENG Hai-bing¹

(1. School of Mechanical Engineering,

Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;

2. Heavy-duty Intelligent Manufacturing Equipment Innovation

Center of Hebei Province, Qinhuangdao 066004, China)

* Corresponding author, E-mail: zljn@ysu.edu.cn

Abstract: A type of three-degree-of-freedom parallel mechanism with a redundant link that can realize one-dimensional translation and two-dimensional rotation is proposed. A novel wave power generating device is then designed based on this mechanism. The kinematics of a floater in this device are analyzed, and the effects of the shape and size of the floater on wave energy acquisition efficiency are analyzed quantitatively. The inverse displacement formulas of this mechanism are then derived, its velocity and acceleration mapping relations are established, and a kinematics simulation is performed. In addition, the workspace of this mechanism is analyzed, a kinematic performance evaluation index is defined that combines the actual applications of the wave power generating device, and performance index distribution maps in the working space are drawn. The results show that the cylindrical and spherical floats are suitable for sea areas with small and large variation ranges of the wave period,

收稿日期:2020-05-21;修订日期:2020-06-24.

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(No. 51335007)

respectively. The working space of the mechanism meets the motion requirements of the float of the wave energy conversion device, and the kinematics character is good. This study provides theoretical foundations for kinematic analysis, structural scale optimization, and prototype development of the mechanism.

Key words: wave power generation; parallel mechanism; kinematics; workspace; simulation

1 引言

海洋波浪能是清洁的、无污染的可再生能源,有效利用波浪能对缓解能源危机、减轻环境污染具有重要的作用和意义。自 1974 年 Salter 提出了点头鸭波能转换装置后^[1],世界各国相继开始了海浪发电技术的探索与研究。海浪发电技术按照工作原理主要分为振荡水柱式、振荡浮体式 and 越浪式等形式^[2-4]。近年来振荡浮体式海浪发电技术的研究较多,其原理是利用浮体与机架的相对运动,将波浪能转换为机械能进而做功发电。最为典型的是英国的 Pelamis 波能装置、Oyster 波能转换装置和美国的 PowerBuoy 装置^[5-7],这些装置已经开始商业化运行。现有的振荡浮体式海浪发电装置绝大多数为单自由度机构^[1,3,6-7],能量转化效率并不理想。海面自由浮体能够实现六维运动,主要是垂荡与摇摆运动,如果海浪发电装置的浮子能够吸收采集三维运动的动能与势能,必将提高装置的能量采集与转换效率。Chen Weixing、马春翔等将并联机构作为海浪发电装置的波浪能量采集转换装置^[8-10],目前这类研究较少。

本文提出了一种能够实现一维移动和二维转动含有冗余支链的三自由度并联机构,基于该机构设计了一种海浪发电装置的波浪能量转换装置,采集波浪能的浮子与机构的动平台固接,浮子在波浪力作用下的垂荡和摇摆运动即机构动平台的一移两转运动。相对并联机构而言,波浪力即为并联机构的驱动力,3 条 RUS 支链被动受力为末端执行器,中间布置的平面四杆机构不仅作为约束分支,同时也作为末端执行器承受载荷,这时该机构便成为含有冗余支链的三自由度并联机构。相比于六自由度能量转换机构,本文所研究的机构能有效避免浮子随波推移不易复位的问题。此外,3 条 RUS 支链的球副均布在动平台圆周边缘,使浮子受力均匀,冗余支链在限制浮子运动的同时承担部分波浪力,提高了装置的发电能

力。本文首先介绍了海浪发电装置的原理以及波浪能量转换装置的原型机构,之后依次对浮子运动学、并联机构运动学、装置工作空间、运动学性能指标进行了分析,该研究为装置的动力学分析、结构尺度优化及样机研制提供了理论基础。

2 波浪能量转换装置

图 1 所示的海洋波浪能量转换装置(以下简称波能转换装置)为海浪发电设备的核心部分,作用是吸收和采集波浪能量,并将其转化为机械能,为后续的机械能转化为电能做准备。波能转换装置安装固定在海洋平台上,海洋平台可以悬停于海面上,也可与海底固接。波能转换装置主要由运动浮子、能量转换机构、运动转换装置组成。运动浮子漂浮在海面上,随着波浪一起运动,充分吸收波浪能量;能量转换机构将浮子的动能和势能转换为支链末端连杆的摆动;运动转换装置将机构支链末端连杆的摆动转换成整周回转运动,带动液压缸往复运动并产生高压油液,进而驱动液压马达并带动发电机组运转,液压管路上设有蓄能器用来稳定液压系统的压力。

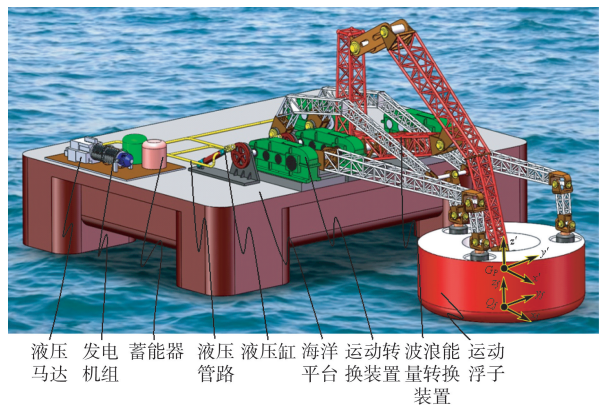


图 1 海浪发电装置虚拟样机

Fig. 1 Virtual prototype of the wave power generating device

波能转换装置的原型为并联机构,由平面四杆机构和 3-RUS 机构两部分组成,如图 2 所示。

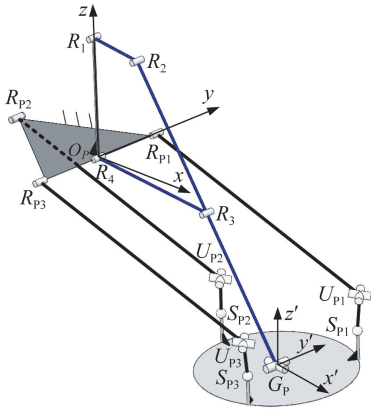


图 2 波能转换装置机构简图

Fig. 2 Schematic diagram of mechanism of device

其中,3-RUS 机构中的 RUS 支链一端通过转动副 R_{Pi} 与固定平台相连,另一端通过球副 S_{Pi} 与动平台相连,两个活动杆件通过虎克铰 U_{Pi} 相连。3 个转动副 R_{Pi} 均布于固定平台等边三角形的 3 个顶点上,3 个球副 S_{Pi} 通过立柱 $A_{Pi}S_{Pi}$ 与动平台固接,立柱 $A_{Pi}S_{Pi}$ 垂直于动平台 $A_{P1}A_{P2}A_{P3}$, A_{Pi} 均布于以 G_P 为圆心的圆周上;平面四杆机构中转动副 R_1, R_4 固定在机架上,转动副 R_4 与 R_{P1} 和 R_{P3} 同轴,转动副 R_1, R_4, R_{P1}, R_{P3} 同在一竖直平面内,连杆 R_2R_3 的延长线 R_3G_P 通过虎克铰与动平台中心 G_P 点相连,四杆机构所有转动副轴线相互平行。平面四杆机构限制动平台中心点 G_P 只能在平面内做二维移动,其中竖直方向为主运动,水平方向为伴随运动,同时动平台具有绕中心点 G_P 处虎克铰两正交且水平的轴线转动,故机构具有两转一移 3 个独立自由度。由于机构含有 3 条 RUS 支链,为含有冗余支链的并联机构。

3 浮子运动学分析

浮子运动学是波能装置浮子设计的基础^[11]。建立空间定坐标系 $Q_f-x_fy_fz_f$, $Q_f-x_fy_f$ 面与静水平面重合, z_f 轴过初始状态的浮子中心竖直向上, x_f 指向波浪传播方向;动坐标系 $G_P-x'y'z'$ 建立在浮子质心 G_P 点, z' 轴垂直于浮子上表面方向向上, x' 轴与 $A_{P2}G_P$ 重合,如图 1 和图 2 所示。

浮子运动的角位移用欧拉角表示,坐标系 $G_P-x'y'z'$ 相对于 $Q_f-x_fy_fz_f$ 的转角为 γ, β, α , γ 为横摇运动转角,即绕 x_f 轴的转角, β 为纵摇运动转角,即绕 y_f 轴的转角, α 为首摇运动转角,即绕 z_f 轴的转角,则坐标系 $Q_f-x_fy_fz_f$ 与坐标系 $G_P-x'y'z'$ 的关系为:

$$\begin{aligned} [x_f \quad y_f \quad z_f]^T &= {}^G_G \mathbf{R} [x' \quad y' \quad z']^T + \mathbf{r}_{Gf}^G, \\ \mathbf{r}_{Gf}^G &= [x_{Gf} \quad y_{Gf} \quad z_{Gf}]^T, \end{aligned} \quad (1)$$

其中: ${}^G_G \mathbf{R}$ 为旋转变换矩阵, \mathbf{r}_{Gf}^G 为 G_P 点在坐标系 $Q_f-x_fy_fz_f$ 中的位置矢量。

波浪扰动力由弗劳德-克雷洛夫力和绕射力两部分组成,可表示为:

$$\begin{cases} F_{is_z}^c = \frac{H_w}{2} e^{-k_w d^*} \left[\rho_w g \int_L \cos(k_w x_f \cos \varphi_w) \tilde{D} dx_f - \omega \int_L N_s(x_f) \sin(k_w x_f \cos \varphi_w) dx_f - \omega^2 \int_L m_s(x_f) \cos(k_w x_f \cos \varphi_w) dx_f \right] \\ F_{is_z}^s = \frac{H_w}{2} e^{-k_w d^*} \left[\rho_w g \int_L \sin(k_w x_f \cos \varphi_w) \tilde{D} dx_f + \omega \int_L N_s(x_f) \cos(k_w x_f \cos \varphi_w) dx_f - \omega^2 \int_L m_s(x_f) \sin(k_w x_f \cos \varphi_w) dx_f \right] \\ M_{is_y}^c = \frac{H_w}{2} e^{-k_w d^*} \left[-\rho_w g \int_L x_f \cos(k_w x_f \cos \varphi_w) \tilde{D} dx_f + \omega \int_L x_f N_s(x_f) \sin(k_w x_f \cos \varphi_w) dx_f + \omega^2 \int_L x_f m_s(x_f) \cos(k_w x_f \cos \varphi_w) dx_f \right] \\ M_{is_y}^s = \frac{H_w}{2} e^{-k_w d^*} \left[-\rho_w g \int_L x_f \sin(k_w x_f \cos \varphi_w) \tilde{D} dx_f - \omega \int_L x_f N_s(x_f) \cos(k_w x_f \cos \varphi_w) dx_f + \omega^2 \int_L x_f m_s(x_f) \sin(k_w x_f \cos \varphi_w) dx_f \right] \end{cases}, \quad (2)$$

其中: $\tilde{D} = 2 \int_0^{B_f} \cos(k_w y_f \sin \varphi_w) dy_f$, H_w 为浪高, k_w 为波数, d^* 为浮子平均吃水深度, ρ_w 为海水密度, L 为浮子长度, φ_w 为浪向角, B_f 为浮子宽度, ω 为波浪圆频率, N_s 为浮子横剖面的阻尼系数, m_s 为浮子横剖面的附加质量系数。

某一时刻海浪传播方向是固定的,浮子的瞬时运动为垂荡与纵摇运动,垂荡运动即浮子沿 z_f 轴的上下移动,其耦合运动方程为:

$$\begin{cases} A_1 z_f^c + B_1 \beta_c - C_1 z_f^s - D_1 \beta_s = F_{is_z}^c \\ A_1 z_f^s + B_1 \beta_s + C_1 z_f^c + D_1 \beta_c = F_{is_z}^s \\ A_2 z_f^c + B_2 \beta_c - C_2 z_f^s - D_2 \beta_s = M_{is_y}^c \\ A_2 z_f^s + B_2 \beta_s + C_2 z_f^c + D_2 \beta_c = M_{is_y}^s \end{cases}, \quad (3)$$

其中: $A_1 = c_{33} - \omega^2(M + m_{33})$, $B_1 = c_{35} - \omega^2 m_{35}$, $C_1 = \omega N_{33}$, $D_1 = \omega N_{35}$, $A_2 = c_{53} - m_{53}\omega^2$, $B_2 = c_{55} - (\bar{I}_{22} - Mz_{G1}^2 + m_{55})\omega^2$, $C_2 = \omega N_{53}$, $D_2 = \omega N_{55}$, z_i^* , β_c , β_s 为浮子运动轨迹的分量, c_{ij} ($i, j = 3, 5$) 为浮子恢复力系数, M 为浮子质量, m_{ij} ($i, j = 3, 5$) 为浮子附加质量系数, N_{ij} ($i, j = 3, 5$) 为浮子兴波阻尼系数, \bar{I}_{22} 为浮子的惯性矩。

求解式(3)可得浮子运动轨迹为:

$$\begin{cases} z_i = z_i^* \cos \omega t - z_i^* \sin \omega t \\ \beta = \beta_c \cos \omega t - \beta_s \sin \omega t \end{cases} \quad (4)$$

一个波周范围内浮子运动总功率为:

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T (F_{15z} z_i^* + M_{15y} \beta_i) dt. \quad (5)$$

波浪功率为宽度 B_w 的波浪能沿波长方向所传递能量, 表示为:

$$P_w = (\rho_w g H_w^2 c_{wg} B_w) / 8, \quad (6)$$

其中: c_{wg} 为群速, 深水中 $c_{wg} = c_w / 2$, 浅水中 $c_{wg} = c_w$ 。

则波能转换装置浮子的能量采集效率为:

$$\eta_f = \bar{P} / P_w. \quad (7)$$

式(5)与式(6)中只含有波高 H_w 的二次项, 故能量采集效率 η_f 的值与波高 H_w 无关。

设定 3 种浮子的形状分别为竖直圆柱体、上下表面为正方形的长方体及球体。设竖直圆柱体浮子圆截面直径为 D_f , 3 种浮子均有一半浸没在海水中, 浮子材料、高度、静水平面截面积和吃水深度均相等, 静水中圆柱体与长方体的排水体积和质量相等, 具体参数见表 1。

表 1 3 种浮子的主要参数

Tab. 1 Main parameters of three floaters

浮子形状	圆柱体	长方体	球体
截面尺寸	直径 D_f	边长 $\sqrt{\pi} D_f / 2$	直径 D_f
高度	$h_{f1} = h_{f2} = h_{f3} = D_f$		
吃水深度	$h_{f1}^* = h_{f2}^* = h_{f3}^* = D_f / 2$		
截面积	$A_{f1}^{pp} = A_{f2}^{pp} = A_{f3}^{pp} = \pi D_f^2 / 4$		
质量	$m_{f1} = m_{f2} = m_{f3} = \rho_f \pi D_f^3 / 8$		
排水体积	$V_{f1}^p = V_{f2}^p = V_{f3}^p = \pi D_f^3 / 8$		

结合我国海域的实际情况^[12], 在分析浮子形状对能量采集效率影响时, 取波浪周期 T 为 4~7 s, 海浪波高为 2 m, 综合考虑浮子的加工制

造、安装、维护问题, 以及海浪发电装置的发电能力等因素, 令圆柱形浮子直径 D_f 的取值范围为 2~12 m。在对比分析 3 种浮子能量采集效率时, 以波浪周期和浮子中间水平截面尺寸为变量, 绘制能量采集效率图谱, 进而分析浮子形状和尺度对能量采集效率的影响。

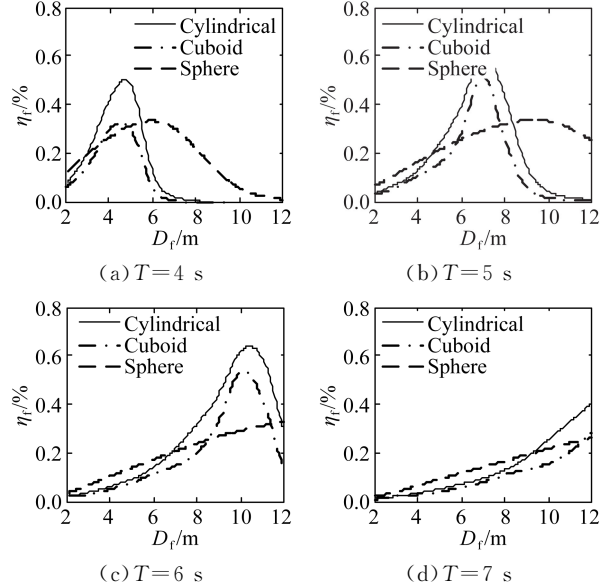


图 3 浮子尺寸与能量采集效率的关系

Fig. 3 Relationship between floater size and efficiency of energy collection

从图 3 可以看出, 圆柱体浮子的波浪能量采集效率始终比长方体浮子高; 当浮子尺寸 D_f 确定时, 周期 T 在 4~7 s 间变化, 圆柱体和长方体浮子的能量采集效率变动较大, 球体浮子效率变化相对较小; 圆柱体浮子适用于波浪周期变化较小的海域, 球形浮子适用于波浪周期频繁变化的海域。

4 波能转换装置运动学分析

运动学分析即求解机构运动平台与支链末端的位置、速度和加速度映射关系^[13-16]。设定波能转换装置机构的主要几何参数为: $R_1 R_2 = l_{R_1}$, $R_2 R_3 = l_{R_2}$, $R_3 R_4 = l_{R_3}$, $R_4 R_1 = l_{R_4}$, $R_3 G_P = l_{R_5}$, $R_P i U_{P_i} = l_{P_1}$, $U_{P_i} S_{P_i} = l_{P_2}$, $S_{P_i} A_{P_i} = l_{P_3}$, $G_P A_{P_i} = r_h$, $R_{P_1} R_{P_2} = R_{P_2} R_{P_3} = R_{P_3} R_{P_1} = \sqrt{3} r_h$, 所有参数长度单位均为米(m)。

建立固定坐标系 O_P-xyz , 原点 O_P 位于 R_4 点处, y 轴与 R_4 处转动副的轴线重合, 方向由 R_4 指

向 R_{P_1} , z 轴与 R_1R_4 重合,方向由 R_4 指向 R_1 , x 轴由右手定则确定。 G_P 点在坐标系 O_P-xyz 中可表示为 $\mathbf{r}_{GP} = [x_{GP}, y_{GP}, z_{GP}]^T$, 则动平台的位置和姿态由 $[x_{GP} \ y_{GP} \ z_{GP} \ \gamma \ \beta \ \alpha]^T$ 决定, 其中, z_{GP}, β, γ 为动平台的独立位姿变量, x_{GP} 为与 z_{GP} 耦合的随动变量。

4.1 波能转换装置位置分析

平面四杆机构决定动平台中心 G_P 点只能在 xO_Pz 平面内移动, 由于海面上漂浮的浮子具有沿竖直方向的垂荡运动和绕两正交水平轴的摇摆运动, 故设计平面四杆机构时, 期望 G_P 点在 xO_Pz 平面内只沿 z 轴竖直运动, 无 x 方向的水平运动或相对运动较小。

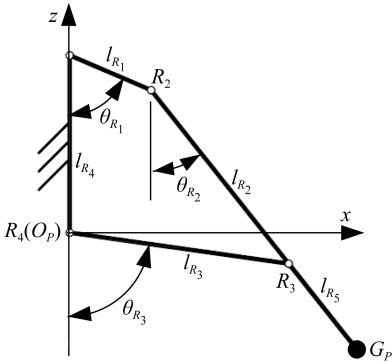


图 4 平面四杆机构简图

Fig. 4 Schematic diagram of four-bar mechanism in planar

$\theta_{R_i} (i=1, 2, 3)$ 为 R_1R_2 杆、 R_2R_3 杆、 R_4R_3 杆与 z 轴负方向所成的角度, 如图 4 所示, 矢量方程为:

$$\mathbf{R}_1\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_2\mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_4\mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_1\mathbf{R}_4 = 0, \quad (8)$$

其中: $\mathbf{R}_1\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_2\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_4\mathbf{R}_3, \mathbf{R}_1\mathbf{R}_4$ 分别为 R_1R_2 杆、 R_2R_3 杆、 R_4R_3 杆、 R_1R_4 杆的矢量。

将式(8)展开整理得:

$$\begin{cases} l_{R_1} \cos \theta_{R_1} + l_{R_2} \cos \theta_{R_2} - l_{R_3} \cos \theta_{R_3} - l_{R_4} = 0 \\ l_{R_1} \sin \theta_{R_1} + l_{R_2} \sin \theta_{R_2} - l_{R_3} \sin \theta_{R_3} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

解方程得四杆机构 R_2 处转动副转角为:

$$\theta_{R_2} = 2 \arctan \left(\frac{K_{R_2} \pm \sqrt{K_{R_1}^2 + K_{R_2}^2 - K_{R_3}^2}}{K_{R_1} - K_{R_3}} \right), \quad (10)$$

其中: $K_{R_1} = -2l_{R_2}(l_{R_3} \cos \theta_{R_3} + l_{R_4}), K_{R_2} = -2l_{R_2}l_{R_3} \sin \theta_{R_3}, K_{R_3} = 2l_{R_3} \cos \theta_{R_3} l_{R_4} + l_{R_2}^2 + l_{R_3}^2 + l_{R_4}^2 - l_{R_1}^2$, \pm 处取正号, 机构如图 2 所示正装布置。

坐标系 O_P-xyz 中 G_P 点的矢量闭环方程为:

$$\mathbf{r}_{GP} = \mathbf{O}_P\mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_3\mathbf{G}_P = l_{R_3} \mathbf{n}_{R_3} + l_{R_5} \mathbf{n}_{R_5}, \quad (11)$$

其中: $\mathbf{n}_{R_3} = [\sin \theta_{R_3}, 0, -\cos \theta_{R_3}]^T, \mathbf{n}_{R_5} = [\sin \theta_{R_2}, 0, -\cos \theta_{R_2}]^T, \mathbf{O}_P\mathbf{R}_3$ 为 R_4R_3 杆的矢量, \mathbf{n}_{R_3} 为其单位矢量; $\mathbf{R}_3\mathbf{G}_P$ 为 R_3G_P 杆矢量, \mathbf{n}_{R_5} 为其单位矢量。

将式(11)展开整理得动平台中心 G_P 点的位置为:

$$\begin{cases} x_{GP} = l_{R_3} \sin \theta_{R_3} + l_{R_5} \sin \theta_{R_2} \\ z_{GP} = -l_{R_3} \cos \theta_{R_3} - l_{R_5} \cos \theta_{R_2} \end{cases} \quad (12)$$

联立式(12)建立动平台的平动伴随关系为:

$$x_{GP} = \sqrt{l_{R_5}^2 - (z_{GP} - l_{R_3} \cos \theta_{R_3})^2} + l_{R_3} \sin \theta_{R_3}. \quad (13)$$

设计四杆机构使动平台中心 G_P 点沿 z 轴做垂荡运动, 而沿 x 轴的伴随运动数值越小越好。平面四杆机构几何参数为 $l_{R_1}, l_{R_2}, l_{R_3}, l_{R_4}, l_{R_5}$, 结合式(10)和式(12)的 G_P 点轨迹数学模型, 借助 MATLAB 根据期望的末端轨迹进行四杆机构尺度设计, 最终确定各杆件的尺度关系为:

$$l_{R_1} : l_{R_2} : l_{R_3} : l_{R_4} : l_{R_5} = 1 : 2.5 : 2.5 : 2 : 2.5. \quad (14)$$

通过分析可知, 满足式(14)的尺度比例且当 $l_{R_1} = 1$ 时, 动平台 G_P 点沿 z 轴在 $[-2.2, 1.7]$ 范围内运动时, x 方向最大波动量在 0.009 以内, 完全能够满足波浪能量转换装置的工况要求。式(10)和式(12)即为平面四杆机构位置正反解。

3-RUS 机构的位置分析即确定动平台位姿 z_{GP}, β, γ 与各支链连架杆 $R_{P_i}U_{P_i}$ 转角位置间的关系。

固定平台上 R_{P_i} 点在定坐标系 O_P-xyz 中的位置矢量 \mathbf{R}_{P_i} 可以表示为:

$$\mathbf{R}_{P_i} = [r_h (\cos \varphi_{P_i} - \cos 60^\circ), r_h \sin \varphi_{P_i}, 0]^T, \quad (15)$$

其中 $\varphi_{P_i} = (2i-1)\pi/3$ 。

动平台上 S_{P_i} 点在动坐标系 $G_P-x'y'z'$ 中的位置矢量 \mathbf{S}'_{P_i} 可以表示为:

$$\mathbf{S}'_{P_i} = [r_h \cos \varphi_{P_i}, r_h \sin \varphi_{P_i}, l_{P_3}]^T. \quad (16)$$

杆件 $S_{P_i}G_P$ 在定坐标系 O_P-xyz 中的位置矢量 \mathbf{r}_{SG_i} 展开表示为:

$$\mathbf{r}_{SG_i} = \mathbf{S}_{P_i}\mathbf{G}_P = {}^G\mathbf{R}\mathbf{S}'_{P_i}. \quad (17)$$

构造矢量闭环方程:

$$\mathbf{r}_{GP} = \mathbf{R}_{P_i} + \mathbf{R}_{P_i} \mathbf{U}_{P_i} + \mathbf{U}_{P_i} \mathbf{S}_{P_i} - \mathbf{r}_{SGi} = \mathbf{R}_{P_i} + l_{P1} \mathbf{n}_{P_i} + l_{P2} \mathbf{w}_{P_i} - \mathbf{r}_{SGi} \quad (18)$$

其中: $\mathbf{n}_{P_i} = [\cos \theta_{P_i}, 0, \sin \theta_{P_i}]^T$, $\mathbf{R}_{P_i} \mathbf{U}_{P_i}$ 为 $R_{P_i} U_{P_i}$ 杆的矢量, \mathbf{n}_{P_i} 为其单位矢量, θ_{P_i} 为杆件 $R_{P_i} U_{P_i}$ 轴线与 x 轴正方向所成的角度; $\mathbf{U}_{P_i} \mathbf{S}_{P_i}$ 为 $U_{P_i} S_{P_i}$ 杆的矢量, \mathbf{w}_{P_i} 为其单位矢量。

将式(18)中 $l_{P2} \mathbf{w}_{P_i}$ 移到等号一端并对等式两端同时取范数得:

$$\| \mathbf{r}_{GP} - \mathbf{R}_{P_i} - l_{P1} \mathbf{n}_{P_i} + \mathbf{r}_{SGi}' \| = l_{P2} \quad (19)$$

将式(15)~式(17)代入式(19)得到 3-RUS 机构连架杆 $R_{P_i} U_{P_i}$ 的转角 θ_{P_i} ($i=1, 2, 3$) 为:

$$\theta_{P_i} = 2 \arctan \left(\frac{K_{P2} \pm \sqrt{K_{P1}^2 + K_{P2}^2 - K_{P4}^2}}{K_{P1} - K_{P4}} \right) \quad (20)$$

其中: $K_{P1} = R_{11} r_h \cos \varphi_{P_i} + R_{12} r_h \sin \varphi_{P_i} + R_{13} l_{P3} + x_{GP} - r_h (\cos \varphi_{P_i} - \cos 60^\circ)$, $K_{P2} = R_{31} r_h \cos \varphi_{P_i} + R_{32} r_h \sin \varphi_{P_i} + R_{33} l_{P3} + z_{GP}$, $K_{P3} = R_{21} r_h \cos \varphi_{P_i} + R_{22} r_h \sin \varphi_{P_i} + R_{23} l_{P3} - r_h \sin \varphi_{P_i}$, $K_{P4} = (l_{P2}^2 - K_{P1}^2 - K_{P2}^2 - K_{P3}^2 - l_{P1}^2) / 2l_{P1}$, 士处取正号, 机构如图 2 所示为正装布局形式, R_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) 为矩阵 ${}^G \mathbf{R}$ 的元素。

4.2 波能转换装置速度分析

式(11)各项分别对时间求导得:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_h &= \dot{\theta}_{R3} l_{R3} \mathbf{n}_{R3}^d + \dot{\theta}_{R2} l_{R5} \mathbf{n}_{R5}^d, \\ \mathbf{v}_h &= [v_{hx}, v_{hy}, v_{hz}]^T, \\ \mathbf{n}_{R3}^d &= [\cos \theta_{R3}, 0, \sin \theta_{R3}]^T, \\ \mathbf{n}_{R5}^d &= [\cos \theta_{R2}, 0, \sin \theta_{R2}]^T, \end{aligned} \quad (21)$$

其中: \mathbf{v}_h 为动平台的线速度, $\dot{\theta}_{R3}$ 为 $R_4 R_3$ 杆的角速度, $\dot{\theta}_{R2}$ 为 $R_2 R_3$ 杆的角速度。

将式(21)展开表示为:

$$\begin{cases} v_{hx} = \dot{\theta}_{R3} l_{R3} \cos \theta_{R3} + \dot{\theta}_{R2} l_{R5} \cos \theta_{R2} \\ v_{hz} = \dot{\theta}_{R3} l_{R3} \sin \theta_{R3} + \dot{\theta}_{R2} l_{R5} \sin \theta_{R2} \end{cases} \quad (22)$$

联立式(9)的方程组消去 θ_{R1} 后, 各项分别对时间求导并整理得:

$$\dot{\theta}_{R2} = T_{R23} \dot{\theta}_{R3}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} T_{R23} &= (-l_{R2} l_{R3} \cos \theta_{R2} \sin \theta_{R3} + l_{R3} l_{R4} \sin \theta_{R3} + \\ & l_{R2} l_{R3} \sin \theta_{R2} \cos \theta_{R3}) / (l_{R2} l_{R3} \sin \theta_{R2} \cos \theta_{R3} - \\ & l_{R2} l_{R3} \cos \theta_{R2} \sin \theta_{R3} + l_{R2} l_{R4} \sin \theta_{R2}). \end{aligned}$$

将式(23)代入式(22)得平面四杆机构的速度映射关系为:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{R3} = T_{\theta_{hx}} v_{hx} \\ \dot{\theta}_{R3} = T_{\theta_{hz}} v_{hz} \end{cases}, \quad (24)$$

其中: $T_{\theta_{hx}} = 1 / (l_{R3} \cos \theta_{R3} + T_{R23} l_{R5} \cos \theta_{R2})$, $T_{\theta_{hz}} = 1 / (l_{R3} \sin \theta_{R3} + T_{R23} l_{R5} \sin \theta_{R2})$ 。

联立式(24)得动平台线速度伴随关系为:

$$\mathbf{v}_{hx} = \frac{T_{\theta_{hz}}}{T_{\theta_{hx}}} \mathbf{v}_{hz} \quad (25)$$

球副 S_i 点的速度 \mathbf{v}_{SP_i} 可表示为:

$$\mathbf{v}_{SP_i} = \mathbf{v}_h + \boldsymbol{\omega}_h \times \mathbf{r}_{SGi}, \quad (26)$$

其中 $\boldsymbol{\omega}_h$ 为动平台的角速度。

将式(26)表示成矩阵形式为:

$$\mathbf{v}_{SP_i} = \mathbf{G}_P^{S_i} \mathbf{V}_h, \quad (27)$$

其中: $\mathbf{G}_P^{S_i} = [i_x \ j_y \ k_z \ i_x \times \mathbf{r}_{SGi} \ j_y \times \mathbf{r}_{SGi} \ k_z \times \mathbf{r}_{SGi}]$, $\mathbf{V}_h = [v_h^T \ \boldsymbol{\omega}_h^T]^T$, i_x, j_y, k_z 为坐标轴的单位矢量, \mathbf{V}_h 为动平台的广义速度, $\mathbf{G}_P^{S_i} \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$ 。

式(18)中各项对时间求导得:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_h &= \dot{\theta}_{P_i} l_{P1} \mathbf{n}_{P_i}^d + l_{P2} \boldsymbol{\omega}_{P_i} \times \mathbf{w}_{P_i} - \boldsymbol{\omega}_h \times \mathbf{r}_{SGi}, \\ \mathbf{n}_{P_i}^d &= [-\sin \theta_{P_i}, 0, \cos \theta_{P_i}]^T, \end{aligned} \quad (28)$$

其中: $\dot{\theta}_{P_i}$ 为 $R_{P_i} U_{P_i}$ 杆的角速度, $\boldsymbol{\omega}_{P_i}$ 为 $U_{P_i} S_{P_i}$ 杆的角速度。

式(28)各项同时点乘 \mathbf{w}_{P_i} 化简整理得:

$$\dot{\theta}_{P_i} l_{P1} \mathbf{n}_{P_i}^d \cdot \mathbf{w}_{P_i} = \mathbf{v}_h \cdot \mathbf{w}_{P_i} + (\boldsymbol{\omega}_h \times \mathbf{r}_{SGi}) \cdot \mathbf{w}_{P_i} \quad (29)$$

将式(26)代入式(29)得:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{P_i} &= \mathbf{v}_{SP_i} \cdot \mathbf{Q}_{P_i} = \mathbf{v}_{SP_i}^T \mathbf{Q}_{P_i} = \mathbf{Q}_{P_i}^T \mathbf{v}_{SP_i}, \\ \mathbf{Q}_{P_i} &= \mathbf{w}_{P_i} / l_{P1} \mathbf{n}_{P_i}^d \cdot \mathbf{w}_{P_i}. \end{aligned} \quad (30)$$

结合式(24)与式(30), 将波能转换装置机构支链端速度与动平台位姿速度的映射关系统一写成矩阵形式为:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{PR} &= \mathbf{J}_{ht} \mathbf{V}_h, \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_{PR} &= [\dot{\theta}_{P1} \ \dot{\theta}_{P2} \ \dot{\theta}_{P3} \ \dot{\theta}_{R3}]^T, \\ \mathbf{J}_{ht} &= \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{P1}^T \mathbf{G}_P^{S1} \\ \mathbf{Q}_{P2}^T \mathbf{G}_P^{S2} \\ \mathbf{Q}_{P3}^T \mathbf{G}_P^{S3} \\ 0 \ 0 \ T_{\theta_{hz}} \ 0 \ 0 \ 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{4 \times 6}, \end{aligned} \quad (31)$$

其中 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{PR}$ 为装置机构支链端的广义速度。

动平台有三个独立的位姿变量 z_{GP}, β, γ , 且 x_{GP} 与 z_{GP} 之间存在耦合关系, 则动平台位姿速度 \mathbf{V}_h 与 $[\dot{\beta} \ \dot{\gamma} \ \dot{z}_{GP}]^T$ 的关系为:

$$\mathbf{V}_h = \mathbf{J}_{hu} \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{z}_{GP} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$\mathbf{J}_{hu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{T_{\dot{h}z}}{T_{\dot{h}x}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 3},$$

其中: \mathbf{J}_{hu} 为 \mathbf{V}_h 与 $[\dot{\beta} \ \dot{\gamma} \ \dot{z}_{GP}]^T$ 间对应关系矩阵。

由式(31)和式(32)得到波能转换装置机构的速度映射关系为:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{PR} = \mathbf{J}_h \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{z}_{GP} \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$\mathbf{J}_h = \mathbf{J}_{hr} \mathbf{J}_{hu},$$

其中: \mathbf{J}_h 表示波能转换装置机构的速度雅克比矩阵, $\mathbf{J}_h \in \mathbf{R}^{4 \times 3}$ 。

4.3 波能转换装置加速度分析

式(22)各项分别对时间求导得:

$$\begin{cases} \dot{v}_{hx} = \ddot{\theta}_{R3} l_{R3} \cos \theta_{R3} - \dot{\theta}_{R3} \dot{\theta}_{R3} l_{R3} \sin \theta_{R3} + \\ \quad \ddot{\theta}_{R2} l_{R5} \cos \theta_{R2} - \dot{\theta}_{R2} \dot{\theta}_{R2} l_{R5} \sin \theta_{R2} \\ \dot{v}_{hz} = \ddot{\theta}_{R3} l_{R3} \sin \theta_{R3} + \dot{\theta}_{R3} \dot{\theta}_{R3} l_{R3} \cos \theta_{R3} + \\ \quad \ddot{\theta}_{R2} l_{R5} \sin \theta_{R2} + \dot{\theta}_{R2} \dot{\theta}_{R2} l_{R5} \cos \theta_{R2} \end{cases}, \quad (34)$$

其中: $\ddot{\theta}_{R3}$ 为 $R_4 R_3$ 杆的角加速度, $\ddot{\theta}_{R2}$ 为 $R_2 R_3$ 杆的角加速度, \dot{v}_{hx} 、 \dot{v}_{hz} 分别为动平台线加速度 \dot{v}_h 沿 x

$$\mathbf{H}_P^{Si} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{H}_{P1}^{Si} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{H}_{P2}^{Si} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{H}_{P3}^{Si} \end{bmatrix}^T \in \mathbf{R}^{3 \times 6 \times 6},$$

$$\mathbf{H}_{P1}^{Si} = [(\mathbf{i}_x \times \mathbf{r}_{SGi}) \times \mathbf{i}_x \quad (\mathbf{j}_y \times \mathbf{r}_{SGi}) \times \mathbf{i}_x \quad (\mathbf{k}_z \times \mathbf{r}_{SGi}) \times \mathbf{i}_x] \in \mathbf{R}^{3 \times 3},$$

$$\mathbf{H}_{P2}^{Si} = [(\mathbf{i}_x \times \mathbf{r}_{SGi}) \times \mathbf{j}_y \quad (\mathbf{j}_y \times \mathbf{r}_{SGi}) \times \mathbf{j}_y \quad (\mathbf{k}_z \times \mathbf{r}_{SGi}) \times \mathbf{j}_y] \in \mathbf{R}^{3 \times 3},$$

$$\mathbf{H}_{P3}^{Si} = [(\mathbf{i}_x \times \mathbf{r}_{SGi}) \times \mathbf{k}_z \quad (\mathbf{j}_y \times \mathbf{r}_{SGi}) \times \mathbf{k}_z \quad (\mathbf{k}_z \times \mathbf{r}_{SGi}) \times \mathbf{k}_z] \in \mathbf{R}^{3 \times 3}.$$

又有矢量 $\mathbf{U}_{Pi} \mathbf{S}_{Pi}$ 可表示为:

$$l_{P2} \mathbf{w}_{Pi} = \mathbf{S}_{Pi} - (\mathbf{R}_{Pi} + l_{P1} \mathbf{n}_{Pi}). \quad (39)$$

式(39)各项对时间求导整理得:

$$\dot{\mathbf{w}}_{Pi} = \frac{\mathbf{v}_{SPi}}{l_{P2}} - \frac{l_{P1}}{l_{P2}} \mathbf{n}_{Pi}^d \dot{\theta}_{Pi}. \quad (40)$$

将式(27)、式(30)、式(38)和式(40)代入式(37)整理得:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{Pi} = & \mathbf{Q}_{Pi}^T \mathbf{G}_P^{Si} \dot{\mathbf{V}}_h + \mathbf{V}_h^T \mathbf{Q}_{Pi}^T \mathbf{H}_P^{Si} \mathbf{V}_h + \\ & (l_{P1} \mathbf{Q}_{Pi}^T \mathbf{n}_{Pi}) (\mathbf{V}_h^T (\mathbf{G}_P^{Si})^T \mathbf{Q}_{Pi} \mathbf{Q}_{Pi}^T \mathbf{G}_P^{Si} \mathbf{V}_h) - \\ & \frac{\mathbf{V}_h^T (\mathbf{G}_P^{Si})^T \mathbf{n}_{Pi}^d \mathbf{Q}_{Pi}^T \mathbf{G}_P^{Si} \mathbf{V}_h}{l_{P2} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{w}_{Pi}} + \frac{\mathbf{V}_h^T (\mathbf{G}_P^{Si})^T \mathbf{G}_P^{Si} \mathbf{V}_h}{l_{P1} l_{P2} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{w}_{Pi}} - \\ & \frac{l_{P1} [\mathbf{V}_h^T (\mathbf{G}_P^{Si})^T \mathbf{Q}_{Pi} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{G}_P^{Si} \mathbf{V}_h]}{l_{P1} l_{P2} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{w}_{Pi}} + \\ & \frac{[l_{P1} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{n}_{Pi}^d] (\mathbf{V}_h^T (\mathbf{G}_P^{Si})^T \mathbf{Q}_{Pi} \mathbf{Q}_{Pi}^T \mathbf{G}_P^{Si} \mathbf{V}_h)}{l_{P2} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{w}_{Pi}}. \quad (41) \end{aligned}$$

轴、 z 轴的分量。

式(23)中各项分别对时间求导整理得:

$$\ddot{\theta}_{R2} = T_{R23} \ddot{\theta}_{R3} + \frac{K_{R\theta 2}}{K_{R\theta 1}} \dot{\theta}_{R3}^2, \quad (35)$$

$$K_{R\theta 1} = -l_{R2} l_{R3} \sin \theta_{R2} \cos \theta_{R3} +$$

$$l_{R2} l_{R3} \cos \theta_{R2} \sin \theta_{R3} - l_{R2} l_{R4} \sin \theta_{R2},$$

$$K_{R\theta 2} = (T_{R23} - 1)^2 (l_{R2} l_{R3} \cos \theta_{R2} \cos \theta_{R3} +$$

$$l_{R2} l_{R3} \sin \theta_{R2} \sin \theta_{R3}) + T_{R23}^2 l_{R2} l_{R4} \cos \theta_{R2} - l_{R3} l_{R4} \cos \theta_{R3}.$$

将式(23)、式(24)和式(35)代入式(34)整理得动平台线加速度与 $R_1 R_3$ 杆的角加速度关系为:

$$\begin{cases} \dot{v}_{hx} = \frac{\dot{\theta}_{R3}}{T_{\dot{h}x}} + T_{A_{hx}} \dot{v}_{hz} \\ \dot{v}_{hz} = \frac{\dot{\theta}_{R3}}{T_{\dot{h}z}} + T_{A_{hz}} \dot{v}_{hx} \end{cases}, \quad (36)$$

$$T_{A_{hx}} = T_{\dot{h}z}^2 \left(\frac{K_{R\theta 2} l_{R5} \cos \theta_{R2}}{K_{R\theta 1}} - l_{R3} \sin \theta_{R3} - T_{R23}^2 l_{R5} \sin \theta_{R2} \right),$$

$$T_{A_{hz}} = T_{\dot{h}z}^2 \left(\frac{K_{R\theta 2} l_{R5} \sin \theta_{R2}}{K_{R\theta 1}} + l_{R3} \cos \theta_{R3} + T_{R23}^2 l_{R5} \cos \theta_{R2} \right).$$

式(30)各项分别对时间求导得:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_{Pi} l_{P1} \mathbf{n}_{Pi}^d \cdot \mathbf{w}_{Pi} = & \dot{\mathbf{v}}_{SPi} \cdot \mathbf{w}_{Pi} + \mathbf{v}_{SPi} \cdot \dot{\mathbf{w}}_{Pi} + \\ & \dot{\theta}_{Pi} \dot{\theta}_{Pi} l_{P1} \mathbf{n}_{Pi} \cdot \mathbf{w}_{Pi} - \dot{\theta}_{Pi} l_{P1} \mathbf{n}_{Pi}^d \cdot \dot{\mathbf{w}}_{Pi}, \quad (37) \end{aligned}$$

其中: $\dot{\theta}_{Pi}$ 为 $R_{Pi} U_{Pi}$ 杆的角加速度, $\dot{\mathbf{v}}_{SPi}$ 为动平台上球副 S_i 点的线加速度。

式(27)两端分别对时间求导得:

$$\dot{\mathbf{v}}_{SPi} = \mathbf{G}_P^{Si} \dot{\mathbf{V}}_h + \mathbf{V}_h^T \mathbf{H}_P^{Si} \mathbf{V}_h, \quad (38)$$

将式(36)和式(41)统一写成矩阵形式,即得到波能转换装置机构支链端加速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{PR}$ 与动平台位姿加速度 $\dot{\mathbf{V}}_h$ 的映射关系为:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{PR} = \mathbf{J}_h \dot{\mathbf{V}}_h + \mathbf{V}_h^T \mathbf{H}_{PR}^{\theta} \mathbf{V}_h,$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{PR} = [\dot{\theta}_{P1} \ \dot{\theta}_{P2} \ \dot{\theta}_{P3} \ \dot{\theta}_{R3}]^T,$$

$$\mathbf{H}_{PR}^{\theta} = [\mathbf{H}_{P1}^{\theta P1} \ \mathbf{H}_{P2}^{\theta P2} \ \mathbf{H}_{P3}^{\theta P3} \ \mathbf{H}_R^{\theta R3}]^T, \quad (42)$$

$$\mathbf{H}_P^{\theta Pi} = \mathbf{Q}_{Pi}^T * \mathbf{H}_P^{Si} + \frac{(\mathbf{G}_P^{Si})^T \mathbf{G}_P^{Si}}{l_{P1} l_{P2} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{w}_{Pi}} -$$

$$\frac{(\mathbf{G}_P^{Si})^T \mathbf{n}_{Pi}^d \mathbf{Q}_{Pi}^T \mathbf{G}_P^{Si}}{l_{P2} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{w}_{Pi}} - \frac{(\mathbf{G}_P^{Si})^T \mathbf{Q}_{Pi} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{G}_P^{Si}}{l_{P2} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{w}_{Pi}} +$$

$$l_{P1} \mathbf{Q}_{Pi}^T \mathbf{n}_{Pi} (\mathbf{G}_P^{Si})^T \mathbf{Q}_{Pi} \mathbf{Q}_{Pi}^T \mathbf{G}_P^{Si} + \frac{l_{P1} (\mathbf{G}_P^{Si})^T \mathbf{Q}_{Pi} \mathbf{Q}_{Pi}^T \mathbf{G}_P^{Si}}{l_{P2} (\mathbf{n}_{Pi}^d)^T \mathbf{w}_{Pi}},$$

$$\mathbf{Q}_{Pi}^T * \mathbf{H}_P^{Si} = \mathbf{Q}_x^{Pi} \mathbf{H}_{P1}^{Si} + \mathbf{Q}_y^{Pi} \mathbf{H}_{P2}^{Si} + \mathbf{Q}_z^{Pi} \mathbf{H}_{P3}^{Si},$$

其中: $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{PR}$ 为波能转换装置机构支链端的广义加速度; $\mathbf{H}_R^{\theta R3} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$, $\mathbf{H}_R^{\theta R3}$ 中第 3 行第 3 列的元素

$(H_R^{R3})_{3,3} = -T_{zhz}T_{Ahz}$, 其余元素均为 0。

结合式(32)和式(36)建立动平台加速度 \dot{V}_h 与 $[\dot{\beta} \ \dot{\gamma} \ \dot{z}_{GP}]^T$ 间的关系, 表示成矩阵形式为:

$$\dot{V}_h = \mathbf{J}_{hu} \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{z}_{GP} \end{bmatrix} + [\dot{\beta} \ \dot{\gamma} \ \dot{z}_{GP}] \mathbf{H}_{hu} \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{z}_{GP} \end{bmatrix}, \quad (43)$$

$$\mathbf{H}_{hu} = [\mathbf{H}_{hu1} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 3 \times 3},$$

其中: $\mathbf{H}_{hu1} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$, \mathbf{H}_{hu1} 中第 3 行第 3 列的元素 $(H_{hu1})_{3,3} = T_{Ahx} - (T_{zhz}T_{Ahz})/T_{zhx}$, 其余元素均为 0。

将式(43)代入式(42)即得到波能转换装置机构支链端加速度 $\ddot{\theta}_{PR}$ 和动平台位姿加速度 $[\ddot{\beta} \ \ddot{\gamma} \ \ddot{z}_{GP}]^T$ 之间的映射关系。

5 运动学仿真

设波能转换装置机构主要结构参数为: $l_{R1} =$

$2 \text{ m}, l_{R2} = 5 \text{ m}, l_{R3} = 5 \text{ m}, l_{R4} = 4 \text{ m}, l_{R5} = 5 \text{ m}, l_{P1} = 9.5 \text{ m}, l_{P2} = 1.4 \text{ m}, l_{P3} = 1.5 \text{ m}, r_h = 2.5 \text{ m}$ 。设动平台的运动轨迹为:

$$\begin{cases} z_{GP} = 0.7 \cos(2.1t - 0.16) \\ \beta = 0.18 \cos(2.1t - 2.5) \\ \gamma = 0 \end{cases} \quad (44)$$

借助 MATLAB 编程, 得到机构支链末端的理论角位移、理论角速度和理论角加速度, 如图 5(a)~5(c)所示; 利用软件 ADAMS 对机构进行运动学仿真, 得到机构的机构支链末端的仿真角位移、仿真角速度和仿真角加速度, 如图 5(d)~5(f)所示。

通过对比图 5(a)~5(c)与图 5(d)~5(f)可知, MATLAB 理论计算曲线与 ADAMS 模型仿真曲线完全一致, 验证了机构运动学推导的正确性; 另外, 机构速度、加速度曲线变化连续、平滑, 动力学性能较好。

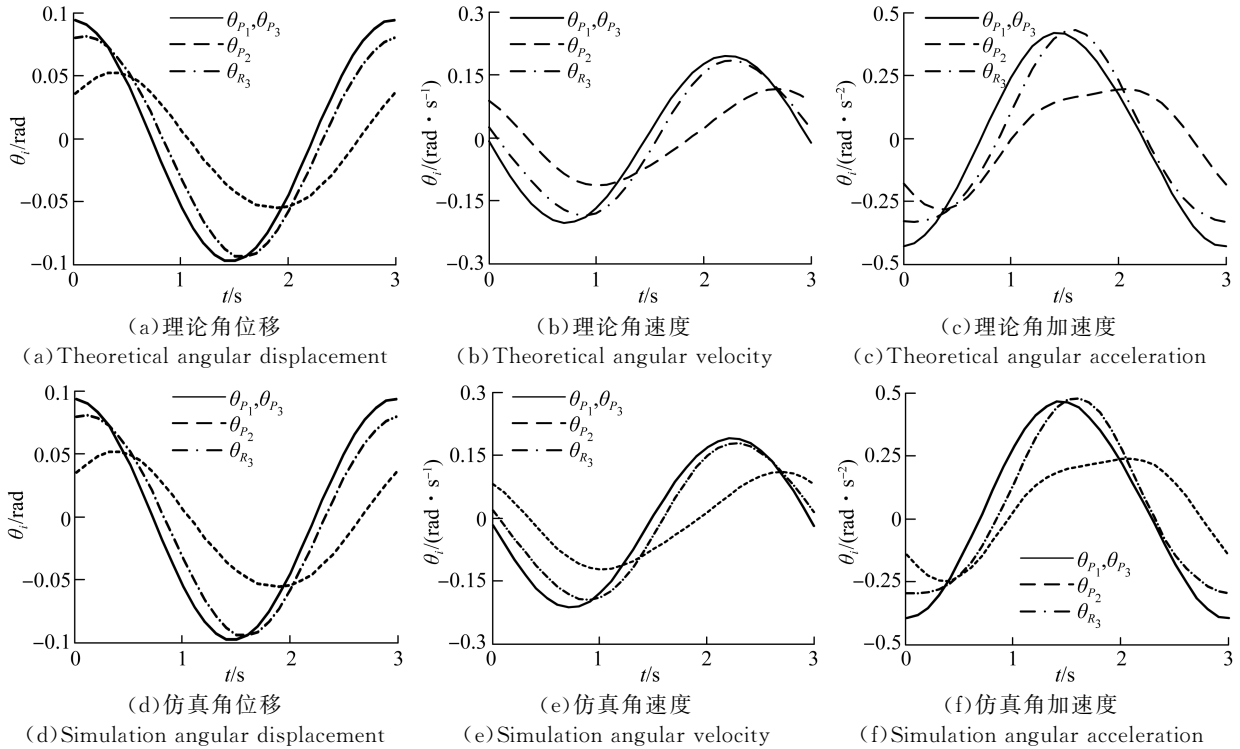


图 5 机构角位移、角速度及角加速度理论、仿真曲线

Fig. 5 Theoretical and simulation curves of angular displacement, angular velocity and angular acceleration of the mechanism

6 工作空间分析

并联机构的工作空间决定波浪能量转换装置

浮子的运动能力。由于海洋波浪传播方向的不确定性, 故取机构的灵活工作空间, 即动平台中心 G_P 点在 z 方向的不同位置处, β, γ 所达到的转角集合。

对于波能转换装置机构,运动副的运动范围及杆件间的干涉限定了动平台的工作空间。

转动副的转角约束为:

$$\begin{cases} -90^\circ \leq \theta_{P_i} \leq 90^\circ, i=1,2,3 \\ 0^\circ < \theta_{R_1} < 360^\circ \\ 0^\circ < \theta_{R_j} < 180^\circ, j=3,4,5 \end{cases}, \quad (45)$$

其中: θ_{R_4} 为 R_1R_2 杆与 R_2R_3 杆之间的夹角, θ_{R_5} 为 R_4R_3 杆与 R_3G_P 杆之间的夹角。

球副与虎克铰的转角约束范围为:

$$\begin{cases} \varphi_{SP_i} \leq 45^\circ \\ \varphi_{UP_i} \leq 45^\circ \\ \varphi_{GP} \leq 45^\circ \end{cases}. \quad (49)$$

虎克铰 U_{P_2} 与 R_3G_P 杆、 R_3R_4 杆间的干涉可以通过合理设计连杆的形状来避免,但转动副 R_3 和虎克铰 U_{P_2} 的位置无法调整,故其运动副中心点的距离应满足约束条件:

$$D_{RU} \geq 1 \text{ m}. \quad (50)$$

结合式(45)~式(50)及波能转换装置位置反解利用极坐标搜索法绘制机构工作空间三维图,如图 6 所示。

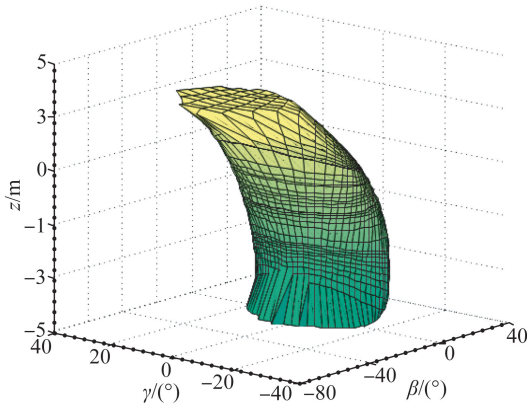


图 6 机构工作空间三维图

Fig. 6 Three-dimensional graph of workspace

通过分析图 6 和图 7 可知,工作空间沿 O_Pxz 平面对称,与机构的对称性相吻合,当浮子沿 z 轴的运动范围为 $-3 \sim 0$ 时,浮子能够绕任意水平轴转动 $\pm 10^\circ$,减小 z 向的移动范围,能够增大转角转动能力,合理调整结构参数能够增大工作空间。

7 运动学性能评价指标

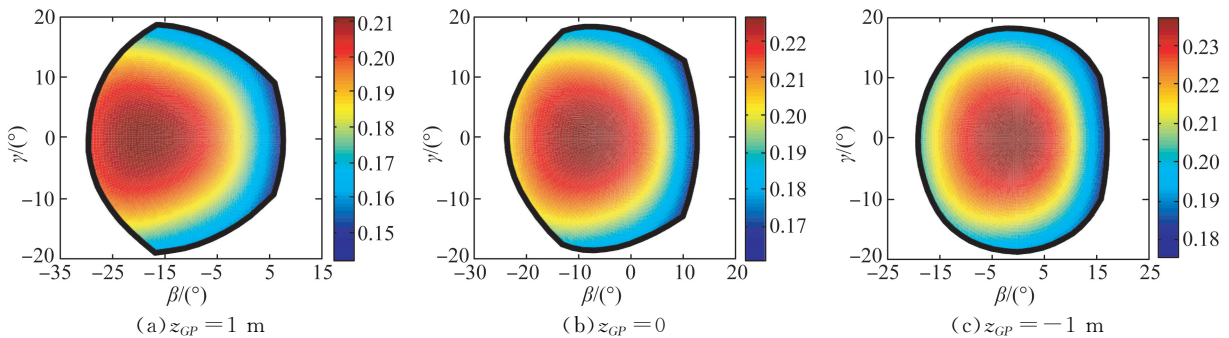
机构的运动学传递性能与波能转换装置的寿命和能量损失有直接关系。海浪发电装置通过浮子运动来采集波浪能量,然后通过波能转换装置将运动传递到运动转换装置,之后可以直接带动发动机运转,也可以转换为液压能再带动发电机运转。如果转换过程采用液压系统传递能量,在液压缸所受被动力和缸径一定的前提下,油液流速与支链末端角速度成正比,液压系统中油液流速过高会导致能量损失过大,且液压元件急速动作产生冲击会损坏液压系统,还容易使管道产生振动。另外,机构支链末端角速度的响应快慢直接影响运动转换装置和液压缸的使用寿命。

利用雅克比矩阵的最小奇异值来控制支链末端杆件的角速度^[17],最小奇异值越大,支链末端杆件对浮子运动的响应越慢,即浮子运动速度一定的前提下,最小奇异值越大,末端杆件的角速度越小,雅克比矩阵的最小奇异值可表示为:

$$\sigma = \min \{ \sqrt{\lambda_i} \}, \quad (51)$$

其中 λ_i 为矩阵 $J_h^T J_h$ 的第 i 个特征值。

根据图 6 所示的工作空间,令 z_{GP} 分别取值为 $[1, 0, -1, -2, -3, -4]$,利用式(51)绘制工作空间内运动学性能指标 σ 分布图,如图 7 所示。



(a) $z_{GP} = 1 \text{ m}$

(b) $z_{GP} = 0$

(c) $z_{GP} = -1 \text{ m}$

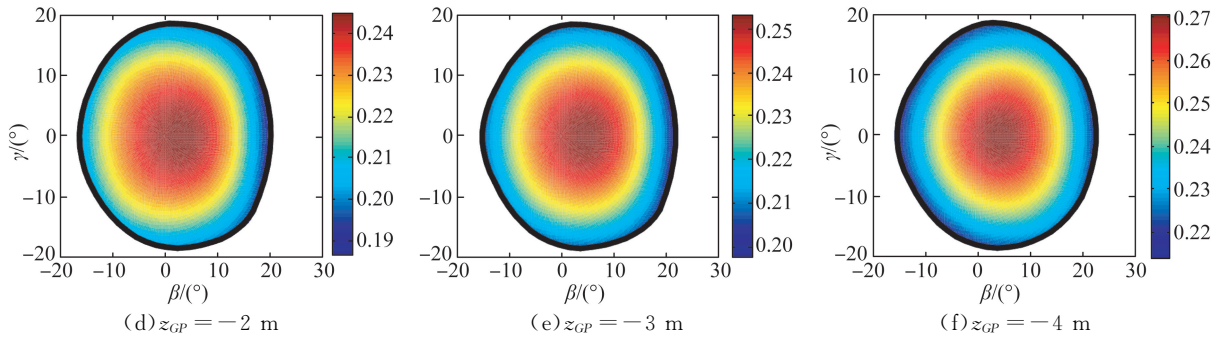


图 7 运动学性能指标在工作空间内分布图

Fig. 7 Distribution of kinematic performance index in the workspace

通过分析图 7 可知,运动性能评价指标 σ 的分布沿轴线 $\gamma=0$ 对称,与机构结构的对称性相吻合,浮子在 z 向不同位置时, σ 的变化范围均不大,介于 0.15~0.3 之间,且浮子转角在靠近工作空间中心位置时,运动学性能相对较优。

8 结 论

本文提出了一种能够实现一维移动和二维转动且含有冗余支链的三自由度并联机构,并基于该机构设计了海浪发电装置的能量采集转换机

构。首先浮子垂荡与纵摇运动的耦合方程以及建立了浮子形状和尺寸与波浪能量采集效率的关系。然后建立了机构动平台与支链的速度、加速度映射关系,利用 ADAMS 软件仿真验证了理论模型的正确性。最后求解了机构的工作空间,基于雅克比矩阵的最小奇异值分析了机构的运动学性能。结果表明:圆柱体浮子适用于波浪周期变化较小的海域,球形浮子适用于波浪周期变化较大的海域;机构的工作空间满足海浪发电装置浮子的运动要求,且在工作空间内机构的运动学性能良好,靠近工作空间中心处性能最优。

参考文献:

- [1] SALTER S H. Wave power [J]. *Nature*, 1974, 249(5459): 720-724.
- [2] ANTÓNIO F. Wave energy utilization: A review of the technologies [J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2010, 14(3): 899-918.
- [3] GOMES R P F, HENRIQUES J C C, GATO L M C, *et al.*. IPS 2-body wave energy converter; Acceleration tube optimization [J]. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 2010, 20(4): 247-255.
- [4] KOFOED J P, FRIGAARD P, FRIIS-MADSEN E, *et al.*. Prototype testing of the wave energy converter wave dragon [J]. *Renew Energy*, 2005, 31(2):181-189.
- [5] HENDERSON R. Design, simulation, and testing of a novel hydraulic power take-off system for the Pelamis wave energy converter [J]. *Renewable Energy*, 2006, 31(2):271-283.
- [6] HENRY A, DOHERTY K, CAMERON L, *et al.*. Advances in the design of the oyster wave energy converter [C]. *Marine Renewable and Offshore Wind Energy*. RINA, Royal Institution of Naval Architects, 2010:119-128.
- [7] VAN R J, YU Y H, EDWARDS K, *et al.*. Ocean power technology design optimization [J]. *International Journal of Marine Energy*, 2017, 20:97-108.
- [8] CHEN W X, GAO F, MENG X D. Kinematics and dynamics of a novel 3-degree-of-freedom wave energy converter [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 2019, 233(3):687-698.
- [9] CHEN W X, GAO F, MENG X D. Oscillating body design for a 3-DOF wave energy converter [J]. *China Ocean Engineering*, 2018, 32(4): 453-460.
- [10] 陈伟聪,马春翔,钱超,等. 新型振荡浮体式并联海浪发电装置的设计与分析 [J]. *可再生能源*, 2015, 33(6):958-964.
- [11] 陶尧森,冯铁城,丁皓. 舰船优化设计中耐波性计

- 算方法的探讨 [J]. 船舶力学, 2000, 4(2): 6-11.
TAO Y S, FENG T CH, DING H. A discussion on seakeeping prediction method in ship optimization design [J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2000, 4(2): 6-11. (in Chinese)
- [12] 苏纪兰, 袁立业. 中国近海水文 [M]. 北京: 海洋出版社, 2005.
SU J L, YUAN L Y. Offshore hydrology of China [M]. *Beijing: China Ocean Press*, 2005. (in Chinese)
- [13] 李仕华, 孙静, 单彦霞, 等. 空间光学镜并联指向机构优化 [J]. 光学精密工程, 2019, 27 (3): 637-644.
LI SH H, SUN J, SHAN Y X, *et al.*. Optimization of novel parallel pointing mechanism for space optical mirror [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27 (3): 637-644. (in Chinese)
- [14] 赵裕明, 金振林. 含有冗余支链的 3-RPS/3n-SPS 并联机构逆动力学建模 [J]. 光学精密工程, 2019, 27 (4): 807-819.
ZHAO Y M, JIN ZH L. Inverse dynamics modeling of 3-RPS/3n-SPS parallel mechanism with redundant limbs [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27 (4): 807-819. (in Chinese)
- [15] 叶伟, 杨臻, 李秦川. 一种远中心并联机构运动学与性能分析 [J]. 机械工程学报, 2019, 55(5): 65-73.
YE W, YANG ZH, LI Q CH. Kinematics and performance analysis of a parallel manipulator with remote center of motion [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(5): 65-73. (in Chinese)
- [16] 叶鹏达, 尤晶晶, 沈惠平, 等. 具有解析式正解的 Stewart 衍生型并联机构的位移输入协调关系 [J]. 光学精密工程, 2020, 28 (1): 151-165.
YE P D, YOU J J, SHEN H P, *et al.*. Displacement input coordination of Stewart derivative parallel mechanism with analytical positive solution [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28 (1): 151-165. (in Chinese)
- [17] 赵裕明, 金振林. 基于含有冗余支链 3-RPS/3-SPS 并联机构的波浪能转换装置优化设计 [J]. 机械工程学报, 2019, 55(23): 93-102.
ZHAO Y M, JIN ZH L. Optimal design of wave power generating device based on a parallel mechanism with 3-RPS/3-SPS redundant link [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(23): 93-102. (in Chinese)

作者简介:



赵裕明(1983—),男,黑龙江绥化人,博士研究生,2006年于兰州理工大学获得学士学位,2009年于燕山大学获得硕士学位,主要从事并联机器人技术及海浪发电技术的研究。E-mail: 420798@qq.com

导师简介:



金振林(1962—),男,辽宁抚顺人,教授、博士研究生导师,1984年、1989年于东北重型机械学院分别获得学士、硕士学位,2001年于燕山大学获得博士学位,主要从事并联机器人设计理论与应用技术的研究。E-mail: zljn@ysu.edu.cn