

## UPR-UPU-UR矢量推进机构的推进性能研究

杜晓强, 于福杰, 陈原

引用本文:

杜晓强, 于福杰, 陈原. UPR-UPU-UR矢量推进机构的推进性能研究[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(10): 2276-2289.

DU Xiao-qiang, YU Fu-jie, CHEN Yuan. Research on propulsive performance of vector propulsion mechanism with UPR-UPU-UR configuration[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(10): 2276-2289.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/OPE.20202810.2276>

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 基于3-RRR结构的光学元件柔顺微动调整机构的位姿正解

Forward kinematics of 3-RRR flexure parallel mechanism used in lens micro-adjustment  
*光学精密工程*. 2016, 24(6): 1373-1381 <https://doi.org/10.3788/OPE.20162406.1373>

### 基于牛顿-欧拉法的4-UPS-UPU并联机构动力学方程

Dynamic equation of 4-UPS-UPU parallel mechanism based on Newton-Euler approach  
*光学精密工程*. 2015, 23(11): 3129-3137 <https://doi.org/10.3788/OPE.20152311.3129>

### 面向大口径光栅拼接的5TSP-PPS并联机构位置正解分析

Forward displacement analysis for 5TSP-PPS parallel mechanism of large aperture grating tiling  
*光学精密工程*. 2016, 24(10s): 535-542 <https://doi.org/10.3788/OPE.20162413.0535>

### 球面5R并联机构的动力学建模及动载分配优化

Dynamic modeling and dynamic load distribution optimization of a spherical 5R parallel mechanism  
*光学精密工程*. 2018, 26(8): 2012-2020 <https://doi.org/10.3788/OPE.20182608.2012>

### 六足机器人整机运动学分析及构型选择

Kinematics analysis and configuration selection of whole machine of hexapod robot  
*光学精密工程*. 2017, 25(7): 1832-1842 <https://doi.org/10.3788/OPE.20172507.1832>

文章编号 1004-924X(2020)10-2276-14

# UPR-UPU-UR 矢量推进机构的推进性能研究

杜晓强,于福杰,陈 原\*

(山东大学(威海)机电与信息工程学院,山东 威海 264209)

**摘要:**为了实现水下机器人的推进装置具备空间姿态调整和大转矩的动力传递功能,本文提出了 UPR-UPU-UR 矢量推进机构。首先,运用螺旋理论计算了矢量推进机构的自由度,基于解析法构建了矢量推进机构的位置模型。其次,推导出了矢量推进机构的输出矢量和输入矢量之间的关系,并采用粒子群优化算法对矢量推进机构进行了位置正解计算。然后,基于矩阵分析法从速度雅克比矩阵和机构特征性角度研究了机构奇异性,计算了矢量推进机构动平台的工作空间。最后,搭建了 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的实验平台,并进行了试验研究。数值仿真和实验结果表明:粒子群优化算例在绝对误差小于  $0.001^\circ$  下可获得机构动平台的精确位姿,机构的矢量推进性能实验值与理论值存在的最大误差为 5%,这证实了该机构具有良好的运动特性和推进性能。矢量推进机构是通过改变两条支链长度来调整螺旋桨的推力方向,使机器人可以具备偏航、俯仰、横滚等多种运动模式,有助于其实现复杂的水下运动。

**关键词:**矢量推进机构;并联机构;推进性能;螺旋理论;粒子群优化算法

**中图分类号:**TP242;TH112 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/OPE.20202810.2276

## Research on propulsive performance of vector propulsion mechanism with UPR-UPU-UR configuration

DU Xiao-qiang, YU Fu-jie, CHEN Yuan\*

(School of Mechanical, Electrical & Information Engineering,  
Shandong University, Weihai 264209, China)

\* Corresponding author, E-mail: cyzghysy@sdu.edu.cn

**Abstract:** In this study, a vector propulsion mechanism with the UPR-UPU-UR configuration was investigated to develop an underwater vehicle propulsion device with space attitude adjustment, high precision, and large torque power transmission. First, the degree of freedom of the vector propulsion mechanism was calculated using screw theory, and the position model of the vector propulsion mechanism was constructed using an analytical method. Second, the relationship between the output vector and input vectors of the vector propulsion mechanism was derived, and the particle swarm optimization algorithm was used to calculate the position positive solution of the vector propulsion mechanism. Third, the singularity of the mechanism was evaluated using the Jacobian matrix corresponding to the

收稿日期:2020-06-15;修订日期:2020-07-27.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51375264);山东省重大创新工程资助项目(No. 2017CXGC0923);山东省重点研发计划资助项目(No. 2018GGX103025);山东省自然科学基金资助项目(No. ZR2019MEE019);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(No. 2019ZRJC006)

angle of velocity and the characteristics of the mechanism, and the workspace of the vector propulsion mechanism was calculated. Finally, the experimental platform of the vector propulsion mechanism with the UPR-UPU-UR configuration was built, and experiments were conducted. The results of numerical simulations and experiments demonstrate that the precise position and attitude of the mechanism could be obtained when the absolute error was less than  $0.001^\circ$ , and the maximum error between the experimental and theoretical values of the vector propulsive performance was 5%, which proved that the mechanism had good motion characteristics and propulsive performance. The vector propulsion mechanism adjusted the thrust direction of the propeller by varying the length of two branch chains, such that the robot could exhibit various motion modes, such as yaw, pitch, and roll, which helped in achieving the complex underwater motion.

**Key words:** vector propulsion mechanism; parallel manipulator; propulsive performance; screw theory; particle swarm optimization algorithm

## 1 引 言

海洋占地表面积约 71%,蕴藏着丰富的矿产资源和海洋生物资源,对海洋资源的勘测和开发是建设海洋强国、捍卫国家安全和实现海洋可持续发展的重要技术基础。装备各种探测仪器的水下机器人是探索海洋资源的重要设备,现有的绝大多数水下机器人具有路径规划简单、运动模式单一和推进效率低等缺点。因此,研制机动灵活的水下机器人对推动海洋资源探测技术的发展具有重要意义<sup>[1]</sup>。

机器人在执行水下作业任务的过程中,螺旋桨推进机构是保障水下机器人机动灵活作业的关键结构装置,单螺旋桨只能产生大小可变量而方向固定(沿转动轴方向)的推进力。当水下机器人进行不同方向导向操纵运动时,比如俯仰和偏转,需要安装多个螺旋桨来产生多维方向推进力。但是,多个螺旋桨组合的推进方式会增加水下机器人的航行阻力,增大推进系统占据的空间,降低水下机器人低速航行时的水下定位能力。矢量推进技术作为一项新兴的推进技术,已经成熟地应用于航空飞行器上,它可以有效地提高航空飞行器的机动性和敏捷性,具有极其广阔的发展空间。然而目前国内外对水下机器人矢量推进技术的研究还较少。通过研究水下机器人矢量推进机构,实现单机构多姿态调整的矢量推进技术,对于提高复杂海洋环境下水下机器人的机动性和敏捷性具有重要的学术意义和工程应用价值。

目前,国内外对水下机器人矢量推进机构的

研究还处于初级阶段,大部分矢量推进机构由传统串联机构或者并联机构组成。Lin 等人<sup>[2-3]</sup>提出了具有喷水矢量推进技术的水下球形机器人,设计了由转动副组成的喷水矢量推进机构,通过矢量推进机构改变喷水推进力方向来调整机器人的姿态。高富东等人<sup>[4-5]</sup>设计了柔性传动轴构成的螺旋桨矢量推进装置,该柔性传动轴的偏摆和旋转会使螺旋桨推进装置实现矢量推进技术。方世鹏等人<sup>[6-8]</sup>设计了一种基于锥齿轮调向的矢量推进机构,该机构由一个电机给螺旋桨提供动力,另外两个电机改变锥齿轮的位置角度以调整螺旋桨的空间姿态。郑昆山等人<sup>[9-10]</sup>基于蜗轮蜗杆结构设计了喷水矢量推进装置,矢量推进装置中的翼管与空心轴固联,高压水流由蜗轮带动的翼管转动实现推进力的矢量化。基于并联机构的矢量推进机构除了能提供前进推进力外,还可根据水下机器人的导向操纵任务需求,改变螺旋桨推进姿态来调整推进力方向,产生其它多维方向上的推进力,使得水下机器人在低速航行时的导向操纵运动不依赖于航行速度,极大地提高了其低速航行时的水下定位能力<sup>[11-13]</sup>。Roque 等人<sup>[14]</sup>设计了基于 Stewart 六自由度并联机构的矢量推进水下机器人,它的螺旋桨安装于并联机构动平台上,螺旋桨的姿态会随动平台姿态变化而变化。Saltaren 等人<sup>[15]</sup>借助 Stewart-Gough 并联机构研制了 REMO I 型遥控水下机器人,使用了连接头部引导环与尾部随动环的六个直线驱动电机,实现螺旋桨的矢量推技术。目前对矢量推进机构的研究仅局限于传统串联机构或 Stewart 六自由度并联机构。然而,传统串联机构的自重负荷比大,

很难适应深海重压环境,虽然六自由度并联机构在灵活性和自重负荷比等方面满足导向操纵动作要求,但是其工作空间小、结构和控制较复杂,对水下机器人运动的灵活性和敏捷性影响较大,也很难应用于工程实际。少自由度并联机构的设计制造更为简单,导向操纵动作也不需要空间所有的自由度,因此基于少自由度并联机构的矢量推进机构将为矢量推进方式提供新的设计理念。

为了实现水下机器人的推进装置具备空间姿态调整和大转矩的动力传递功能,本文提出了 UPR-UPU-UR 矢量推进机构。首先,运用螺旋理论计算了矢量推进机构的自由度,基于解析法构建了矢量推进机构的位置模型。其次,推导出了矢量推进机构的输出矢量和输入矢量之间的关系,并采用粒子群优化算法对矢量推进机构进行了位置正解计算。然后,基于矩阵分析法从速度雅克比矩阵和机构特征性角度研究了机构奇异性,计算了矢量推进机构动平台的工作空间。最后,搭建了 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的实验平台,并进行了试验研究。

## 2 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的创新设计

### 2.1 设计思想与坐标系构建

水下机器人矢量推进机构是通过改变螺旋桨推进姿态来改变推进力的方向,它的不同运动方案直接关系到矢量推进技术实现原理。任何导向操纵动作都可以分解为螺旋桨旋转和螺旋桨空间姿态调整这两个运动,它们两者之间可为解耦运动关系,也可为耦合运动关系,不同运动关系将对应着不同矢量推进机构运动方案。如果为解耦运动关系,仅需要矢量推进机构提供姿态调整功能。当它们两者之间为耦合运动关系时,除了矢量推进机构完成的螺旋桨空间姿态调整功能外,还需要再增加一条传动链,将驱动源的旋转运动传递给螺旋桨。本文基于矢量推进机构上的螺旋桨旋转运动及其空间姿态调整运动之间的耦合运动关系,创新设计了 UPR-UPU-UR 矢量推进机构,不仅能为水下机器人提供推进力,而且可准确灵活地调整螺旋桨的姿态,实现水下机器人的姿态调整功能。

如图 1 所示是本文提出的 UPR-UPU-UR 矢

量推进机构,该矢量推进机构的动平台与静平台通过三条运动支链连接。由一个 U 副、一个移动副 P 和一个转动副 R 组成支链,称为 UPR 支链。由一个移动副 P 和两个 U 副连接组成支链,称为 UPU 支链。由一个 U 副和一个转动副 R 组成支链,称为主轴支链 UR。这三条运动支链都是通过静平台上的交流伺服电机进行驱动,一个电机驱动主轴支链的螺旋桨为水下机器人提供推进的动力,另外两个电机驱动两条支链的丝杠转动,通过改变支链的 P 副运动引起机构动平台的姿态改变,以此灵活地调整矢量推进机构姿态以改变水下机器人的运动方向。

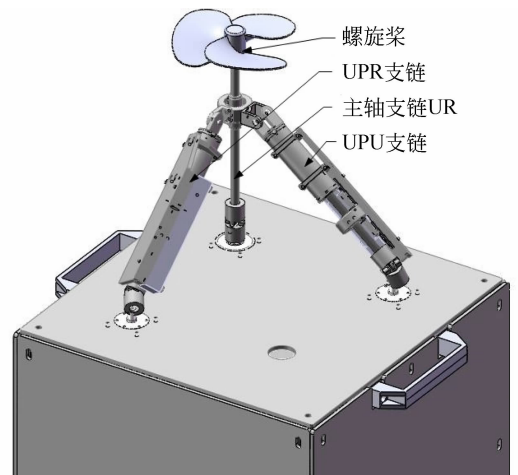


图 1 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的三维图

Fig. 1 Three dimension of UPR-UPU-UR vector propulsion mechanism

如图 2 所示,在静平台和动平台上分别建立静坐标系和动坐标系,记为  $O-XYZ$  和  $o-xyz$ 。在主轴支链 UR 下端的 U 副中心标记为点  $O$ ,在 UPR 支链下端的 U 副中心标记为点  $D_1$ ,在 UPU 支链下端的 U 副中心标记为点  $D_2$ 。在主轴支链 UR 上端的 R 副中心标记为点  $o$ ,在 UPR 支链上端的 R 副中心标记为点  $d_1$ ,在 UPU 支链上端的 U 副中心标记为点  $d_2$ 。主轴支链 UR 中 R 副垂直于动平台, $X$  轴正方向是由点  $O$  指向点  $D_1$  的方向, $Y$  轴正方向是由点  $O$  指向点  $D_2$  的方向, $Z$  轴方向由右手螺旋定则确定。 $x$  轴正方向是由点  $o$  指向点  $d_1$  的方向, $y$  轴正方向是由点  $o$  指向点  $d_2$  的方向, $z$  轴方向由右手螺旋定则确定。设定  $OD_1$  和  $OD_2$  的长度均为  $A=270$  mm, $od_1$  和  $od_2$  的长度均为  $a=47$  mm, $Oo$  的距离为  $e=220$  mm。



### 3 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的运动学建模

#### 3.1 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的位置反解模型

位置正解模型是分析机器人矢量推进机构运动性能的基础<sup>[17-19]</sup>。为方便表达,规定  $\sin \theta = s_\theta$ ,  $\cos \theta = c_\theta$ ,  $\tan \theta = t_\theta$ 。在初始位置下,动平台通过绕静坐标系  $O$ -XYZ 的  $X$  轴旋转  $\beta$  角后,继续绕新生成的静坐标系  $O$ -XYZ 的  $Y$  轴旋转  $\alpha$  角实现姿态的变化。则矢量推进机构的从静坐标系  $O$ -XYZ 运动到动坐标系  $o$ -xyz 的旋转变换矩阵可表达为:

$${}^o\mathbf{T} = \begin{bmatrix} {}^o\mathbf{R} & {}^o\mathbf{o}_{oORG} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\alpha & 0 & s_\alpha & {}^o\mathbf{o}_x \\ s_\alpha s_\beta & c_\beta & -c_\alpha s_\beta & {}^o\mathbf{o}_y \\ -s_\alpha c_\beta & s_\beta & c_\alpha c_\beta & {}^o\mathbf{o}_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

初始状态下,动平台上的点  $d_1$  在动坐标系  $o$ -xyz 下位置为  ${}^o d_1 = (a, 0, 0)$ , 点  $d_2$  在动坐标系  $o$ -xyz 下位置为  ${}^o d_2 = (0, a, 0)$ , 动坐标系的原点  $o$  的在静坐标系  $O$ -XYZ 下位置为  ${}^o o = (0, 0, e)$ 。

经过旋转变换矩阵转换后,点  $d_1$ 、点  $d_2$ 、点  $o$  在静坐标系下  $O$ -XYZ 的位置变为:

$${}^o d_1 = \begin{bmatrix} ac_\alpha + es_\alpha \\ as_\alpha s_\beta - ec_\alpha s_\beta \\ -as_\alpha c_\beta + ec_\alpha c_\beta \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$${}^o d_2 = \begin{bmatrix} es_\alpha \\ ac_\beta - ec_\alpha s_\beta \\ as_\beta + ec_\alpha c_\beta \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$${}^o o = \begin{bmatrix} es_\alpha \\ -ec_\alpha s_\beta \\ ec_\alpha c_\beta \end{bmatrix}. \quad (13)$$

由静坐标系  $O$ -XYZ 的点  $D_1$  的位置为  ${}^o D_1 = (A, 0, 0)$ , 点  $D_2$  的位置为  ${}^o D_2 = (0, A, 0)$ , 得到如下闭环矢量关系:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_1 {}^o d_1 &= \mathbf{O}^o \mathbf{o} + {}^o \mathbf{o} {}^o d_1 - \mathbf{O} \mathbf{D}_1, \\ \mathbf{D}_2 {}^o d_2 &= \mathbf{O}^o \mathbf{o} + {}^o \mathbf{o} {}^o d_2 - \mathbf{O} \mathbf{D}_2, \end{aligned} \quad (14)$$

主轴支链 UR 的长度为固定值, 剩余两条支链的长度是变化的, 且 UPR 支链和 UPU 支链的矢量分别为:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_1 {}^o d_1 &= \begin{bmatrix} ac_\alpha + es_\alpha - A \\ as_\alpha s_\beta - ec_\alpha s_\beta \\ -as_\alpha c_\beta + ec_\alpha c_\beta \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D}_2 {}^o d_2 &= \begin{bmatrix} es_\alpha \\ ac_\beta - ec_\alpha s_\beta - A \\ es_\beta + ec_\alpha c_\beta \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (15)$$

矢量推进机构中 U 副的转动范围有限, 且  $L_1, L_2$  和  $L_3$  均是正值。主轴支链 UR 与动平台固接, 取点  $o$  为动平台的参考点, 那么可以推导出 UPR 支链的长度  $L_1$  和 UPU 支链的长度  $L_2$  分别为:

$$\begin{aligned} L_1 &= |\mathbf{D}_1 {}^o d_1| = \\ &= \sqrt{(ac_\alpha + es_\alpha - A)^2 + (as_\alpha s_\beta - ec_\alpha s_\beta)^2 + (-as_\alpha c_\beta + ec_\alpha c_\beta)^2} \\ L_2 &= |\mathbf{D}_2 {}^o d_2| = \\ &= \sqrt{(es_\alpha)^2 + (ac_\beta - ec_\alpha s_\beta - A)^2 + (as_\beta + ec_\alpha c_\beta)^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

由式(16)可见,  $\alpha$  和  $\beta$  决定着机构动平台的位姿。当  $\alpha$  和  $\beta$  确定后, 动平台参考点  $o$  在静坐标系  $O$ -XYZ 下的位置  ${}^o o = ({}^o o_x, {}^o o_y, {}^o o_z)$  也便确定了。

如果动平台的姿态角按照一定规律发生变化, 那么可以通过反解模型求出两条支链的长度变化规律。假设对动平台的姿态角随时间  $t$  的变化表达式为:  $\alpha = 15\sin(\pi t/2)$  和  $\beta = 15\sin(\pi t/2)$ , 且  $t$  的取值范围为  $[0, 12]$ 。根据该矢量推进机构的位置反解公式(16), 在 MATLAB 中可以求解两条支链的长度  $L_1$  和  $L_2$  关于时间的变化曲线如图 3 所示。

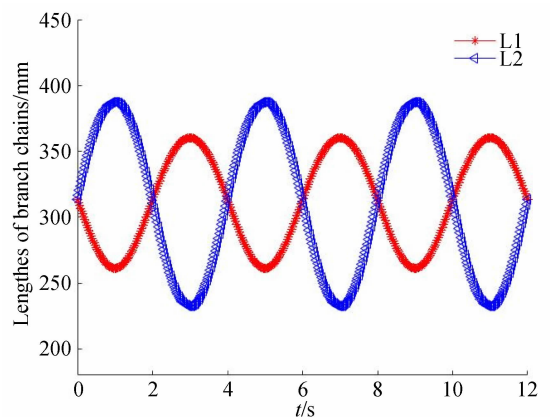


图 3 两条支链的长度随时间的变化曲线

Fig. 3 Variation curve of the length of branch chains

从图 3 可以看出,矢量推进机构的支链 UPR 与支链 UPU 的长度变化曲线呈现近似于正余弦函数图像,变化曲线的增减趋势恰好相反。矢量推进机构的两条支链的长度变化曲线较为平滑,不存在阶跃突变现象,说明矢量推进机构的结构设计和参数选择较为合理,表明其位置反解模型的正确性。

### 3.2 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的位置正解模型

本文基于粒子群优化算法<sup>[20]</sup> (Particle Swarm Optimization Algorithm, PSO 算法)对 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的位置正解进行建模。首先,选择机构的位置反解公式(16)作为 PSO 算法的输入参数;然后,构造粒子适应度函数作为模型评价函数;最后,将 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的两支链长度值( $L'_1, L'_2$ )作为位置正解的输入参数值,使用 PSO 算法求解非线性方程组的解。模型评价函数的收敛结果作为算法结果优劣的重要指标,经过优选获得动平台受到的姿态角  $\alpha$  和  $\beta$ ,带入位置反解公式(16),重新计算两支链长度值( $L_1, L_2$ ),得到机构位置正解的误差。

应用 PSO 算法进行矢量推进机构的位置正解建模,具体建模过程如下:

(1)构建粒子适应度函数  $\|C\|_F$  作为优化目标函数,设定当粒子适应度函数值小于  $10^{-4}$  时结束算法。

$$\|C\|_F = (|L_1 - L'_1|^2 + |L_2 - L'_2|^2)^{1/2}. \tag{17}$$

(2)初始化 PSO 算法的参数

为提高计算效率,根据动平台姿态运动范围<sup>[21]</sup>设置搜索范围,并设置如表 1 所示的种群规模、学习因子、最大迭代次数、最大搜索速度和标准惯性权重等基本参数。

表 1 粒子群优化算法参数

Tab.1 Parameters of PSO algorithm

参数	数值
种群规模	50
学习因子	1.5
最大迭代次数	1 000
搜索速度取值范围	$[-0.05, 0.05]$
惯性权重	0.7
$\alpha$ 取值	$[-45^\circ, 45^\circ]$
$\beta$ 取值	$[-44^\circ, 44^\circ]$

### (3)优化目标函数的三维空间仿真

已知动平台的姿态角( $\alpha, \beta$ ),对给定的 UPR 支链的长度  $L'_1$  和 UPU 支链的长度  $L'_2$ ,通过五个算例对 UPR-UPU-UR 矢量推进机构进行位置正解分析。得到各算例的粒子群适应度函数的三维空间仿真结果如图 4~图 8 所示(彩图见期刊电子版)。

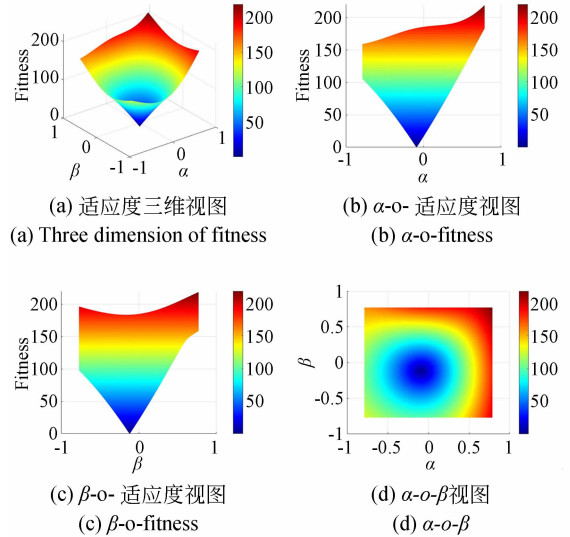


图 4 算例一( $L_1=330\text{ mm}, L_2=335\text{ mm}$ )

Fig. 4 The first example( $L_1=330\text{ mm}, L_2=335\text{ mm}$ )

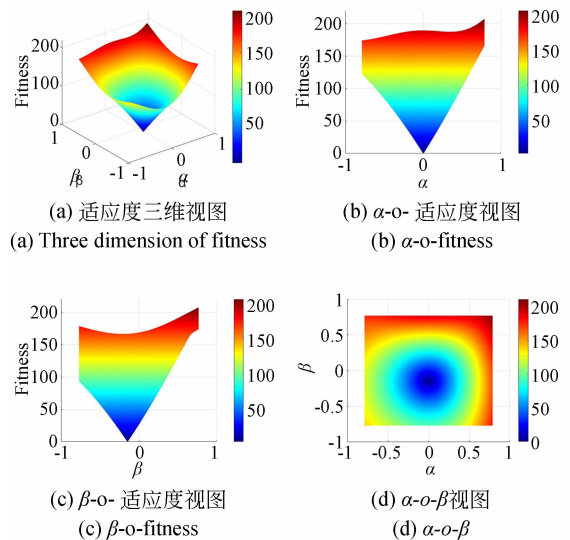
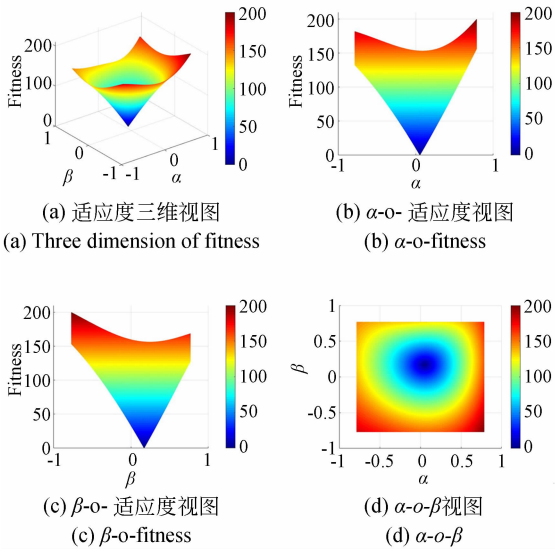
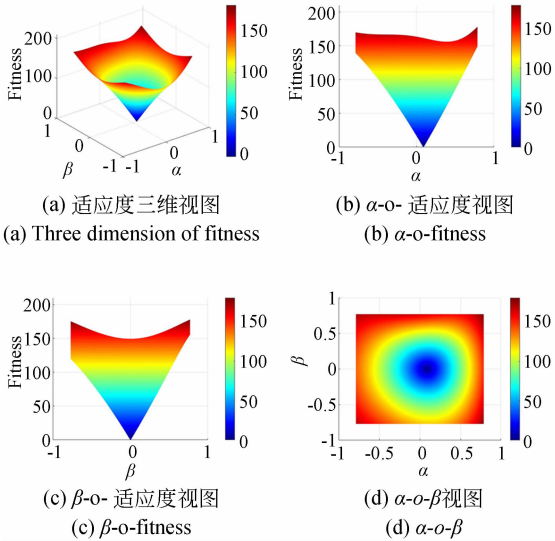
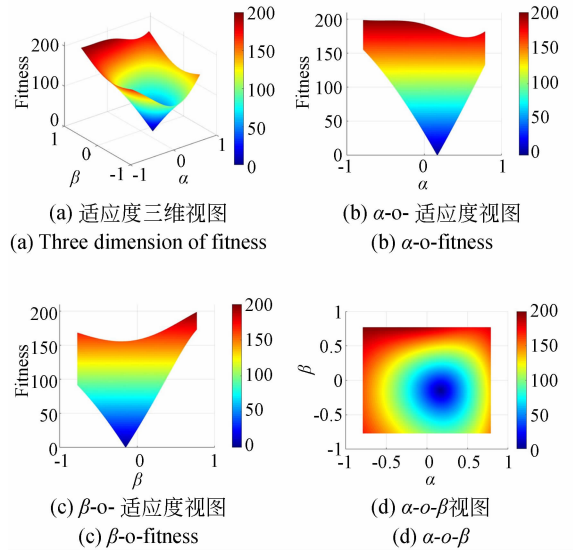


图 5 算例二( $L_1=313\text{ mm}, L_2=340\text{ mm}$ )

Fig. 5 The second example( $L_1=313\text{ mm}, L_2=340\text{ mm}$ )

图 6 算例三( $L_1=303$  mm,  $L_2=280$  mm)Fig. 6 The third example ( $L_1=303$  mm,  $L_2=280$  mm)图 7 算例四( $L_1=296$  mm,  $L_2=313$  mm)Fig. 7 The fourth example ( $L_1=296$  mm,  $L_2=313$  mm)

根据仿真结果可知,粒子群适应度函数的三维空间呈圆锥状,粒子群适应度函数取值范围约为 0~200。随着三维空间视图的颜色越接近红色,粒子群的适应度函数值呈现递增趋势,则矢量推进机构动平台的姿态角( $\alpha$ ,  $\beta$ )的误差就越大。在红色区域里,输入的两支链长度( $L'_1$ ,  $L'_2$ )参数值,无法找到位置正解最优解。相反,三维空间视图的颜色越接近蓝色,粒子群的适应度函数值

图 8 算例五( $L_1=280$  mm,  $L_2=340$  mm)Fig. 8 The fifth example ( $L_1=280$  mm,  $L_2=340$  mm)

呈现递减趋势,那么矢量推进机构动平台的姿态角( $\alpha$ ,  $\beta$ )的误差越小。在蓝色区域里,输入的两支链长度( $L'_1$ ,  $L'_2$ )参数值,就可以计算出矢量推进机构的位置正解最优解。当取值无限接近于最小值时,动平台的姿态角( $\alpha$ ,  $\beta$ )就是 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的位置正解的最优解。

#### (4) 粒子速度及位置更新过程

首先将每一个粒子的初始位置都设置为自身最佳位置  $P_{id}$ ,同时计算并比较各粒子的适应度函数。寻找到粒子群中最佳的粒子作为全局最优粒子  $P_{gd}$ ,随后更新粒子的速度和位置,其更新公式为:

$$v_{id}^{k+1} = v_{id}^k + c_1 r_1 (p_{id} - z_{id}^k) + c_2 r_2 (p_{gd} - z_{id}^k), \quad (18)$$

$$z_{id}^{k+1} = z_{id}^k + v_{id}^{k+1}, \quad (19)$$

式中: $k$  为迭代次数,  $i=1, 2, \dots, m$  为粒子的编号,  $d=1, 2, \dots, D$  为维度,  $r_1$  和  $r_2$  是分布在区间  $[0, 1]$  的随机数,  $c_1$  和  $c_2$  称为学习因子。式(18)中  $v_{id}^k$  为微粒上一次的速度,描述用于平衡微粒的局部和全局的搜索能力。式(18)中  $c_1 r_1 (p_{id} - z_{id}^k)$  为微粒“认知”的部分,描述微粒自身的学习能力,具备较强的局部最优搜索的能力。式(18)中  $c_2 r_2 (p_{gd} - z_{id}^k)$  是微粒的“社会”部分,描述微粒个体间可以信息共享能力,表示微粒个体之间具备协作关系。PSO 算法中微粒在求解空间

内的搜索能力由上述这三个部分共同决定<sup>[22]</sup>。

通常在个体的各维度上设置搜索区间边界,防止个体微粒在某一个维度上超出搜索范围。设置新的粒子速度和位置进行适应度计算,将每一次的计算结果与上一次结果进行比较。如果使用当前位置来计算的适应度结果优于自身之前的最佳位置的适应度结果,那么用该粒子当前位置替

代之前位置  $P_{id}$ 。同理,若种群中的最佳粒子优于  $P_{gd}$ ,则替代之。循环迭代过程,直至当适应度函数值小于或等于  $10^{-4}$  后停止迭代,即得到输入支链长度值对应的动平台姿态角  $(\alpha, \beta)$ 。经过上述算例分析,结果如表 2 所示。各算例 PSO 算法的粒子适应度函数值随着算法迭代次数增加的变化关系如图 9 所示。

表 2 位姿正解算例结果

Tab. 2 Results of forward kinematics examples

算例	输入/mm	PSO 算法的输出位置/mm		PSO 算法的输出姿态角/(°)		迭代次数
	支链长度 $(L'_1, L'_2)$	$({}^B o_x, {}^B o_y, {}^B o_z)$	位置误差	$(\alpha, \beta)$	角度误差	
1	(313, 340)	[0.296 8, 31.857 9, 217.680 9]	[0, 0.000 2, 0]	(0.077 3, -8.326 2)	[-0.000 1, 0]	917
2	(296, 313)	[19.656 9, -0.296 8, 219.119 9]	[0, 0, 0.000 1]	(5.126 2, 0.077 6)	[-0.000 1, 0]	853
3	(280, 340)	[37.213 0, 31.843 6, 214.478 8]	[0.000 3, 0, 0]	(9.738 4, -8.445)	[0, -0.000 2]	977
4	(303, 280)	[11.771 6, -37.214 9, 216.509 8]	[-0.000 5, 0, 0]	(3.067 2, 9.753)	[0, -0.000 3]	933
5	(330, 335)	[-19.756, 25.776 9, 217.589 6]	[0, 0.000 3, 0]	(-5.152 1, -6.756 1)	[0, 0]	839

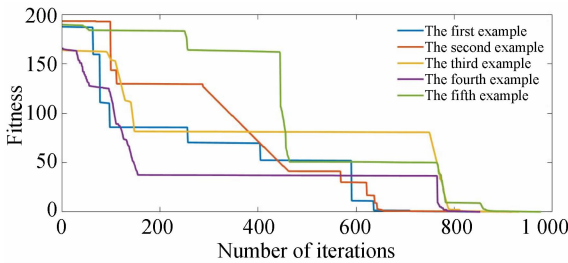


图 9 各算例 PSO 算法适应度曲线

Fig. 9 PSO algorithm fitness curves of different examples

从表 2 和图 9 可知,当确定该矢量推进机构的输入两条支链的长度  $(L'_1, L'_2)$ ,使用 PSO 算法,反复多次迭代来搜寻计算粒子群适应度函数值,绘制得到粒子群适应度函数曲线,图 9 中五个算例的粒子群适应度函数曲线收敛快。当迭代次数到达 800 次之后,适应度函数值均缓慢趋于零。此时输出动平台参考点的位置  $({}^B o_x, {}^B o_y, {}^B o_z)$  和姿态角  $(\alpha, \beta)$  已经收敛,各算例都获得动平台精确位姿,输出姿态角度的绝对误差小于 0.001 度。将该矢量推进机构的位置正解求解问题转化为函数求最优解问题,采用 PSO 算法进行优化求解来提高求解效率和精度,该算法具有良好适用性。

### 3.3 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的速度建模

本小节基于位置模型求解机构的速度雅克比矩阵,对 UPR-UPU-UR 矢量推进机构进行速度建模<sup>[23]</sup>。对公式(16)两边分别对时间  $t$  求偏导数,可得:

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{G} \dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{A(as_a - ec_a)}{L_1} \\ \frac{A(as_\beta - ec_\beta c_a)}{L_2} & \frac{Aes_a s_\beta}{L_2} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (20)$$

其中:  $\mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{G}$  为速度雅克比矩阵;  $\mathbf{J}_q$  为输入速度的雅克比矩阵;  $\mathbf{G}$  为输出速度雅克比矩阵;  $\dot{\mathbf{L}}$  为支链变化速度矢量,具体为  $\dot{\mathbf{L}} = [\dot{L}_1 \quad \dot{L}_2]^T$ ;  $\dot{\boldsymbol{\theta}}$  为驱动角速度矢量,具体为  $\dot{\boldsymbol{\theta}} = [\dot{\beta} \quad \dot{\alpha}]^T$ 。

据此得到该矢量推进机构的动平台和静平台之间的速度关系表达式:

$$\begin{cases} \dot{L}_1 = \frac{A(as_a - ec_a)}{L_1} \dot{\alpha} \\ \dot{L}_2 = \frac{Aes_a s_\beta}{L_2} \dot{\alpha} + \frac{A(as_\beta - ec_\beta c_a)}{L_2} \dot{\beta} \end{cases} \quad (21)$$

将动平台姿态角  $\alpha = 15 \sin(\pi t/2)$  和  $\beta = 15 \sin(\pi t/2)$ , 以及动平台姿态角速度  $\dot{\alpha} = 7.5 \pi \cos(\pi t/2)$

2) 和  $\dot{\beta} = 7.5\pi\cos(\pi t/2)$  代入到方程(21)中,可以得到如图 10 所示的两条支链的速度变化曲线。

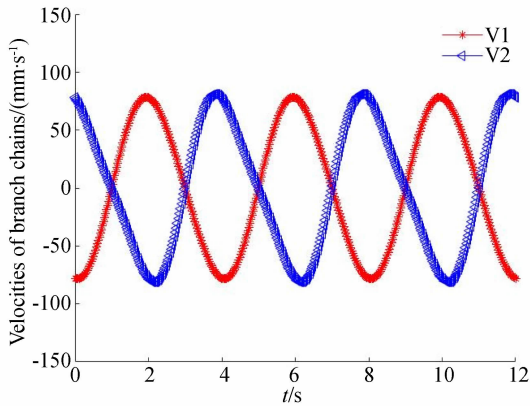


图 10 两条支链的速度随时间的变化曲线

Fig. 10 Variation curve of velocity of branch chains

从图 10 可以看出,矢量推进机构的支链 UPR 和支链 UPU 的速度随时间变化呈现近似正余弦函数变化规律,两条支链的速度始终在一定范围内进行波动,两条变化曲线比较平滑,没有发生阶跃突变的现象。同时对比分析图 3 所显示的支链长度随时间的变化曲线,可见支链的速度变化规律符合支链长度的变化规律。两图证实了矢量推进机构的位置建模的正确性与合理性。

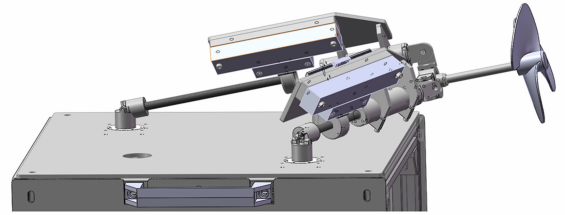
### 3.4 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的奇异性分析

当并联机构动平台运动处于奇异位形时,其实际自由度发生变化,影响机构的运动性能,同时改变机构的静力学性能、刚度、稳定性及灵巧度<sup>[24]</sup>。根据机构奇异位形的特点将机构奇异性分为边界奇异和内部奇异<sup>[25]</sup>。本文采用雅克比矩阵分析法对该矢量推进机构进行奇异性分析。

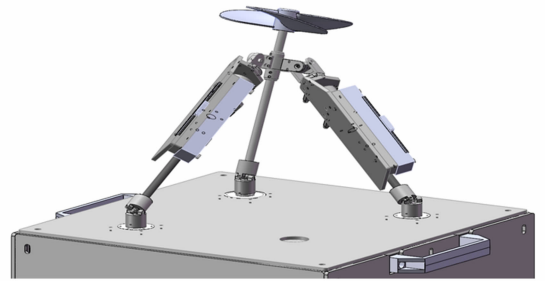
机构中各支链的长度  $L_1, L_2$  和  $L_3$  均是正值,不可能存在  $|\mathbf{J}_q| = 0$  的情况,矢量推进机构不会增加自由度,导致机构运动失去控制,故不存在反解奇异。机构各支链长度是大于零的正数,即  $|\mathbf{J}_q| \neq 0$ ,不存在  $|\mathbf{J}_q|$  和  $|\mathbf{G}|$  同时为零,因此矢量推进机构不可能存在混合奇异。机构各支链长度均大于零的正数,因此  $|\mathbf{J}_q| \neq 0$ 。根据式(20)中的  $|\mathbf{G}| = 0$  时,  $G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21} = G_{11}G_{22} = 0$ 。所以矢量推进机构的正解奇异具有以下两种情况:

(1) 当  $G_{11} = A(as_\alpha - ec_\alpha) = 0$  时,  $\alpha = \arctan(e/a)$ , 代入相关尺寸,解得  $\alpha = 77.94^\circ$ , 这种奇异位形

称为第一类正解奇异。此时机构中 UPR 支链的丝杠长度不足,其位形如图 11(a)所示的第一类奇异。



(a) 第一类奇异  
(a) The first singularity



(b) 第二类奇异  
(b) The second singularity

图 11 UPR-UPU-UR 矢量推进机构正解奇异

Fig. 11 Positive solution singularity for UPR-UPU-UR vector propulsion mechanism

(2) 当  $G_{22} = A(as_\beta - ec_\beta) = 0$ , 所以  $\beta = \arctan(ecos\alpha/a)$ , 假设  $\alpha$  处于转动角度的最大值,代入相关尺寸,解得  $\beta = 44.36^\circ$ 。这种奇异位形称为第二类正解奇异。此时该机构中 UPU 支链的丝杠长度不足,其位形如图 11(b)所示的第二类奇异。

### 3.5 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的工作空间分析

机构的工作空间是衡量矢量推进机构推进性能的重要指标。影响工作空间的因素主要有机构本身结构、支链长度限制、运动副转角限制、支链间的互相干涉限制和奇异位形限制等。本文将通过数值搜索法求解矢量推进机构的工作空间。

#### (1) 支链长度限制

UPR-UPU-UR 矢量推进机构的两条支链的丝杠转动长度是有限的,故两条支链的长度  $L_1$  和  $L_2$  存在最小值和最大值表示成  $L_{i\min}$  和  $L_{i\max}$ , 则变化范围可以表示成  $L_{i\min} \leq L_i \leq L_{i\max}$  ( $i = 1, 2$ )。设定  $L_{i\min} = 264$  mm,  $L_{i\max} = 364$  mm。设定  $OD_1$

和  $OD_2$  的长度均为  $A=270\text{ mm}$ ,  $od_1$  和  $od_2$  的长度均为  $a=47\text{ mm}$ ,  $Oo$  的长度为  $e=220\text{ mm}$ 。

(2) 运动副转角限制

由于转动副和万向铰的转角范围是有限制的,使得矢量推进机构的工作空间受到影响。动坐标系上  $x$  轴的方向向量  $\mathbf{u}=(1,0,0)$  和 UPR 支链方向向量  $\mathbf{L}_1$  确定了 UPR 支链的转动副 R 的转角  $\gamma$ 。其数学表达式可以写为  $\gamma=\arccos \frac{\mathbf{L}_1 \cdot \mathbf{u}}{|\mathbf{L}_1|} \leq \gamma_{\max}$ 。式中的  $\gamma_{\max}$  为转动副的最大转角,静平台的结构特点使得转角范围很大,转动副 R 不可能达到最大转角,求解机构工作空间不需要考虑转动副 R 的限制。

静坐标系上  $Z$  轴的方向向量  $\mathbf{n}_{T_i}=(0,0,1)$  和各支链的方向矢量  $\mathbf{L}_i$  确定了静平台上三个 U 副的转角  $\theta_i(i=1,2,3)$ 。 $\theta_i$  的数学表达式可以写为  $\theta_i=\arccos \frac{\mathbf{L}_i \cdot \mathbf{n}_{T_i}}{|\mathbf{L}_i|} \leq \theta_{i \max}$ ,静平台上三个 U 副的最大转角  $\theta_{i \max}=45^\circ$ ,求解机构工作空间需要考虑 U 副的限制。

第二类 U 副是特指连接静平台的 U 副,比较其在初始位置和运动位置下的两种状态,第二类 U 副中与动平台直接相连的转轴的单位方向矢量表示为  $\mathbf{S}_1$ ,运动位置下第二类 U 副中与支链相连的转轴的单位方向矢量表示为  $\mathbf{S}_2$ ,则 UPU 支链绕  $\mathbf{S}_2$  的转角  $\delta_1$  的数学表达式可以写为  $\delta_1=\arccos \frac{(\mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_1) \cdot \mathbf{L}_2}{|\mathbf{L}_2|} \leq \delta_{1 \max}$ 。第二类 U 副的最大转角  $\delta_{1 \max}=15^\circ$ ,实际中这个转角范围比较小,求解机构工作空间不需要考虑这类 U 副的限制。

(3) 支链间的相互干涉限制和奇异位形限制

分析并联机构的工作空间时,需要考虑机构的实际尺寸,各支链间有可能发生互相干涉。UPR-UPU-UR 矢量推进机构有两个自由度,各支链间发生运动干涉的概率较小,所以求解此机构工作空间不需要考虑各支链之间的相互干涉限制。当 UPR-UPU-UR 矢量推进机构处于奇异位形时,影响其矢量推进性能,所以求解此机构工作空间需要避免机构的正解奇异位形。

综上所述,矢量推进机构工作空间的限制表达式如式(22)所示:

$$\begin{cases} 200\text{ mm} \leq L_i \leq 450\text{ mm}, \\ \theta_i = \arccos \frac{L_i \cdot \mathbf{n}_{T_i}}{|\mathbf{L}_i|} \leq 45^\circ \quad (i=1,2), \\ \beta \neq \arctan(-e/a), \\ \alpha \neq \arctan(e \cos \beta/a), \end{cases} \quad (22)$$

将矢量推进机构的动平台原点  $o$  相对于静坐标系的位置  $(e s_\alpha, -e c_\alpha s_\beta, e c_\alpha c_\beta)^T$  作为工作空间的参考点,经 MATLAB 计算并绘制三维图,得到如图 12 所示的 UPR-UPU-UR 矢量推进机构动平台的工作空间。动平台运动的工作空间的形状为球面的一部分,图 12(a) 表示其在  $O\text{-}XYZ$  三维视图,图 12(b) 表示其在  $XOZ$  平面投影视图,图 12(c) 表示其在  $YOZ$  平面投影视图,图 12(d) 表示其在  $XOY$  平面投影视图,图中可见,工作空间的形状关于  $X$  轴对称且关于  $Y$  轴对称。

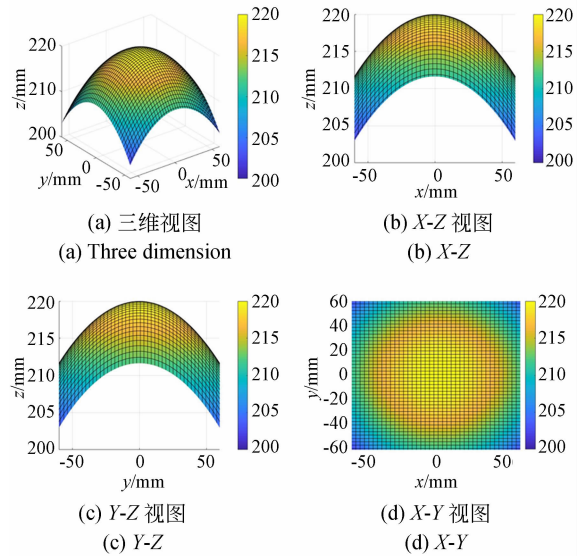


图 12 UPR-UPU-UR 矢量推进机构动平台工作空间  
Fig. 12 Workspace of moving platform for UPR-UPU-UR vector propulsion mechanism

在 UPR-UPU-UR 矢量推进机构中,在初始位置下,绕  $X$  轴旋转  $\beta$  角,后绕  $Y$  轴旋转  $\alpha$  角。当  $\beta$  的角度取值范围是  $[-45^\circ, 45^\circ]$ ,  $\alpha$  的角度取  $5^\circ$ ,矢量推进机构动平台的运动轨迹如图 13 所示。动平台上点  $o$  的运动轨迹是一条形似为抛物线的曲线,图 13(a) 表示其在  $O\text{-}XYZ$  三维视图,图 13(b) 表示其在  $XOZ$  平面投影视图,图 13(c) 表示其在  $YOZ$  平面投影视图,图 13(d) 表示其在  $XOY$  平面投影视图,图中可见,该运动轨迹是关于  $X$  轴对称。

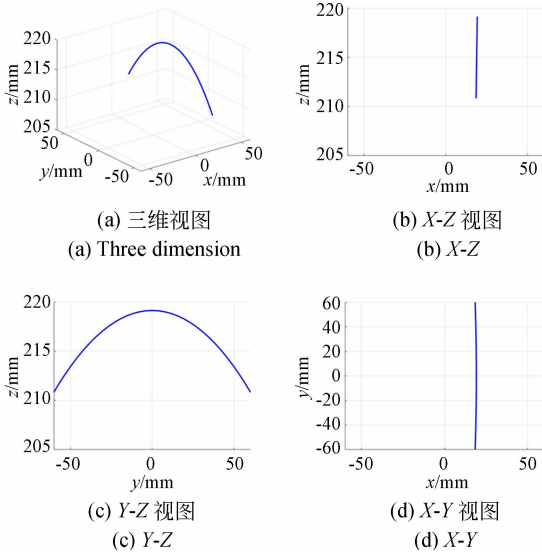


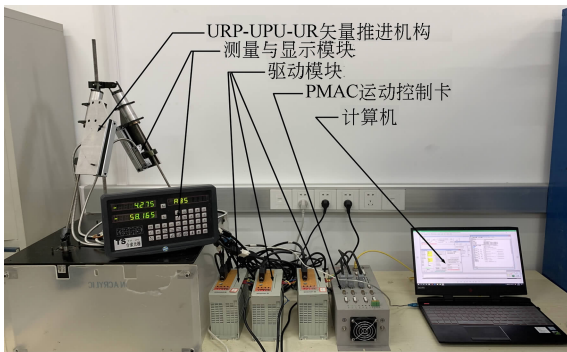
图 13 UPR-UPU-UR 矢量推进机构动平台运动轨迹  
 Fig. 13 Trajectory of moving platform for UPR-UPU-UR vector propulsion mechanism

### 4 实验验证

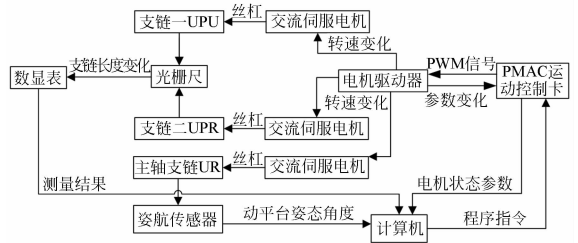
为了进一步验证矢量推进机构的矢量推进性能,搭建了如图 14(a)所示的 UPR-UPU-UR 矢量推进机构实验平台。实验平台主要由 UPR-UPU-UR 矢量推进机构、交流伺服电机驱动模块、传感模块和控制模块组成。传感模块由光栅尺、数显表和航姿传感器组成,其中:光栅尺测量两条支链的长度变化,分别传输至数显表和计算机的串口助手,实时准确读取矢量推进机构的两

条支链长度变化数据。利用航姿传感器测量矢量推进机构的动平台的俯角、仰角和转角的变化,并向计算机反馈动平台的位姿变化。如图 14(b)所示为 UPR-UPU-UR 矢量推进机构实验平台的控制原理图。图 14(c)所示为实验平台的人机交互界面,通过设置机械部分的运行参数和输入运行程序代码可以控制该矢量推进机构的运行情况,可以实时调整机构动平台的姿态。

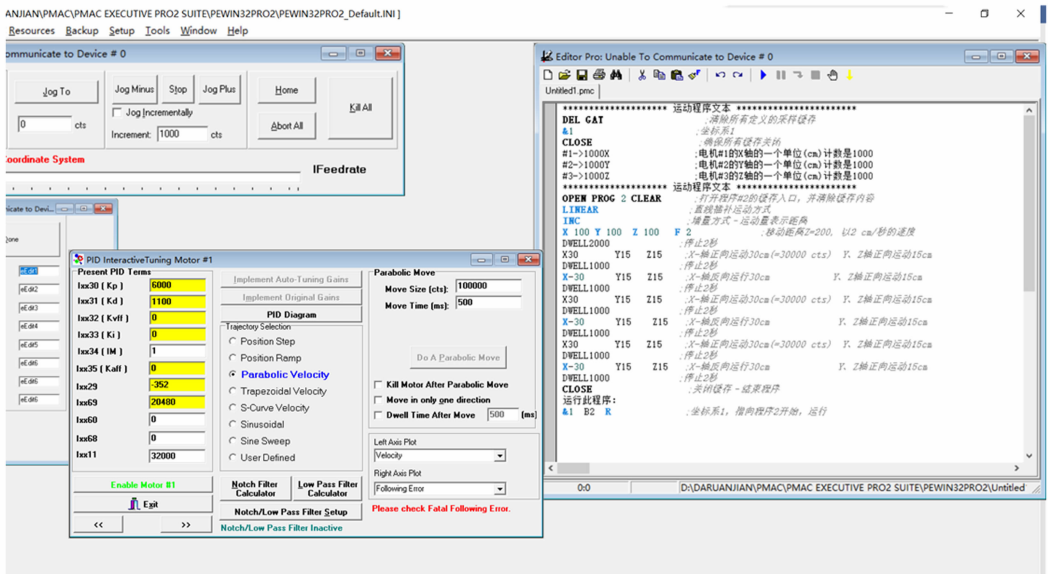
实验过程中,计算机向 PMAC 运动控制卡发送运动程序指令,通过协调控制三个电机以改变机构两条支链的长度,随即导致动平台的位姿发生变化。光栅尺记录两条支链长度数据值,航姿传感器测量动平台的位姿变化,便获得了一组由两支链长度值( $L_1, L_2$ )和位姿独立参数( $\alpha, \beta$ )组成的实验数据。为了验证 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的位置正解分析的正确性,依据 3.1 节中对动平台施加的驱动角度随时间的变化表达  $\alpha = 15\sin(\pi t/2)$  和  $\beta = 15\sin(\pi t/2)$ ,每隔 0.04 s 取得  $(t_i, \alpha_i)$  和  $(t_i, \beta_i)$  数据;对动平台施加的驱动角度的速度变化规律  $\dot{\alpha} = 7.5\pi\cos(\pi t/2)$  和  $\dot{\beta} = 7.5\pi\cos(\pi t/2)$ ,每隔 0.04 s 取得  $(t_i, \dot{\alpha}_i)$  和  $(t_i, \dot{\beta}_i)$  数据。总时间 12 s,共 300 组输入参数。进行实验并获得 300 组实验数据,根据数据绘制出图 15 和图 16。对比分析实验测试结果与理论仿真结果可以看出,由于各零部件之间的摩擦阻力以及各自的惯性力等影响,特别是移动副中的丝杠转动时存在一定的延迟滞后,导致 P 副在运动传动时有轻微的卡滞,因此,实验平台的两条支链长度变化曲线和速度随变化曲线的实验值与理论值存



(a) 实验平台整体结构  
 (a) Structure of the experimental platform



(b) 实验平台控制原理  
 (b) Control principle of experimental platform



(c) 实验平台人机交互界面  
 (c) Human-computer interface of experimental platform

图 14 UPR-UPU-UR 实验平台

Fig. 14 Experimental platform for UPR-UPU-UR

在一定误差,且最大误差为 5%。同时在实验中,该矢量推进机构动平台具有两个转动自由度,主轴支链 UR 在纵向平面内可以自由灵活地进行偏转来改变螺旋桨的推进力方向。实验结果证明 PSO 算法对该机构位置正解分析的正确性和有效性,该矢量推进机构的动平台可以多方向姿态摆动,能够为水下机器人的水下航行提供高效的矢量推进。

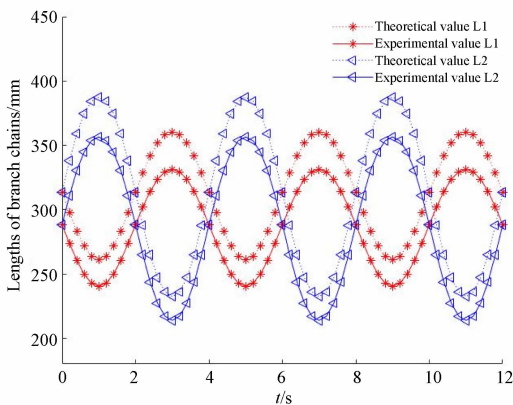


图 15 实验中支链长度变化

Fig. 15 Variation curve of the length of branch chains in the experiment

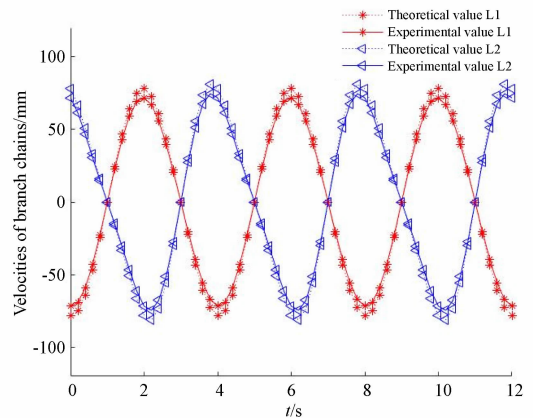


图 16 实验中支链速度随时间的变化

Fig. 16 Variation of the velocity of branch chains with time in the experiment

## 5 结论

根据水下机器人矢量推进的要求,首先,提出了一种 UPR-UPU-UR 矢量推进机构的设计方案。UPR-UPU-UR 矢量推进机构不仅能够为水下机器人提供向前的推进力,而且主轴支链在纵向平面内可以灵活地偏转来改变螺旋桨的推进方向,实现偏航、俯仰、横滚等多种运动模式。经过位置建模,推导出该机构的位置反解表达式,然

后,利用 PSO 算法验证了位置建模的正确性,各数值算例在动平台位姿绝对误差小于  $0.001^\circ$  下获得机构动平台的精确位姿。紧接着使用数值搜索法分析,矢量推进机构动平台的工作空间是一部分球面。构建了机构中静平台与动平台之间的速度映射关系,最后搭建了 UPR-UPU-UR 矢量

推进机构实验平台。经过数值仿真和实验验证表明,UPR-UPU-UR 矢量推进机构的实际推进性能与理论设计存在误差最大为 5%。UPR-UPU-UR 矢量推进机构灵活性高,工作空间大,可以在狭小空间内实现多方向姿态摆动,有助于水下机器人在复杂海洋环境胜任作业任务。

### 参考文献:

- [1] 谢源,谭力,瞿逢重. 矢量推进混合型水下运载器的概念设计研究[J]. 船舶工程,2015,37(8): 107-110.  
XIE Y, TAN L, ZHAI F ZH. Conceptual design of a new hybrid vectored thruster autonomous underwater vehicle[J]. *Ship Engineering*, 2015, 37(8): 107-110. (in Chinese)
- [2] LIN X H, GUO S X. Development of a spherical underwater robot equipped with multiple vectored water-jet-based thrusters[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2012, 67:307-321.
- [3] 马鹤,陈思博,吴金兵,等. 同轴结构球形液滴的尺寸效应和电场动力学[J]. 液晶与显示,2020,35(4):293-305.  
MA H, CHEN S B, WU J B, *et al.*. Size effect and electric field dynamics of spherical droplets in concentric configurations[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2020, 35(4):293-305. (in Chinese)
- [4] 高富东,潘存云,杨政,等. 多矢量推进水下飞行器 6 自由度非线性建模与分析[J]. 机械工程学报,2011,47(5):93-100.  
GAO F D, PAN C Y, YANG ZH, *et al.*. Nonlinear mathematics modeling and analysis of the vectored Thruster autonomous underwater vehicle in 6-DOF motions[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(5):93-100. (in Chinese)
- [5] GAO F D, PAN C Y, XU H J, *et al.*. Design and mechanical performance analysis of a new wheel propeller[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 24(5): 805-812.
- [6] 方世鹏. 水下矢量推进螺旋桨装置设计与研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2008.  
FANG SH P. *Research on Submarine Thrust-vectored Propulsion Device* [D]. Changsha: Graduate School of National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)
- [7] 侯家怡,刘可峰,常琦,等. 倾转螺旋桨潜器操控研  
究[J]. 造船技术,2015, (5):83-87.  
HOU J Y, LIU K F, CHANG Q, *et al.*. The manipulation on research on submarine with tilt rotor[J]. *Marine Technology*, 2015, (5):83-87. (in Chinese)
- [8] DENG X D, SONG X Y, JI J, *et al.*. Research on static thrust accurate measurement testing technology of vectoring nozzle[J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2018, 32(1):90-97.
- [9] ZHENG K S, ZHANG Z X, SHANG J Z, *et al.*. A hybrid propulsion method for underwater vehicle [C]. 2010 *International Conference on System Science, Engineering Design and Manufacturing Informatization, Yichang, China*, 2010: 285-288.
- [10] 郑昆山. 基于喷水矢量推进的水下机器人设计与研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2010.  
ZHENG K SH. *Design and Research on Vectorial Waterjet Propulsion Based Underwater Vehicle* [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)
- [11] 徐瀚,李静,陈原,等. 基于螺旋理论的水下机器人矢量推进球面并联机构的运动学建模[J]. 机器人,2016,38(6):738-745 + 753.  
XU H, LI J, CHEN Y, *et al.*. Kinematic modeling of spherical parallel manipulator with vectored thrust function for underwater robot based on screw theory[J]. *Robot*, 2016, 38(6):738-745 + 753. (in Chinese).
- [12] LI B, CHEN Y, ZHANG J F, *et al.*. Modeling and representation of a computer-aided conceptual design system[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2012, 26(11): 3515-3524.
- [13] CHEN Y, DENG Z Q, LI B. Dynamic multi-attribute decision making model based on triangular intuitionistic fuzzy numbers[J]. *Scientia Iranica*, 2011, 18(2): 268-274.
- [14] ROQUE S P, CECILIA E, GARCIA C, *et al.*. Experiences and results from designing and developing a 6 DoF underwater parallel robot[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2011, 59: 101-

- 112.
- [15] SALTAREN R, ARACIL R, CARDENAS P, *et al.*. Underwater Parallel Robot for oceanic measuring and observations-remo I: development and navigation control advances: OCEANS 2009-EUROPE, Bremen, Germany, 2009[C]. *Oceanic Engineering Society*.
- [16] 黄真,赵永生,赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京:高等教育出版社, 2014.  
HUANG ZH, ZHAO Y SH, ZHAO T SH. *Advanced Spatial Mechanism* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2014. (in Chinese)
- [17] 陈原,何淑垒,姜媛,等. 轮-腿复合式移动机器人球面并联腿机构的动力学模型[J]. 光学精密工程, 2019, 27(8):1800-1810.  
CHEN Y, HE SH L, JIANG Y, *et al.*. Dynamic model of spherical parallel mechanism for wheel-leg hybrid mobile robot [J]. *Opt. and Precision Eng.*, 2019, 27(8):1800-1810. (in Chinese)
- [18] 荣誉,金振抹,曲梦可. 六足步行机器人的并联机械腿设计[J]. 光学精密工程, 2012, 20(7):1532-1541.  
RONG Y, JIN ZH L, QU M K. Design of parallel mechanical leg of six-legged robot[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(7):1532-1541. (in Chinese)
- [19] 强红宾,薛大鹏,冯新宇,等. 基于无量纲化辨识雅可比矩阵选取测量位姿的 Stewart 并联机构运动学标定[J]. 光学精密工程, 2020, 28(7):1546-1557.  
QIANG H B, XUE D P, FENG X Y, *et al.*. Stewart parallel manipulator kinematic calibration based on the normalized identifications Jacobian choosing measurement configurations [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(7):1546-1557. (in Chinese)
- [20] 陈森,张氢,葛韵斐,等. 2UPR-RRU 并联机构及其运动学分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(6):1145-1152.  
CHEN M, ZHANG Q, GE Y F, *et al.*. 2UPR-RRU parallel mechanism and its kinematic analysis [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2019, 45(6):1145-1152. (in Chinese)
- [21] 侯珍秀,田中,庄廷,等. 基于 PSO 的三维薄壁管件支撑位置的定位方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2019, 40(8):1502-1508.  
HOU ZH X, TIAN SH, ZHUANG T, *et al.*. PSO-based positioning method for the optimization of the supporting position of 3D thin-walled pipe fittings[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2019, 40(8):1502-1508. (in Chinese)
- [22] 荆龙宾. 并联微定位平台结构优化及位姿检测系统研究[D]. 北京:中国航天科技集团公司第一研究院, 2017.  
JING L B. *The Research on the Structure Optimization and Position-Attitude Detection System* [D]. Beijing: The First Academy of China Aerospace Science and Technology Corporation, 2017. (in Chinese)
- [23] 高建设,李明祥,侯伯杰,等. 新型四足步行机器人串并混联腿的运动学分析[J]. 光学精密工程, 2015, 23(11):3147-3160.  
GAO J SH, LI M X, HOU B J, *et al.*. Kinematics analysis on the serial-parallel leg of a novel quadruped walking robot [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(11):3147-3160. (in Chinese)
- [24] 许允斗,王超,赵春霖,等. 2RPU/UPR+RP 五自由度混联机器人参数标定研究[J]. 光学精密工程, 2020, 28(1):119-129.  
XU Y D, WANG CH, ZHAO CH L, *et al.*. Parameter calibration of five-degree-of-freedom hybrid robot 2RPU/UPR+RP [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2020, 28(1):119-129. (in Chinese)
- [25] JOHN J CRAIG. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control, Third Edition* [M]. Beijing: China Machine Press. 2006.

## 作者简介:



杜晓强(1992—),男,山西大同人,现为山东大学(威海)在校研究生,2017年于太原理工大学获得学士学位,主要从事水下机器人机构学的研究。E-mail: dxqswy@163.com

## 通讯作者:



陈原(1976—),男,湖北黄冈人,博士,教授,2012年于哈尔滨工业大学获得博士学位,主要从事机器人机构学与控制研究。E-mail: cyzghysy@sdu.edu.cn