

激光跟踪仪多测站抗差马氏光束法平差

郭迎钢, 赵文斌, 李宗春, 张冠宇, 杨浩

引用本文:

郭迎钢, 赵文斌, 李宗春, 等. 激光跟踪仪多测站抗差马氏光束法平差[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(9): 2046–2055.

GUO Ying-gang, ZHAO Wen-bin, LI Zong-chun, et al. Robust Mahalanobis bundle adjustment for laser tracker multi-station measurement[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(9): 2046–2055.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/OPE.20202809.2046>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

用于精密坐标传递的二联激光跟踪仪系统

Two-laser-tracker system for precise coordinates transmission

光学精密工程. 2020, 28(1): 30–38 <https://doi.org/10.3788/OPE.20202801.0030>

加权整体最小二乘在激光跟踪仪转站中的应用

Application of WTLS in coordinate transformation of laser tracker

光学精密工程. 2015, 23(9): 2570–2577 <https://doi.org/10.3788/OPE.20152309.2570>

摄影测量中大量标志点的光束平差求解

Solution of plenty of marks in photogrammetry by bundle adjustment

光学精密工程. 2015, 23(10z): 134–139 <https://doi.org/10.3788/OPE.20152313.0133>

基于LMCCD影像的相机参数在轨标定

On-orbit calibration of camera parameters based on line-matrix charge-coupled device imagery

光学精密工程. 2019, 27(4): 984–989 <https://doi.org/10.3788/OPE.20192704.0984>

参数相关随机信息约束下的地面脉冲激光扫描仪自校准

Self-calibration of terrestrial laser scanner based on stochastic inner constraint information of estimated parameters

光学精密工程. 2016, 24(6): 1319–1327 <https://doi.org/10.3788/OPE.20162406.1319>

文章编号 1004-924X(2020)09-2046-10

激光跟踪仪多测站抗差马氏光束法平差

郭迎钢^{1*}, 赵文斌², 李宗春¹, 张冠宇¹, 杨 浩¹

(1. 战略支援部队信息工程大学, 河南 郑州 450001;

2. 中国科学院 上海高等研究院, 上海 201800)

摘要: 为了提高激光跟踪仪多测站测量数据平差结果的精度, 研究了抗差马氏光束法平差模型。在传统光束法平差 (TBA) 模型的基础上, 引入马氏距离, 将平差准则由原来的“使观测值改正数加权平方和最小”改造为“使观测值到加权平均值的马氏距离平方和最小”, 并在计算加权平均坐标时对粗差观测值进行剔除, 建立了抗差马氏光束法平差 (RMBA) 模型。仿真试验中, 用 MATLAB 模拟了 4 个测站观测 12 个控制点的观测值, 结果表明 RMBA 模型的解算结果优于 TBA、文献[22]方法和 SA 软件的解算结果, 与仿真坐标的偏差均方根为 0.031 mm。在模拟观测值中加入粗差后, RMBA 模型表现出了优良的抗差性。实测试验中, 以上海光源实验大厅 100 m 范围内 4 个测站观测 42 个控制点的数据为例, SA 软件的平差结果的点位中误差为 0.05 mm, RMBA 解算结果与 SA 结果的三维坐标偏差均方根为 0.07 mm。结果表明: RMBA 模型具有一定的抗差性, 坐标解算精度优于 TBA 模型和文献[22]方法, 与 SA 软件的解算精度在同一量级。

关键词: 激光跟踪仪; 多测站测量; 光束法平差; 马氏距离; 抗差马氏光束法平差

中图分类号: P258 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20202809.2046

Robust Mahalanobis bundle adjustment for laser tracker multi-station measurement

GUO Ying-gang^{1*}, ZHAO Wen-bin², LI Zong-chun¹, ZHANG Guan-yu¹, YANG Hao¹

(1. PLA Strategic Support Force Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China;

2. Shanghai Advanced Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

* Corresponding author, E-mail: fariel_gyg@163.com

Abstract: A robust Mahalanobis bundle adjustment (RMBA) model was developed to improve the adjustment precision of a laser tracker multi-station measurement. In a traditional bundle adjustment (TBA) model, by introducing the Mahalanobis distance, the adjustment criterion, “minimize the weighted sum of squares of the observed corrections,” was transformed to “minimize the sum of squares of Mahalanobis distances from the observations to the weighted average.” Gross errors were eliminated in the calculation of the weighted average coordinates, and then, the RMBA model was developed. Observations from four survey stations to 12 control points were simulated using MATLAB. Experimental results show that the RMBA model is better than the TBA model [22], and Spatial Analyzer (SA) software. The root mean square (RMS) of the deviation from the calculated

收稿日期: 2020-04-13; 修订日期: 2020-06-18.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 41974216)

coordinates to the simulated coordinates was 0.031 mm. The RMBA model was resistant when a gross error was added to the observed values. The data measurement was carried out in the experimental hall of Shanghai Synchrotron Radiation Facility. The observations from four survey stations to 42 control points, which were distributed over a length of approximately 100 m, were used as an example. The mean square error of the coordinates of SA was 0.05 mm. The RMS of the three-dimensional deviation from the RMBA results to the SA results was 0.07 mm. The RMBA model could resist gross error to some degree. Its coordinate calculation precision was almost equal to that of SA and superior to that of the TBA model and that in [22].

Key words: laser tracker; multi-station measurements; bundle adjustment; Mahalanobis distance; robust Mahalanobis bundle adjustment

1 引言

激光跟踪仪是将精密激光测距技术和精密角度测量技术相结合而研发出的一款精密测量仪器^[1-2],坐标测量精度可达几十微米,具有快速、动态、高精度等特点,在航空航天、机械加工制造、大型设备精密安装、计量检定等领域有着广泛应用^[3-7]。为了提高基于激光跟踪仪空间坐标测量的精度、效率和适用范围,国内外学者从仪器现场检定与校准^[8-9]、合作目标检测^[10]、建网模式优化^[11-12]、解算模型完善^[13]、测量不确定度评定^[14]、受限空间内精密坐标传递^[15]等方面开展了广泛而深入的研究。

在大型复杂设备安装测量及空间目标姿态测量中,由于被测目标尺寸较大或者存在遮挡,难以在一个测站完成测量任务,需要多次设站或者多台仪器联合测量^[16],因此需要对多测站进行平差解算,同时求解被测点坐标及激光跟踪仪测站的位置和姿态参数。激光跟踪仪的多测站数据处理涉及函数模型、随机模型的建立,平差基准的选择,粗差的定位与剔除等问题,作为一个研究热点,许多学者围绕这些问题进行了研究^[17-19]。关于激光跟踪仪多测站平差模型的研究,1998年,Meid^[20]对激光跟踪仪光束法平差的权重、约束条件等进行了研究,提出了加权光束法平差模型。2002年,Calkins^[21]在光束法平差的基础上研究了统一平差计量网络(Unified Spatial Metrology Network, USMN),并应用于 Spatial Analyzer (SA)软件。2010年,Predmore^[22]在考虑每个测量点不确定度椭球的形状和方向的基础上,基于多元统计中的马氏距离建立目标函数进行多测站

观测数据的平差解算,取得了很好的应用效果。2012年,周维虎等人^[23]基于光束法平差模型研究了激光跟踪仪测量精度的评定方法。2018年,丁阳等人^[24]研究了基于光束法平差的多测站激光跟踪仪数据处理,并指出观测值权值对平差结果影响较大。

受文献[22]的启发,本文对激光跟踪仪多测站抗差马氏光束法平差展开研究。在传统激光跟踪仪光束法平差的基础上,引入马氏距离的概念对平差准则进行改造,由原来的使“观测值改正数加权平方和最小”改造为使“观测值到加权平均值的马氏距离平方和最小”,并在计算加权平均坐标时对粗差观测值进行剔除,构建了激光跟踪仪多测站抗差马氏光束法平差模型。然后利用仿真试验和实测数据试验,对该模型的适用性及解算精度进行了测试。

2 算法原理

2.1 激光跟踪仪多测站测量

设激光跟踪仪的水平角观测值为 H ,垂直角观测值为 E ,斜距观测值为 S ,则第 k 号点在测站坐标系下的坐标为:

$$\begin{cases} x_k = S \cos E \cos H \\ y_k = S \cos E \sin H \\ z_k = S \sin E \end{cases} \quad (1)$$

如图1所示,3台激光跟踪仪分别按自由设站法测量了空间内分布的一些控制点。由于不同测站观测的点坐标属于独立的测站坐标系,为了获取控制点在空间全局坐标系内的坐标,需要将多测站的测量数据转换到统一的测量坐标系下。

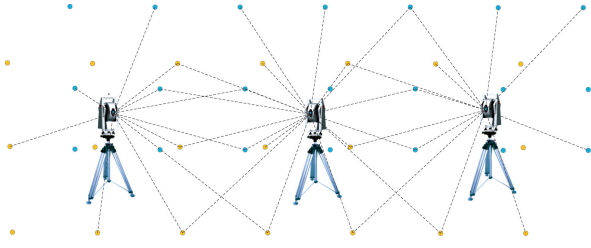


图 1 激光跟踪仪多测站测量示意图

Fig. 1 Schematic diagram of laser tracker multi-station measurement

以三维七参数坐标转换模型为基础进行坐标转换。由于激光跟踪仪测距精度很高,各测站的尺

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \beta & -\sin \gamma \cos \alpha + \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha & \sin \gamma \sin \alpha + \cos \gamma \sin \beta \cos \alpha \\ \sin \gamma \cos \beta & \cos \gamma \cos \alpha + \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha & -\cos \gamma \sin \alpha + \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \alpha & \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (3)$$

式(2)也可表示为:

$$\begin{pmatrix} {}^i x_k \\ {}^i y_k \\ {}^i z_k \end{pmatrix} = \mathbf{R}^T \begin{pmatrix} {}^1 X_k - {}^1 X_i \\ {}^1 Y_k - {}^1 Y_i \\ {}^1 Z_k - {}^1 Z_i \end{pmatrix}. \quad (4)$$

2.2 光束法平差模型

假设激光跟踪仪在空间内布设了 m 个测站,对 p 个控制点进行了测量,则未知参数个数为:

$$t = 6(m-1) + 3p. \quad (5)$$

设总观测数为 n ,则多余观测数为:

$$r = n - t. \quad (6)$$

根据式(1),将第 i 测站观测第 k 个控制点的角度和距离观测值转换为点坐标。以 $({}^i x_k, {}^i y_k, {}^i z_k)$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^i x_k}{\partial {}^1 X_k} & \frac{\partial {}^i x_k}{\partial {}^1 Y_k} & \frac{\partial {}^i x_k}{\partial {}^1 Z_k} & \frac{\partial {}^i x_k}{\partial {}^1 \alpha_i} & \frac{\partial {}^i x_k}{\partial {}^1 \beta_i} & \frac{\partial {}^i x_k}{\partial {}^1 \gamma_i} & \frac{\partial {}^i x_k}{\partial {}^1 X_i} & \frac{\partial {}^i x_k}{\partial {}^1 Y_i} & \frac{\partial {}^i x_k}{\partial {}^1 Z_i} \\ \frac{\partial {}^i y_k}{\partial {}^1 X_k} & \frac{\partial {}^i y_k}{\partial {}^1 Y_k} & \frac{\partial {}^i y_k}{\partial {}^1 Z_k} & \frac{\partial {}^i y_k}{\partial {}^1 \alpha_i} & \frac{\partial {}^i y_k}{\partial {}^1 \beta_i} & \frac{\partial {}^i y_k}{\partial {}^1 \gamma_i} & \frac{\partial {}^i y_k}{\partial {}^1 X_i} & \frac{\partial {}^i y_k}{\partial {}^1 Y_i} & \frac{\partial {}^i y_k}{\partial {}^1 Z_i} \\ \frac{\partial {}^i z_k}{\partial {}^1 X_k} & \frac{\partial {}^i z_k}{\partial {}^1 Y_k} & \frac{\partial {}^i z_k}{\partial {}^1 Z_k} & \frac{\partial {}^i z_k}{\partial {}^1 \alpha_i} & \frac{\partial {}^i z_k}{\partial {}^1 \beta_i} & \frac{\partial {}^i z_k}{\partial {}^1 \gamma_i} & \frac{\partial {}^i z_k}{\partial {}^1 X_i} & \frac{\partial {}^i z_k}{\partial {}^1 Y_i} & \frac{\partial {}^i z_k}{\partial {}^1 Z_i} \end{bmatrix}.$$

根据仪器的先验精度来确定各类观测值的权比。激光跟踪仪的原始观测值为水平角 H 、垂直角 E 和斜距 S ,设其对应的方差分别为 $\sigma_H^2, \sigma_E^2, \sigma_S^2$,且 H, E 和 S 相互独立。根据误差传播定律,可以得到坐标向量 $({}^i x_k, {}^i y_k, {}^i z_k)$ 对应的协方差矩阵:

度因子取为 1,以第 1 测站为基准测站,第 i 测站坐标系先绕 X 轴旋转 α 、再绕 Y 轴旋转 β 、再绕 Z 轴旋转 γ ,再平移至第 1 测站坐标系的坐标转换模型为:

$$\begin{pmatrix} {}^1 X_k \\ {}^1 Y_k \\ {}^1 Z_k \end{pmatrix} = \mathbf{R}(\gamma)\mathbf{R}(\beta)\mathbf{R}(\alpha) \begin{pmatrix} {}^i x_k \\ {}^i y_k \\ {}^i z_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} {}^1 X_i \\ {}^1 Y_i \\ {}^1 Z_i \end{pmatrix}, \quad (2)$$

其中: $({}^1 X_k, {}^1 Y_k, {}^1 Z_k)$ 表示第 k 号点在第 1 测站的坐标, $({}^i x_k, {}^i y_k, {}^i z_k)$ 表示第 k 号点在第 i 测站的坐标, $({}^1 X_i, {}^1 Y_i, {}^1 Z_i)$ 表示第 i 测站的坐标系原点在第 1 测站的坐标。

令 $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\gamma)\mathbf{R}(\beta)\mathbf{R}(\alpha)$, 则:

为观测值,以 ${}^1 X_k, {}^1 Y_k, {}^1 Z_k (k=1, 2, \dots, p)$ 及 ${}^1 \alpha_i, {}^1 \beta_i, {}^1 \gamma_i, {}^1 X_i, {}^1 Y_i, {}^1 Z_i (i=2, 3, \dots, m)$ 为未知参数,建立线性化后的误差方程:

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\delta\mathbf{X} + \mathbf{l}, \quad (7)$$

其中: $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_{x_k} \\ V_{y_k} \\ V_{z_k} \end{bmatrix}, \mathbf{l} = \mathbf{A}\mathbf{X}_0 - \begin{bmatrix} {}^i x_k \\ {}^i y_k \\ {}^i z_k \end{bmatrix}$, 未知参数的初值

$\mathbf{X}_0 = [{}^1 X_{k0}, {}^1 Y_{k0}, {}^1 Z_{k0}, {}^1 \alpha_{i0}, {}^1 \beta_{i0}, {}^1 \gamma_{i0}, {}^1 X_{i0}, {}^1 Y_{i0}, {}^1 Z_{i0}]^T$, $\delta\mathbf{X} = [d^1 X_k, d^1 Y_k, d^1 Z_k, d^1 \alpha_i, d^1 \beta_i, d^1 \gamma_i, d^1 X_i, d^1 Y_i, d^1 Z_i]^T$,

$${}^i \Sigma_k = \mathbf{B}\Sigma_L \mathbf{B}^T, \quad (8)$$

其中:

$$\Sigma_L = \begin{pmatrix} \sigma_H^2 & & \\ & \sigma_E^2 & \\ & & \sigma_S^2 \end{pmatrix}, {}^i \Sigma_k = \begin{pmatrix} \sigma_{x_k}^2 & \sigma_{y_k}^2 & \sigma_{z_k}^2 \\ \sigma_{x_k}^2 & \sigma_{y_k}^2 & \sigma_{z_k}^2 \\ \sigma_{x_k}^2 & \sigma_{y_k}^2 & \sigma_{z_k}^2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial X}{\partial H} & \frac{\partial X}{\partial E} & \frac{\partial X}{\partial S} \\ \frac{\partial Y}{\partial H} & \frac{\partial Y}{\partial E} & \frac{\partial Y}{\partial S} \\ \frac{\partial Z}{\partial H} & \frac{\partial Z}{\partial E} & \frac{\partial Z}{\partial S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Y & -Z \cos H & \cos E \cos H \\ X & -Z \sin H & \cos E \sin H \\ 0 & S \cos E & \sin E \end{pmatrix}$$

根据观测向量的协方差阵定权,即:

$$P = \sigma_0^2 \Sigma_k^{-1}, \tag{9}$$

式中 σ_0 为单位权中误差。

以 $V^T P V = \min$ 为平差准则,使所有目标点观测值相对于坐标最或然值的欧氏距离加权平方和最小,同时解算未知参数(包括控制点在测量坐标系内的三维坐标及测站坐标系向测量坐标系转换的旋转、平移参数)的最小二乘解,此即为激光跟踪仪多测站传统光束法平差(Traditional Bundle Adjustment, TBA)模型。

2.3 抗差马氏光束法平差模型

由式(8)可以得到第 k 号点在第 i 测站坐标系下坐标 $(^i x_k, ^i y_k, ^i z_k)$ 的协方差阵 Σ_k 。设第 i 测站坐标系到第 1 测站坐标系的旋转矩阵为 $(^1 R_i)^T$,则该测站观测的第 k 号点在第 1 测站坐标系下的坐标 ${}^1 X_k = [{}^1 X_k, {}^1 Y_k, {}^1 Z_k]^T$ 对应的协方差阵为:

$${}^1 \Sigma_k = (^1 R_i)^T \Sigma_k {}^1 R_i. \tag{10}$$

设 m 个测站均观测了第 k 号点,由于每个测站的观测值相互独立,根据误差传播定律,第 k 号点的协方差矩阵:

$$\Sigma_k = \left(\sum_{i=1}^m ({}^i \Sigma_k)^{-1} \right)^{-1}. \tag{11}$$

用 $\mu_k = [{}^1 \bar{X}_k, {}^1 \bar{Y}_k, {}^1 \bar{Z}_k]^T$ 表示 m 个测站观测的第 k 号点在第 1 测站坐标系下的加权平均坐标,则:

$$\mu_k = \Sigma_k \cdot \sum_{j=1}^m [({}^j \Sigma_k)^{-1} \cdot {}^j X_k]. \tag{12}$$

由马氏距离的定义可知,第 i 测站观测第 k 号点的观测值 ${}^i X_k$ 到加权平均坐标 μ_k 的马氏距离:

$$d_M = \sqrt{({}^i X_k - \mu_k)^T ({}^i \Sigma_k)^{-1} ({}^i X_k - \mu_k)}. \tag{13}$$

m 个测站均观测了第 k 号点,文献[22]中定义第 k 号点对应的平均马氏距离为:

$$d_{M_k} = \sqrt{\frac{|\Sigma_k|^{1/3}}{m} \left[\sum_{i=1}^m ({}^i X_k - \mu_k)^T ({}^i \Sigma_k)^{-1} ({}^i X_k - \mu_k) \right]}. \tag{14}$$

然后以所有控制点的平均马氏距离平方和最小为平差准则,即:

$$\sum_{k=1}^p (d_{M_k})^2 = \min. \tag{15}$$

文献[22]只考虑了观测值的先验精度,如果观测值中存在粗差,但其先验精度与其他观测值并无区别,按照式(10)~式(15)进行计算难以抵抗粗差观测值对解算结果的影响。而且,第 k 号点的协方差阵 Σ_k 是由其三维坐标的方差及协方差构成的。已知 3×3 行列式的几何意义为其行向量或列向量所张成的平行六面体的有向体积^[25],式(14)中将第 k 号点协方差矩阵行列式值的立方根 $|\Sigma_k|^{1/3}$ 作为权因子来求平均马氏距离,这种加权方法会使精度低、方差及协方差大的点在计算平均马氏距离时拥有更大的权重,是不合理的。

为此,本文在文献[22]的基础上进行改进。记第 j 测站观测值对应坐标 ${}^j X_k$ 到加权平均坐标 μ_k 的残差为 ${}^j v_k$,则:

$${}^j v_k = \sqrt{({}^j X_k - \mu_k)^T ({}^j \Sigma_k)^{-1} ({}^j X_k - \mu_k)}. \tag{16}$$

然后判断 ${}^j v_k$ 是否大于 3 倍单位权中误差。若是 ${}^j v_k$ 大于 3 倍单位权中误差,则在计算第 k 号点的协方差矩阵及加权平均坐标时,第 j 测站对应的协方差和点坐标均不参与计算。即式(11)改为:

$$\Sigma_k = \left(\sum_{i=1, i \neq j}^m ({}^i \Sigma_k)^{-1} \right)^{-1}. \tag{17}$$

将式(12)改为:

$$\mu_k = \Sigma_k \cdot \sum_{i=1, i \neq j}^m [({}^i \Sigma_k)^{-1} \cdot {}^i X_k]. \tag{18}$$

定义第 k 号点对应的马氏距离:

$$\text{sum_}d_{M_k} = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^m ({}^i X_k - \mu_k)^T ({}^i \Sigma_k)^{-1} ({}^i X_k - \mu_k) \right]}. \tag{19}$$

然后以所有控制点的马氏距离平方和最小为平差准则,即:

$$\sum_{k=1}^p (\text{sum_}d_{M_k})^2 = \min. \tag{20}$$

据此,同时求解控制点在测量坐标系下的三维坐标及测站坐标系向测量坐标系转换的旋转、平移参数,称之为抗差马氏光束法平差(Robust Mahalanobis Bundle Adjustment, RMBA)模型。

3 试验与分析

为了验证 RMBA 模型的适用性及其解算精度,进行了仿真试验和实测数据试验。美国 New River Kinematics 公司的 SA 软件是一款功能强大的工业测量软件,常用于处理激光跟踪仪多测站观测数据,经受了粒子加速器准直安装、航空航天部件装配、计量检定等领域的测量实践考验,其解算结果可以作为本文方法的比对对象。

3.1 仿真数据试验

设计了 $6\text{ m} \times 4\text{ m} \times 2\text{ m}$ 空间内分布的 12 个控制点,拟用 Leica AT402 激光跟踪仪在 4 个测站位置分别观测这 12 个控制点。控制点及测站坐标见表 1,空间分布如图 2 所示。

表 1 控制点及测站坐标

Tab.1 Coordinates of control points and survey stations

点名/测站名	X	Y	Z
Q ₁	0.000	0.000	0.000
Q ₂	3 000.000	0.000	0.000
Q ₃	6 000.000	0.000	0.000
Q ₄	0.000	4 000.000	0.000
Q ₅	3 000.000	4 000.000	0.000
Q ₆	6 000.000	4 000.000	0.000
Q ₇	0.000	0.000	2 000.000
Q ₈	3 000.000	0.000	2 000.000
Q ₉	6 000.000	0.000	2 000.000
Q ₁₀	0.000	4 000.000	2 000.000
Q ₁₁	3 000.000	4 000.000	2 000.000
Q ₁₂	6 000.000	4 000.000	2 000.000
Station1	-2 000.000	-2 000.000	1 000.000
Station2	8 000.000	-2 000.000	1 000.000
Station3	-2 000.000	6 000.000	1 000.000
Station4	8 000.000	6 000.000	1 000.000

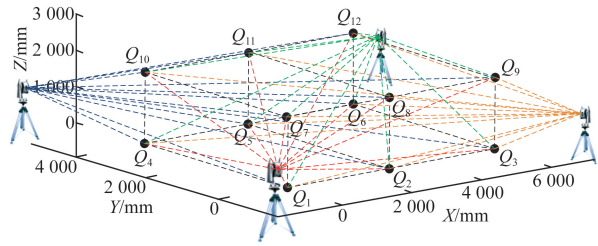


图 2 激光跟踪仪多测站模拟测量试验布局

Fig.2 Simulation experiment layout of laser tracker multi-station measurement

以 MATLAB 为工具进行了模拟测量。根据 12 个控制点及 4 个测站的已知坐标,按照水平角 $1.5''$ 、垂直角 $1.8''$ 、斜距 $0.5\ \mu\text{m}/\text{m} \times D$ 的测量精度,在相应的观测值上加入随机误差,模拟生成了每个测站的观测值。以第 1 测站坐标系为测量坐标系,分别按照 TBA, RMBA, 文献[22]方法和 SA 软件(2019.09.10 版)4 种方式处理仿真数据,解算的 12 个控制点在测量坐标系下的坐标与真值的三维偏差及其均方根(RMS)如表 2 所示。

表 2 控制点三维坐标偏差及其均方根

Tab.2 Three-dimensional coordinate deviation and RMS of control points

点名	TBA	文献[22]	SA	RMBA
Q ₁	0.03	0.02	0.03	0.03
Q ₂	0.04	0.05	0.01	0.03
Q ₃	0.06	0.03	0.04	0.03
Q ₄	0.04	0.01	0.05	0.04
Q ₅	0.07	0.04	0.04	0.03
Q ₆	0.05	0.03	0.04	0.04
Q ₇	0.02	0.04	0.02	0.00
Q ₈	0.05	0.05	0.05	0.02
Q ₉	0.08	0.04	0.04	0.04
Q ₁₀	0.03	0.03	0.02	0.02
Q ₁₁	0.09	0.06	0.06	0.04
Q ₁₂	0.07	0.06	0.07	0.07
RMS	0.057	0.040	0.041	0.034

由表2可以看出,对于该组模拟数据,TBA解算结果的坐标偏差均方根为0.057 mm,文献[22]方法解算结果的坐标偏差均方根为0.040 mm,SA软件解算结果的坐标偏差均方根与文献[22]方法的结果相近,为0.041 mm,本文提出的RMBA模型解算结果的坐标偏差均方根为0.031 mm。结果表明,TBA的解算精度最低,本文方法的解算精度优于文献[22]方法与SA软件的解算精度。

为了验证4种方法解算效果的稳定性,按照同样的方式随机又生成了10组模拟数据,对比4种方法对应的12个控制点坐标与真值的三维偏差均方根如表3所示。

表3 控制点三维坐标偏差均方根

Tab.3 RMS of three-dimensional coordinate deviation of control points (mm)

数据组	TBA	文献[22]	SA	RMBA
第1组	0.055	0.038	0.042	0.032
第2组	0.051	0.019	0.023	0.012
第3组	0.048	0.020	0.027	0.016
第4组	0.055	0.040	0.041	0.031
第5组	0.046	0.020	0.021	0.012
第6组	0.048	0.025	0.026	0.024
第7组	0.064	0.020	0.031	0.016
第8组	0.065	0.020	0.031	0.014
第9组	0.048	0.037	0.024	0.022
第10组	0.054	0.020	0.027	0.015

由表3可以看出,10组模拟数据的测试结果中,TBA的三维偏差均方根最大,文献[22]方法的三维偏差均方根在大部分情况下小于SA的结果,RMBA的三维偏差均方根均为最小,与表2中的结论一致,验证了4种方法解算效果的稳定性。

模拟测量试验的范围在10 m以内,测量精度约为 ± 0.075 mm。为了测试不同方法的抗差性,在表2对应的模拟数据中测站1照准 Q_1 的测距观测值加上0.20 mm,将其改造为粗差观测值。分别用4种方法处理此含有粗差的模拟观测数据,解算结果如表4所示。

表4 控制点三维坐标偏差及均方根(含粗差)

Tab.4 Three-dimensional coordinate deviation and RMS of control points(with gross error) (mm)

点名	TBA	文献[22]	SA	RMBA
Q_1	0.14	0.39	0.06	0.03
Q_2	0.15	0.04	0.02	0.02
Q_3	0.04	0.05	0.04	0.03
Q_4	0.15	0.03	0.05	0.02
Q_5	0.16	0.03	0.04	0.02
Q_6	0.14	0.04	0.04	0.03
Q_7	0.04	0.05	0.01	0.02
Q_8	0.08	0.06	0.04	0.02
Q_9	0.03	0.05	0.04	0.04
Q_{10}	0.15	0.04	0.01	0.02
Q_{11}	0.17	0.04	0.06	0.04
Q_{12}	0.14	0.04	0.06	0.05
RMS	0.127	0.120	0.042	0.029

对比表4和表2可知,在观测值中加入粗差后,TBA解算的控制点三维坐标偏差均方根由0.057 mm增大为0.127 mm,且所有点对应的三维坐标偏差均明显变大,表明粗差观测值影响了所有点坐标的解算结果。文献[22]方法解算的控制点三维坐标偏差均方根由0.057 mm增大为0.120 mm,与TBA结果不同的是,文献[22]结果中只有 Q_1 点的三维坐标偏差明显变大,其余点的三维坐标偏差未受到明显影响。SA软件解算结果的坐标偏差均方根由0.041 mm变为0.042 mm,几乎未受到影响。RMBA方法的坐标偏差均方根由0.034 mm变为0.029 mm,与加入粗差前的结果相比甚至精度略有提高。分析其原因是,粗差对应的协方差和坐标值均未参与加权平均坐标的计算,相当于将第1测站照准 Q_1 的所有观测值剔除,其计算结果有可能比原始观测值的计算结果更优。

为了进一步测试4种方法针对不同位置、不同大小、不同类型粗差的抗差性,设计了如下5组带有粗差的观测数据。

数据一:在模拟数据中,测站1照准 Q_1 的测距观测值加上0.50 mm,将其改造为粗差观测值,其余观测数据不变。

数据二:在模拟数据中,测站1照准 Q_1 、测站3照准 Q_8 的测距观测值加上0.20 mm,将其改造为粗差观测值,其余观测数据不变。

数据三:在模拟数据中,测站 1 照准 Q_1 、测站 3 照准 Q_8 的测距观测值加上 0.50 mm,将其改造为粗差观测值,其余观测数据不变。

数据四:在模拟数据中,测站 1 照准 Q_1 的水平角观测值加上 $10''$,将其改造为粗差观测值,其余观测数据不变。

数据五:在模拟数据中,测站 1 照准 Q_1 、测站 3 照准 Q_8 的水平角观测值加上 $10''$,将其改造为粗差观测值,其余观测数据不变。

分别用四种方法处理这 5 组含有粗差的模拟观测数据,解算结果与设计坐标的三维坐标偏差均方根统计如表 5 所示。

由表 5 中数据一、数据二和数据三对应的结果可以看出,当观测值中含有测距粗差时,TBA 和文献[22]方法的三维坐标偏差均方根与表 2 中的 RMS 相比明显变大;SA 和 RMBA 的结果与表 2 中的 RMS 相比略有增大,但仍保持在同一量级。由数据四和数据五的结果可以看出,当观测值中含有测角粗差时,除了 TBA 外,其余 3 种方法的三维坐标偏差均方根无明显变化,分析其原因这是由于该算例的测量范围较小,距离较近,由

测角误差引起的点位偏差较小,导致平差结果对测角粗差不敏感。总的来看,TBA 和文献[22]的抗差性较弱,SA 软件与本文算法均能够有效抵抗粗差观测值的影响,解算精度与处理无粗差观测数据的精度基本保持在同一量级。

表 5 5 组粗差数据的三维坐标偏差均方根

Tab. 5 RMS of three-dimensional coordinate deviation of five sets gross error data (mm)

粗差数据	TBA	文献[22]	SA	RMBA
数据一	0.288	0.291	0.067	0.062
数据二	0.129	0.183	0.045	0.065
数据三	0.293	0.392	0.076	0.056
数据四	0.073	0.044	0.042	0.029
数据五	0.077	0.051	0.043	0.030

3.2 实测数据试验

利用 1 台 Leica AT402 激光跟踪仪在上海光源实验大厅按自由设站法采集了 4 个测站的数据,共有 42 个控制点,测量场景如图 3 所示。图 3 中,点 5 到点 BD821 的距离约为 100 m。

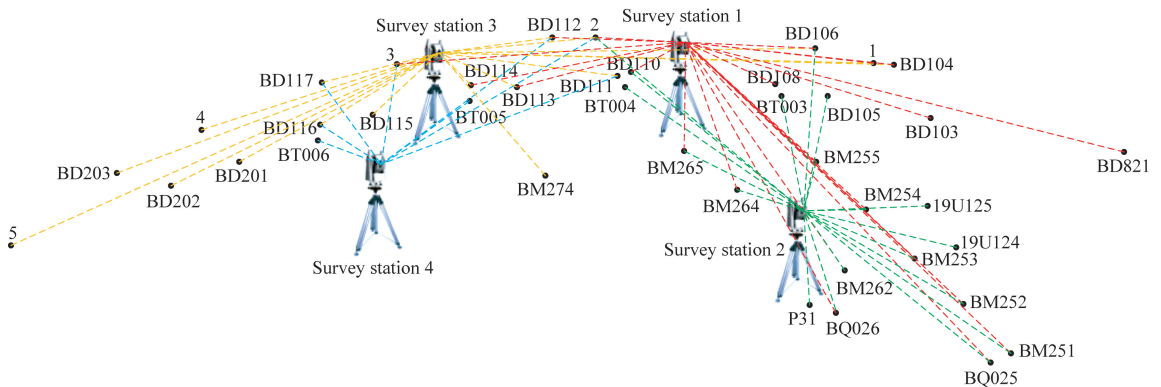


图 3 实测数据试验测量场景示意图

Fig. 3 Schematic diagram of measurement situ of actual data experiment

SA 软件经受了众多实践应用的考验,可以用其他方法的解算结果与 SA 的解算结果公共点转换后的点位偏差来评价其精度。分别用 TBA、文献[22]方法、RMBA 及 SA 软件处理这 4 个测站的实测数据,将 4 组平差结果转换至同一坐标系后,求 TBA、文献[22]方法与 RMBA 解算的控制点坐标到 SA 解算的控制点坐标的偏差,结果统计情况如表 6~表 8 所示。

已知 SA 软件处理这 4 个测站实测数据的点

位中误差为 0.05 mm,最大点位误差为 0.21 mm。对比表 6~表 8 可知,TBA 解算的控制点坐标与 SA 解算的控制点坐标最大偏差达 0.45 mm,三维坐标偏差均方根为 0.24 mm,与 SA 结果的差异较大。文献[22]方法的计算结果与 SA 解算的控制点坐标最大偏差达 0.21 mm,三维坐标偏差均方根为 0.11 mm。RMBA 解算的控制点坐标与 SA 解算的控制点坐标最大偏差为 0.21 mm,三维坐标偏差均方根为 0.07 mm,表明 RMBA 的平差结果与 SA 软件的平差结果在同一精度量级。

表6 TBA解算的坐标与SA解算坐标的偏差统计

Tab. 6 Statistical table of deviation from coordinates solved with TBA to the coordinates solved with SA (mm)

精度指标	X	Y	Z	点位
最大偏差	0.43	0.21	0.14	0.45
RMS	0.23	0.07	0.05	0.24

表7 文献[22]方法解算的坐标与SA解算坐标的偏差统计

Tab. 7 Statistical table of deviation from coordinates solved with method in literature [22] to coordinates solved with SA (mm)

精度指标	X	Y	Z	点位
最大偏差	0.09	0.20	0.12	0.21
RMS	0.04	0.08	0.06	0.11

表8 RMBA解算的坐标与SA解算坐标的偏差统计

Tab. 8 Statistical table of deviation from coordinates solved with RMBA to coordinates solved with SA (mm)

精度指标	X	Y	Z	点位
最大偏差	0.06	0.16	0.21	0.21
RMS	0.02	0.04	0.06	0.07

参考文献:

- [1] 李广云,李宗春. 工业测量系统原理与应用 [M]. 北京:测绘出版社, 2011.
LI G Y, LI Z CH. *The Principles and Applications of Industrial Measuring System* [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2011. (in Chinese)
- [2] 范百兴,李广云,易旺民,等. 激光跟踪仪测量原理与应用 [M]. 北京:测绘出版社, 2017.
FAN B X, LI G Y, YI W M, et al.. *The Measurement Principle and Application of Laser Tracker* [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2017. (in Chinese)
- [3] 李广云,范百兴. 精密工程测量技术及其发展 [J]. 测绘学报, 2017, 46(10): 1742-1751.
LI G Y, FAN B X. The development of precise engineering surveying technology [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2017, 46(10): 1742-1751. (in Chinese)

4 结 论

本文在传统激光跟踪仪多测站光束法(TBA)平差模型的基础上,通过引入马氏距离改造了平差准则,以“使观测值到加权平均值的马氏距离平方和最小”为平差准则,并在计算加权平均坐标时对粗差观测值进行剔除,构建了抗差马氏光束法(RMBA)平差模型。通过 MATLAB 仿真试验对比了 TBA、文献[22]方法、SA 软件和 RMBA 4 种模型的解算精度,结果表明 RMBA 解算结果的精度优于 TBA、文献[22]方法和 SA 软件的解算精度,而且 RMBA 模型具有抗差性。利用 Leica AT402 激光跟踪仪在上海光源实验大厅 100 m 范围内的 4 个测站观测数据进行实测数据试验,分别用 TBA、文献[22]方法和 RMBA 处理了数据,并与 SA 软件的平差结果进行了对比,结果表明 RMBA 的解算结果与 SA 软件的平差结果在同一精度量级。

不足之处是,仿真数据试验的网形结构较为单一,实测试验的测站数及控制点数还不够多。下一步可开展更为丰富的仿真数据试验和实测试验,验证 RMBA 模型在处理不同网形结构、不同测量精度的数据时的性能。

- [4] 聂海滨. 基于激光跟踪仪的大型设备精密测量关键技术研究 [D]. 武汉:武汉大学, 2017.
NIE H B. *Research on the Key Techniques of Precision Metrology for Large-scale Equipments Based on Laser Tracker* [D]. Wuhan: Wuhan University, 2017. (in Chinese)
- [5] 杨凡. 加速器准直测量控制网建立的理论与方法 [D]. 郑州:解放军信息工程大学, 2014.
YANG F. *Theories and Methods of Control Network on Accelerator* [D]. Zhengzhou: The PLA information engineering university, 2014. (in Chinese)
- [6] 梁静,董岚,罗涛,等. BEPCII 储存环激光跟踪仪测量精度统计及先验误差的确定 [J]. 测绘科学, 2013, 38(6): 182-184.
LIANG J, DONG L, LUO T, et al.. Precision statistics of laser tracker in BEPCII storage ring and calculation of mean square error of unit weight [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2013, 38(6): 182-184. (in Chinese)

- [7] YUAN J D, HE Y, ZHANG B, *et al.*. Alignment of beam position monitors in cryomodule of CADS injector II [J]. *Nuclear Science and Techniques*, 2017, 28(6):75.
- [8] 梁静,王铜,董岚. 基于长度标准装置提高激光跟踪仪测量精度的方法 [J]. *大地测量与地球动力学*, 2019, 39(3): 325-330.
- LIANG J, WANG T, DONG L. Method to improve the measurement accuracy of laser tracker based on the length standard device [J]. *Journal of Geodesy and geodynamics*, 2019, 39(3): 325-330. (in Chinese)
- [9] 甘霖, 李晓星. 激光跟踪仪现场测量精度检测 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2009, 35(5):612-614.
- GAN L, LI X X. Site measuring accuracy testing of laser tracker [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2009, 35(5): 612-614. (in Chinese)
- [10] 王博,董登峰,周维虎,等. 面向激光跟踪仪跟踪恢复合作目标视觉检测 [J]. *光学精密工程*, 2020, 28(2): 30-38.
- WANG B, DONG D F, ZHOU W H, *et al.*. Visual detection of targetball for laser tracker target tracking recovery [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(2): 271-282. (in Chinese)
- [11] 杨振,郭迎钢,向民志. 基于遗传算法的激光跟踪仪控制网优化设计 [J]. *测绘科学技术学报*, 2018, 35(2):126-130.
- YANG ZH, GUO Y G, XIANG M ZH. Optimization of laser tracker control network based on genetic algorithm [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2018, 35(2):126-130. (in Chinese)
- [12] 林嘉睿,孟伟,杨凌辉,等. 激光跟踪仪的双面互瞄定向 [J]. *光学精密工程*, 2017, 25(10): 2752-2758.
- LIN J R, MENG W, YANG L H, *et al.*. Two-face reciprocal orientation for laser tracker [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(10): 2752-2758. (in Chinese)
- [13] 李丽娟,赵延辉,林雪竹. 加权整体最小二乘在激光跟踪仪转站中的应用 [J]. *光学精密工程*, 2015, 23(9): 2570-2577.
- LI L J, ZHAO Y H, LIN X Z. Application of WTLS in coordinate transformation of laser tracker [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(9): 2570-2577. (in Chinese)
- [14] 任瑜,刘芳芳,张丰,等. 激光跟踪仪多边形测量的不确定度评定 [J]. *光学精密工程*, 2018, 26(10): 2415-2422.
- REN Y, LIU F F, ZHANG F, *et al.*. Evaluation of uncertainty in multilateration with laser tracker [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(10): 2415-2422. (in Chinese)
- [15] 郭迎钢,李宗春,赵文斌,等. 用于精密坐标传递的二联激光跟踪仪系统 [J]. *光学精密工程*, 2020, 28(1): 30-38.
- GUO Y G, LI Z CH, ZHAO W B, *et al.*. A two-laser-tracker system for precise coordinates transmission [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(1): 30-38. (in Chinese)
- [16] 陈洪芳,闫浩,石照耀. 面向特大型齿轮的激光跟踪多测站定位 [J]. *光学精密工程*, 2014, 22(9): 2375-2380.
- CHEN H F, YAN H, SHI ZH Y. Laser tracking multi-station positioning method for Mega-gear [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(9): 2375-2380. (in Chinese)
- [17] 范百兴,李广云,周维虎,等. 激光跟踪仪空间联合平差模型及精度分析 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2018, 43(1): 120-126.
- FAN B X, LI G Y, ZHOU W H, *et al.*. Precision analysis of the unified spatial metrology network adjustment model [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(1): 120-126. (in Chinese)
- [18] 范百兴,李广云,李佩臻,等. 利用激光干涉测距三维网的加权秩亏自由网平差 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2015, 40(2): 222-226.
- FAN B X, LI G Y, LI P ZH, *et al.*. Adjustment of a laser interferometer 3D rang-defect free-network [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(2): 222-226. (in Chinese)
- [19] 李辉,刘巍,张洋,等. 激光跟踪仪多基站转站精度模型与误差补偿 [J]. *光学精密工程*, 2019, 27(4): 771-783.
- LI H, LIU W, ZHANG Y, *et al.*. Model establishment and error compensation of laser tracker station-transfer [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(4): 771-783. (in Chinese)
- [20] MEID A. Individual vs. uniform weighting of measurements and constraints in industrial measurement networks [C]. *Proceedings of the 1998 Coordinate Measurement Systems Committee Conference, Washington State*, 1998.
- [21] CALKINS J M. *Quantifying Coordinate Uncer-*

tainty Fields in Couple Spatial Measurement System [D]. Blacksburg, Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2002.

- [22] PREDMORE R. Bundle adjustment of multi-position measurements using the Mahalanobis distance [J]. *Precision Engineering*, 2010, 34(1): 113-123.
- [23] 周维虎,丁蕾,王亚伟,等. 光束法平差在激光跟踪仪系统精度评定中的应用 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(4): 851-856.
- ZHOU W H, DING L, WANG Y W, *et al.*. Application of bundle adjustment to accuracy evaluation of laser tracker [J]. *Opt. Precision Eng.*,

2012, 20(4): 851-856. (in Chinese)

- [24] 丁阳,伍吉仓,鲍金. 基于光束法平差的多测站激光跟踪仪数据处理 [J]. *工程勘察*, 2018(9): 44-48.
- DING Y, WU J C, BAO J. Processing of multi-stations laser tracker data based on bundle adjustment [J]. *Geotechnical Investigation & Surveying*, 2018(9): 44-48. (in Chinese)
- [25] 丘维生. 高等代数 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1996.
- QIU W SH. *Advanced Algebra* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1996. (in Chinese)

作者简介:



郭迎钢(1992—),男,甘肃武威人,博士研究生,2014年、2017年于解放军信息工程大学分别获得学士、硕士学位,主要从事精密工程测量特别是三维工程控制网建立的研究。E-mail: fariel_gyg@163.com

导师简介:



李宗春(1973—),男,山东日照人,教授,博士生导师,1998年于解放军测绘学院获得硕士学位,2003年于解放军信息工程大学获得博士学位,主要从事精密工程测量、三维激光点云数据处理等方面的教学与科研。E-mail: 13838092876@139.com