

基于噪声子空间矢量的OMP离格DOA估计

赵洋, 石屹然, 石要武

引用本文:

赵洋, 石屹然, 石要武. 基于噪声子空间矢量的OMP离格DOA估计[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(10): 2384–2391.

ZHAO Yang, SHI Yi-ran, SHI Yao-wu. DOA Estimation based on OMP modified by noise subspace vectors[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(10): 2384–2391.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/OPE.20202810.2384>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

用于声矢量阵列目标波达方向跟踪的粒子滤波算法

Particle filtering algorithm for DOA tracking with acoustic vector sensor array

光学精密工程. 2015, 23(10z): 605–612 <https://doi.org/10.3788/OPE.20152313.0606>

多快拍加权平滑 l_1 范数DOA估计

DOA estimation of weighted smoothed l_1 norm under multiple snapshots

光学精密工程. 2017, 25(10s): 167–173 <https://doi.org/10.3788/OPE.20172513.0167>

应用分数低阶循环相关估计单电磁矢量传感器的波达方向和极化参数

Estimation of DOA and polarization parameters for single electromagnetic vector sensor based on FLOCC

光学精密工程. 2016, 24(7): 1818–1826 <https://doi.org/10.3788/OPE.20162407.1818>

声矢量阵列波达方向估计的四元数空间稀疏分解

Quaternion sparse decomposition algorithm for DOA estimation with acoustic vector sensor array

光学精密工程. 2018, 26(3): 715–722 <https://doi.org/10.3788/OPE.20182603.0715>

应用人工蜂群算法的动态波达方向跟踪

DOA tracking of moving targets by artificial bee colony algorithm

光学精密工程. 2015, 23(3): 838–845 <https://doi.org/10.3788/OPE.20152303.0838>

文章编号 1004-924X(2020)10-2384-08

基于噪声子空间矢量的 OMP 离格 DOA 估计

赵 洋, 石屹然*, 石要武

(吉林大学 通信工程学院, 吉林 长春 130022)

摘要:稀疏恢复算法进行 DOA 估计时需要在角度空间进行网格化量化处理。针对该量化过程会引入的量化误差从而影响估计性能的问题, 本文通过导向矢量的一阶泰勒展开式将量化误差引入阵列输出的二阶矩模型。基于该模型设计了一种使用噪声子空间矢量进行修正的 OMP 算法对 DOA 和量化误差进行联合估计。新算法基于阵列协方差矩阵对于快拍数的依赖稍显敏感但是弥补了贪婪算法对 DOA 分辨力的不足并且不需要预知信源个数, 同时计算量对比现有的基于 l_p 范数约束的凸优化方法大大降低。仿真实验验证了所提算法的有效性。

关键词: DOA; OMP; 噪声子空间矢量; 阵列信号处理

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20202810.2384

DOA Estimation based on OMP modified by noise subspace vectors

ZHAO Yang, SHI Yi-ran*, SHI Yao-wu

(School of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)

* Corresponding author, E-mail: shiyiran@jlu.edu.cn

Abstract: The sparse recovery algorithm needs to perform grid quantization processing in the angle space when DOA estimation is performed. Aiming at the problem that the quantization error introduced by the quantization process affects the estimation performance, this paper introduced the quantization error into the second-order moment model of the array output through the first-order Taylor expansion of the steering vector. Based on this model, an OMP algorithm that used noise subspace vectors to modify was designed to jointly estimate DOA and quantization error. The new algorithm based on the array covariance matrix was slightly sensitive to the dependency on the number of snapshots, but it made up for the lack of DOA resolution of the greedy algorithm and did not require the number of sources to be predicted. At the same time, the amount of calculation was compared with the existing convex based on the L_p norm constraint. The optimization method was greatly reduced. Simulation experiments verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: Direction of Arrival(DOA); Orthogonal Matching Pursuit(OMP); noise subspace vector; array signal processing

1 引 言

波达方向(Direction of Arrival, DOA)定位和跟踪是自适应天线以及阵列信号处理的重要研究方向,其在网络通信、导航、射电天文、地震勘探、医疗诊断等领域都有深入的应用。DOA 估计的基本问题是通过设计算法对同时出在空间某区域内的多个目标信号的空间位置进行估计。近些年发展起来的稀疏表示理论的基本出发点是假设基函数在某变换域中是稀疏的,这点恰恰与 DOA 空域信号在整个空间区域内稀疏分布相契合,所以稀疏恢复算法正在被广泛用于阵列信号处理领域。

稀疏恢复算法为阵列信号处理提供了新的解决思路的同时也带来了网格量化误差问题。目前几乎所有稀疏表示测向算法^[1-5]中均假设 DOA 信号恰好落在预设网格上,基于此假设阵列信号模型可以通过对整个角度空间的网格化转化为在各个网格点上(on-grid)的线性稀疏重构模型。然而,真实的来波信号在角度空间内连续分布,依赖上述假设建立的稀疏重构模型与真实测向模型之间存在模型拟合误差。随着在整个空间域内划分的网格数的增加这个模型拟合误差在一定程度上会减少,然而由于离散网格数毕竟是有限的,所以此误差无法完全消除。并且增加网格数会带来大计算量的同时也会导致字典相邻原子间的相关性显著增加,这又与稀疏表示理论要求原子间满足有限等距条件(Restricted Isometry Property: RIP)相矛盾,进而对算法运算结果带来影响。

为了克服网格量化误差对测向的影响,研究者对离格(off-grid)信号场景进行了研究,通过阵列导向的一阶泰勒展开式将网格偏移量引入 DOA 估计的 off-grid 模型。文献[6]利用交替迭代优化思想解决压缩感知算法中的重构矩阵存在误差的问题,提出了稀疏全局最小二乘法。然而该算法性能受限于两个正则化参数的选择。文献[7]提出了一种类似基追踪去噪(Basis Pursuit DeNoising, BPDN)的算法对信号和网格量化误差进行联合求解。文献[8]研究了上述 off-grid 模型进行 DOA 估计中网格量化误差的理论下限。文献[9]针对 DOA 估计的 off-grid 模型提出了一种混合范数优化算法。上述文献均采用基于

$l_p, 0 \leq p \leq 1$ 范数约束的凸优化算法进行求解,而对信号 DOA 和网格量化误差进行联合估计是非凸问题,通常需要交替迭代多次求解凸优化问题,计算量较大且设置正则化参数缺乏统一的理论支撑。

以 OMP 算法为代表的贪婪算法因其具有计算量小、逻辑清晰、所需先验知识少等优点,被广泛用于稀疏恢复的各个领域。然而以往的文献中利用贪婪算法解决基于 off-grid 模型的 DOA 估计问题却鲜有报道。主要原因是这类方法在冗余字典原子间相关性较强时性能显著恶化^[10-11],如此会导致的低分辨率使得考虑网格量化误差变得没有意义。事实上由导向向量展开生成的冗余字典局部范围内原子间具有的强互相关性会导致大多数稀疏恢复算法在处理空间距离相近的一对信号时性能恶化。而贪婪算法通常恰以残差与原子的相关度大小作为判定该原子是否选入支撑集的判定标准,导致此类算法受到冗余字典原子互相关性的影响更为显著。文献[12]说明了贪婪算法无法分辨在同一波束内的多个方向信号。为了提高此类算法的分辨能力,文献[13-14]提出了多级树状匹配追踪模型,文献[15]采用适用与多块拍的场合的 DOA 估计匹配追踪算法(Multiple Measurement Vector, MMVOMP),文献[12,16-17]分别针对均匀线阵、均匀面阵和非均匀线阵提出基于字典原子扩维的聚焦 OMP(Focused OMP, FOMP)算法。但是以上算法以及其他 OMP 的衍生算法如 ROMP[18]CSMP[19]都没从根本上降低此类算法对冗余字典原子间互相关性的依赖性,从而无法真正改善在其用于 DOA 估计时超分辨能力不足的问题。此时只能依靠增大阵列孔径来提高分辨率,而实际应用中很多特殊场合对阵列孔径的大小有严格限制,如机载雷达。本文从支撑集判定规则角度对此类算法进行修正,设计改进算法以满足分辨率要求,同时考虑了网格量化所带来的误差影响。

2 数学模型

考虑 M 个阵元构成的均匀线形阵列如图 1 所示,阵元间距 d 等于半波长,接收 K 个互不相关的远场窄带信号的阵列输出为:

$$X(t) = A(\theta)s(t) + e(t), \quad (1)$$

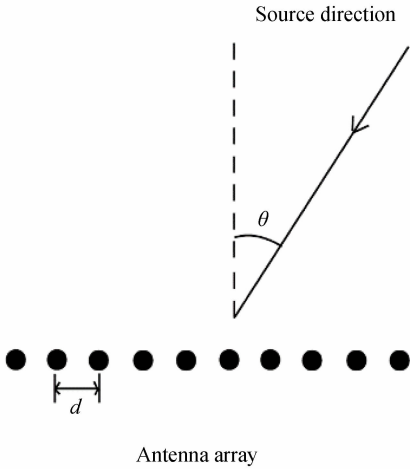


图 1 10 个阵元构成的均匀线形阵列

Fig. 1 Uniform linear array composed of ten elements

其中: $e(t)$ 为高斯白噪声。根据阵列信号模型, 当阵列接收到足够快拍数时, 有阵列输出数据可以得到协方差矩阵为:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H(\theta) + \sigma\mathbf{I}_M, \quad (2)$$

其中: $E[\cdot]$ 表示求期望, 上标 \mathbf{H} 表示求共轭转置, \mathbf{R}_s 表示信号 \mathbf{S} 的协方差矩阵。当入射信号互不相关时 \mathbf{R}_s 为对角矩阵, 对角线元素分别为 $\{p_1, \dots, p_K\}$, p_k 为第 k 个人射信号的功率。此时对(1)进行向量化操作得到:

$$\mathbf{r} = (\mathbf{A}^*(\theta) \odot \mathbf{A}(\theta))\mathbf{p} = \Phi(\theta)\mathbf{p}, \quad (3)$$

其中: $\mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{R} - \sigma\mathbf{I}_M)$, $\Phi(\theta) \triangleq (\mathbf{A}^*(\theta) \odot \mathbf{A}(\theta))$, $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_K]^T$, \odot 表示 Khatri-Rao 积。通过在全角度域 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 按照步长 l 设置 \bar{N} 个网格划分窗口 $\gamma = \{\gamma_{n_1}, \gamma_{n_2}, \dots, \gamma_{n_{\bar{N}}}\}$ 将式(3)网格化处理得到:

$$\mathbf{r} = \Phi(\gamma)\bar{\mathbf{p}}, \quad (4)$$

其中, $\bar{\mathbf{p}} \in \mathbf{R}^{\bar{N} \times 1}$ 为稀疏矢量, 只有当网格 γ 对应角度与入射信号方向相同时等于该信号功率。On-grid 信号模型假设入射信号方向始终落在预设网格上, 即: $\theta \in \gamma$ 。而当允许非理想情况发生时, 显然无论网格怎样划分都可能发生预设网格不再包含入射信号集合的情况。当入射信号恰好落在网格之间时, 记 γ_{n_k} 为与信号 θ_k 最接近的网格, 此时存在网格误差: $\varphi_k = \theta_k - \gamma_{n_k}$ 。显然该误差大小由网格设置的步长 l 决定: $-0.5l \leq \varphi_k \leq 0.5l$ 。则此时根据一阶泰勒展开式 θ_k 对应的字典原子矢量可以表示为:

$$\Phi(\theta_k) = \Phi(\gamma_{n_k}) + \varphi_k \frac{\partial \Phi(\gamma)}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_{n_k}}. \quad (5)$$

记 $\mathbf{\Gamma} = \left[\frac{\partial \Phi(\gamma)}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_{n_1}}, \dots, \frac{\partial \Phi(\gamma)}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_{n_{\bar{N}}}} \right]$, $\mathbf{\Delta} = \text{diag}(\varphi_1, \dots, \varphi_{\bar{N}})$ 则根据模型(4)可以得到对应的 off-grid 条件下的信号模型:

$$\mathbf{r} = [\Phi(\gamma) + \mathbf{\Gamma}(\gamma)\mathbf{\Delta}]\bar{\mathbf{p}}, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{\Delta}$ 称为模型的量化误差矩阵, 当 $\mathbf{\Delta} = 0$ 时, 模型(6)和模型(4)等价, 此时所有入射信号恰好落在预设网格上。显然模型(6)考虑到了离格情况的发生, 对比模型(4), 模型(6)与真实信号模型吻合度更高。

信号协方差矩阵 \mathbf{R} 理论上需要无穷快拍才能精确计算, 现实系统中只能通过有限的 L 次采样计算 \mathbf{R} 的估计值:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \mathbf{X}\mathbf{X}^H. \quad (7)$$

使用 $\hat{\mathbf{R}}$ 来估计向量化的协方差矢量 $\bar{\mathbf{r}}$ 通常还需要确定噪声功率 σ , 由于本文设计算法应用于信源数 $K <$ 阵元数 M 的大快拍数场景, 所以噪声功率可以通过求解协方差矩阵的最小奇异值确定[1]。即: $\bar{\mathbf{r}} = \text{vec}(\hat{\mathbf{R}} - \lambda_{\min}(\hat{\mathbf{R}})\mathbf{I}_M)$, 同时获得的还有与 $\lambda_{\min}(\hat{\mathbf{R}})$ 对应的特征向量 $e_{\lambda_{\min}}(\hat{\mathbf{R}})$ 。显然向量 $e_{\lambda_{\min}}(\hat{\mathbf{R}})$ 应该位于噪声子空间, 则: $e_{\lambda_{\min}}^H(\hat{\mathbf{R}})\mathbf{a}(\theta_k) = 0$ 。依照 Khatri-Rao 积定义, 若构造噪声子空间向量 $\mathbf{v} = e_{\lambda_{\min}}^*(\hat{\mathbf{R}}) \odot e_{\lambda_{\min}}(\hat{\mathbf{R}})$ 则有:

$$\mathbf{v}^H \Phi(\theta_k) = 0. \quad (8)$$

依照式(8)对 OMP 算法支撑集提取规则进行修正, 打破对原子间的互相关度的单一依赖。

3 算法实现

模型(6)中存在双线性变量 $\mathbf{\Delta}\bar{\mathbf{p}}$, 因此模型(6)非凸, 难以获得全局最优解。求解此类问题一般采取变量交替迭代的方法。本文在 OMP 方法框架下利用 $\bar{\mathbf{p}}$ 和 $\mathbf{\Delta}$ 两步交替更新对模型(6)进行求解。第一步保持 $\mathbf{\Delta} = 0$, 更新 $\bar{\mathbf{p}}$:

$$\mathbf{p}_k = \underset{\mathbf{p}}{\text{argmin}} \|\mathbf{r} - \Phi(\gamma)\bar{\mathbf{p}}\|_2, \quad s. t. \|\mathbf{p}\|_0 < K. \quad (9)$$

第二步保持 \mathbf{p} 不变, 更新 $\mathbf{\Delta}$:

$$\varphi_k = \underset{\varphi}{\text{argmin}} \|\mathbf{r} - \Phi(\gamma)\mathbf{p}_k - \mathbf{\Gamma}(\gamma)\mathbf{\Delta}\bar{\mathbf{p}}_k\|_2, \quad (10)$$

其中 $\mathbf{\Delta} = \text{diag}(\varphi_1, \dots, \varphi_K)$ 。将上述思想嵌入 OMP 算法框架, 同时利用(8)对其进行修正得到

噪声子空间矢量离格 OMP(NSVOGOMP)算法过程如下:

第 k 次更新 $\bar{\mathbf{p}}$ 过程:

$$n_k = \arg \max_{j=1,2,\dots,N} \left\{ \frac{|\mathbf{r}_{k-1}^T \Phi(\gamma_j)|}{|\mathbf{v}^H \Phi(\gamma_j)|} \right\}. \quad (11)$$

更新向量 $\bar{\mathbf{p}}_k$ 的第 n_k 个元素 $\bar{\mathbf{p}}_{n_k}^k = |\mathbf{r}_{k-1}^T \Phi(\gamma_{n_k})|$.

第 k 次更新 Δ 过程:将更新 $\bar{\mathbf{p}}$ 过程循环得到的 $\Phi(\gamma_{n_k})$, $\bar{\mathbf{p}}_k$ 代入式(10)并通过普通最小二乘法来计算量化误差矩阵:

$$\begin{aligned} L(\Delta_k) = & \| (\mathbf{r}_{k-1} - \Phi(\gamma_{n_k}) \bar{\mathbf{p}}_k) - \Gamma(\gamma_{n_k}) \Delta_k \bar{\mathbf{p}}_k \|^2 = \\ & (\mathbf{r}_{k-1} - \Phi(\gamma_{n_k}) \bar{\mathbf{p}}_k)^H (\mathbf{r}_{k-1} - \Phi(\gamma_{n_k}) \bar{\mathbf{p}}_k) + \\ & \bar{\mathbf{p}}_k^H \Delta_k \Gamma^H(\gamma_{n_k}) \Gamma(\gamma_{n_k}) \Delta_k \bar{\mathbf{p}}_k - \\ & 2\Re\{(\mathbf{r}_{k-1} - \Phi(\gamma_{n_k}) \bar{\mathbf{p}}_k)^H \Gamma(\gamma_{n_k}) \Delta_k \bar{\mathbf{p}}_k\}. \quad (12) \end{aligned}$$

令 $\partial L(\Delta_k) / \partial \Delta_k = 0$ 可以得到 Δ_k 的对角线上的第 n_k 个元素更新为:

$$\varphi_{n_k}^k = \Re\{\mathbf{D}^{-1} \mathbf{h}\}, \quad (13)$$

其中: $\mathbf{D} = (\Gamma^H(\gamma_{n_k}) \Gamma(\gamma_{n_k}) \circ (\bar{\mathbf{p}}_k \bar{\mathbf{p}}_k^H)^*)$, $\mathbf{h} = \text{diag}[\bar{\mathbf{p}}_k (\mathbf{r}_{k-1} - \Phi(\gamma_{n_k}) \bar{\mathbf{p}}_k)^H \Gamma(\gamma_{n_k})]^T$, 其中“ \circ ”表示 Hadamard 积,为了增加 $\varphi_{n_k}^k$ 的计算结果的合理性需要利用步长 l 对其进行饱和化处理:

$$\varphi_{n_k}^k = \begin{cases} -0.5l, & \varphi_{n_k}^k < -0.5l \\ \varphi_{n_k}^k, & \text{otherwise} \\ 0.5l, & \varphi_{n_k}^k > 0.5l \end{cases}. \quad (14)$$

具体算法流程如下:

初始化:初始残差 $\bar{\mathbf{r}}_0 = \text{vec}(\hat{\mathbf{R}} - \lambda_{\min}(\hat{\mathbf{R}}) \mathbf{I}_M)$,

初始支撑集 $\Psi_0 = 0$

该算法的优点是无需已知信号源个数。

第 k 次迭代:

Step1 利用式(11)确定支撑集序号 n_k 和对应的原子 $\Phi(\gamma_{n_k})$;

Step2:利用上一步得到的 $\Phi(\gamma_{n_k})$ 和 $\Gamma(\gamma_{n_k})$ 通过(13)求 $\varphi_{n_k}^k$;

Step3:计算 $|\mathbf{v}^H \Phi(\gamma_{n_k})|$ 和 $|\mathbf{v}^H (\Phi(\gamma_{n_k}) + \Gamma(\gamma_{n_k}) \Delta_k)|$;

Step4:如果 $|\mathbf{v}^H \Phi(\gamma_{n_k})| \geq |\mathbf{v}^H (\Phi(\gamma_{n_k}) + \Gamma(\gamma_{n_k}) \Delta_k)|$ 则:

$\bar{\theta}_k = \gamma_{n_k} + \varphi_{n_k}^k$, $\Psi_k = [\Psi_{k-1}, (\Phi(\gamma_{n_k}) + \Gamma(\gamma_{n_k}) \Delta_k)]$;

Step5:如果 $|\mathbf{v}^H \Phi(\gamma_{n_k})| < |\mathbf{v}^H (\Phi(\gamma_{n_k}) + \Gamma(\gamma_{n_k}) \Delta_k)|$ 则:

$$\bar{\theta}_k = \gamma_{n_k}, \Psi_k = [\Psi_{k-1}, \Phi(\gamma_{n_k})];$$

Step6:更新残差: $\mathbf{r}_k = \mathbf{r}_0 - \Psi_k^{\dagger} \Psi_k \mathbf{r}_0$, 其中 Ψ_k^{\dagger} 是 Ψ_k 的伪逆。

Step7:如果 $\frac{\int r_k^2(\theta) d\theta}{\int r_0^2(\theta) d\theta} < \delta$ 则返回 Step1, 迭代次数增加 1, 否则算法结束。其中 δ 为停止条件量。

4 仿真实验

本节主要评估文中 NSVOGOMP 算法的 DOA 估计性能,仿真实验基于 10 阵元以相邻阵元间距半波长排列构成的均匀线形阵列为基础围绕验证算法估计的精度与方向分辨能力展开。在实际应用中本文所提算法适用于任意几何结构阵列。实验中要求信号的 DOA 在角度域以内但是允许落在预设网格以外的任意情况发生。

4.1 实验一:验证支撑集判定规则

实验一用来验证本文提出算法的支撑集判定规则是否可以分辨出空间距离较近的一对 DOA 信号。设空间中有一对间隔 $BW/2 = 7.5^\circ$ 的窄带不相关信号源 $\theta_{11} = 10^\circ, \theta_{12} = 17.5^\circ$, $SNR_{1,2} = 10$ dB,快拍数 $L = 100$ 。考察算法初次迭代时初始残差 \mathbf{r}_0 在字典矩阵各个原子上的投影大小: $\mathbf{P}(\theta) = |\mathbf{r}_0^H \bar{\mathbf{D}}(\theta)|$, 其中 $\bar{\mathbf{D}}(\theta)$ 表示冗余字典。实验结果与其文献[15]中的 MMVOMP 以及文献[12]中的 FOMP 算法在相同参数设置条件下进行比较。本文中算法对应的 $P(\theta)$ 由式(11)计算。为了方便在同一张图中进行比较对计算结果进行了归一化处理。从图 1 中可以观察到本文所提算法从字典原子的投影中可以准确确定峰值位置, FOMP 算法峰值位置不容本文所提算法的位置明确,一旦信噪比降低或者两个角度更加靠近时容易出现错估,进而通过残差影响下次迭代结果。而对于 MMVOMP 算法而言,本次循环只能找到一个位于这对角度之间的某一个角度,说明它无法分辨这两个角度。

4.2 实验二: NSVOGOMP 算法的 DOA 估计性能

实验二验证了 NSVOGOMP 算法的 DOA 估计性能。对于 10 阵元的 ULA 阵列,波束宽度 $BW \approx 15^\circ$,信噪比 $SNR_{1,2,3,4} = 10$ dB,设角度域内存在 2 对 $K = 4$ 个互不相关的远场窄带邻近信

号: $\theta_{11} = 20^\circ, \theta_{12} = 25^\circ$ 和 $\theta_{21} = -35^\circ, \theta_{22} = -40^\circ$ 。实验结果与实验一中算法在相同参数设置条件下进行比较。网格设置在 $-90^\circ \sim 90^\circ$, 网格设置步长 l 为 1° 。图 2 显示了三种算法在快拍数为 $L = 100$ 次时的归一化空间谱。

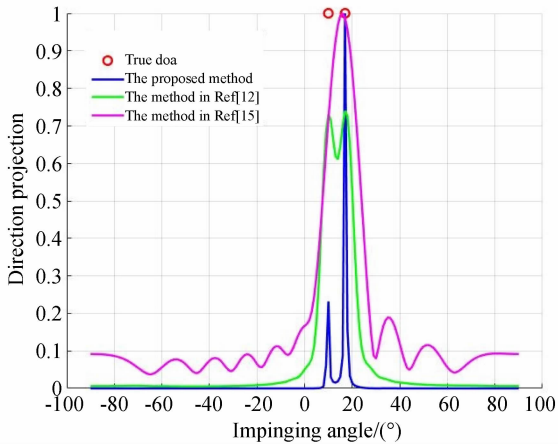


图 2 初始残差在字典原子方向上的投影

Fig. 2 Projection of initial residuals in dictionary atomic direction

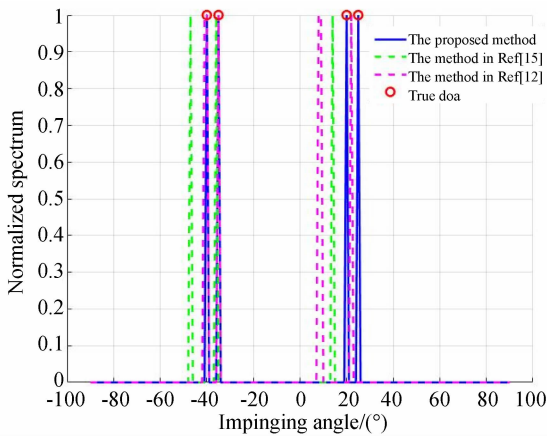


图 3 三种 OMP 类算法的归一化空间谱

Fig. 3 Normalized spatial spectrum of three OMP algorithms

为了方便进行比较,需要将三种 OMP 算法的停止条件进行统一,由于不同算法的残差衰减速度不同这里统一设置每种 OMP 算法迭代次数等于信号源个数。且由于另外两种算法都是直接定义在阵列输出 $X(t)$ 上的,且 FOMP 算法的字典中原子维数又与其他两种算法不同,导致空间谱幅值差异较大,为了方便观察本实验对所有空

间谱幅度均进行归一化处理。图 1 中可以看到本文所提出算法对处理互相临近的 DOA 信号对比其他两种算法存在优势,在快拍数满足一定数量的时候可以很好的估计出波束宽度以内的一对信号源位置。

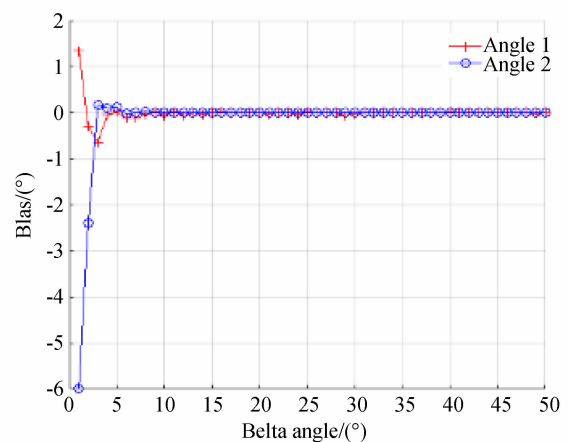
4.3 实验三:分离角度偏差实验

实验三为了研究算法进行 DOA 估计的空间角度分辨能力,本文重复文献[1]中的分离角实验。将实验二中的三种算法与 Root-MUSIC 算法在相同参数设置条件下进行比较。设有一对等功率信号: $\theta_{11} = -50^\circ, \theta_{12} = -50^\circ + \delta^\circ$, 其中 δ 以 1° 间隔从 1° 增加到 50° , 每变化一次生成一对信号, 每对信号进行 100 次蒙特卡洛实验, 设置信噪比 $SNR_{1,2} = 0$ dB, 快拍数 $L = 500$ 考察算法对每一对角度估计的偏差:

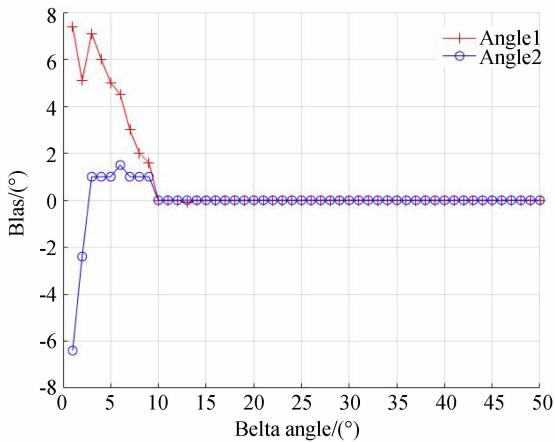
$$Bias(\theta_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\hat{\theta}_k^n - \theta_k), k = 1, 2, \quad (15)$$

其中: N 表示蒙特卡洛实验的次数, $\theta_k, \hat{\theta}_k^n$ 分别表示第 k 个信号的 DOA 真值和第 k 个信号在第 n 次蒙特卡洛实验的估计值。

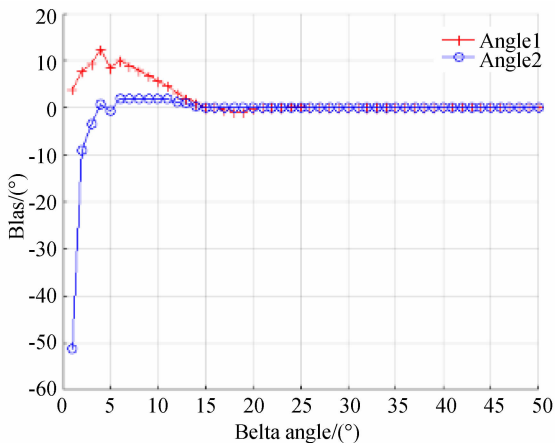
从图 4 可以看到本文所提算法的分辨能力仅次于 Root-MUSIC 而优于其他两种 OMP 算法。MMVOMP 算法很好的利用了多块拍信息,但是无法分辨一个波束宽度 ($BW = 15^\circ$) 内的两个信号。利用噪声子空间矢量修正支撑集提取标准为本文算法带来了分辨率上优越性。优于 Root-MUSIC 使用了全部噪声子空间矢量所以分辨率更高,但是该算法必须依赖于噪声子空间的正确划分,也就是必须假定已知信源个数。



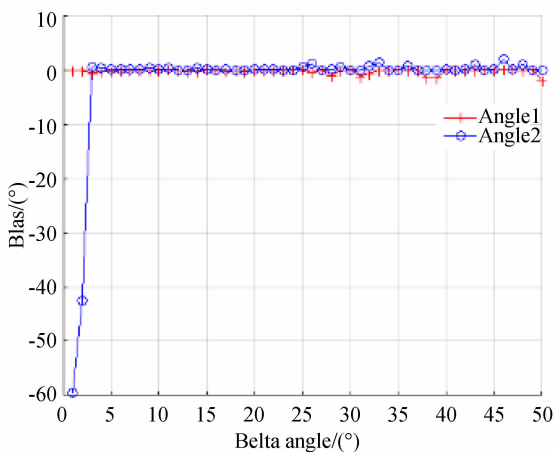
(a) Proposed algorithm



(b) Literature [12] algorithm



(c) Literature [15] algorithm



(d) Root-MUSIC

图 4 分离角偏差实验

Fig. 4 Separation angle deviation experiment

4.4 实验四:均方根误差实验

估值值与真实值之间的均方根误差 (Root Mean Square Error; RMSE) 是用来评价算法性能的重要指标。实验四设定在小快拍 $L = 50$ 场景存在一组空间分布距离较近的远场窄带目标源 $\theta_{11} = 20^\circ, \theta_{12} = 25^\circ, \theta_{13} = 30^\circ$, 在不同信噪比下使用文献[7]的 FOMP 算法、文献[12]算法、Root-MUSIC 算法以及本文算法进行 DOA 估计, 所产生的 RMSE 定义为:

$$RMSE(\theta_k) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (|\hat{\theta}_k^n - \theta_k|^2)}, k = 1, 2, 3, \tag{16}$$

其中: N 表示蒙特卡洛实验的次数, $\theta_k, \hat{\theta}_k^n$ 分别表示第 k 个信号的 DOA 真值和第 k 个信号在第 n 次蒙特卡洛实验的估计值, 网格设置步长 l 为 1° 。实验结果与克拉美·罗界 (Cramér-Rao Lower Bound, CRLB) 进行比较。

从图 5 中可以看到, 快拍数的不足会严重影响到子空间算法, 如 Root-MUSIC 算法的性能, 然而却不会对本文所提算法产生明显的影响, 这主要得益于 OMP 算法的框架。FOMP 算法虽然通过扩大字典维数改善了分辨率性能, 但是没有从根本上降低冗余字典列间的互相关性, 所以在实验条件下得不到无偏估计。本文所以算法在低信噪比时表现略差于其他算法, 但是由于本文中基于 OMP 算法框架的 NSVOGOMP 算法不需要进行 $l_p, 0 \leq p \leq 1$ 范数约束的优化求解, 存在明显的计算量和实时性优势。

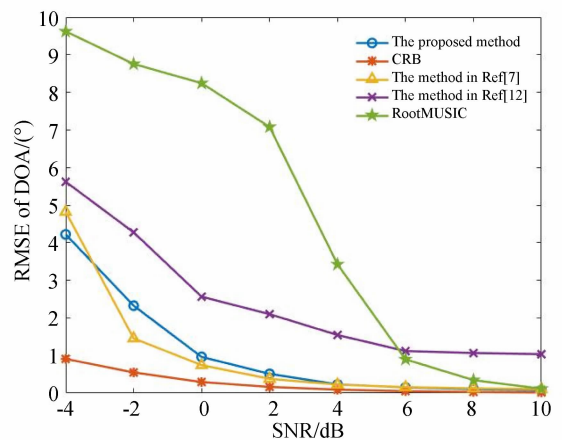


图 5 几种算法的 RMSE

Fig. 5 RMSE of several algorithms

5 结 论

本文从阵列输出协方差矩阵出发,考虑到 DOA 角度偏离预设网格时产生的量化误差。在 OMP 算法框架下设计内部迭代过程对稀疏信号和其相应的量化误差进行联合估计。通过协方差矩阵的最小特征值对应的特征向量构造噪声子空

间向量,利用它一方面修正了 OMP 算法选择支撑集的判定标准,另一方面也对离格误差的估计结果进行判别。与子空间类算法相比,本文所提算法所需快拍数较少且无需预知信源个数;与一般贪婪类算法相比,本文所提算法大幅提高了对空间信号源方向的分辨能力;与 $l_p, 0 \leq p \leq 1$ 范数优化类算法相比,本文所提算法无需设置正则化参数且计算量较小。

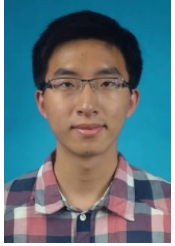
参考文献:

- [1] YIN J, CHEN T. Direction-of-arrival estimation using a sparse representation of array covariance vectors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(9):4489-4493.
- [2] LIU ZH M, HUANG ZH T, ZHOU Y YU, et al.. Array signal processing via sparsity-inducing representation of the array covariance matrix[J]. *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, 2013, 49(3):1710-1724.
- [3] 赵洋, 李新波, 石要武. 声矢量阵列波达方向估计的四元数空间稀疏分解[J]. *光学 精密工程*, 2018, 26(3):715-722.
- [4] LIU ZH M, HUANG ZH T, ZHOU Y YU, et al.. Sparsity-inducing direction finding for narrow-band and wideband signals based on array covariance vectors[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2013, 12(8):3896-3907.
- [5] LIU ZH M, HUANG ZH T, ZHOU Y YU. Direction-of-arrival estimation of wideband signals via covariance matrix sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(9):4256-4270.
- [6] ZHU H, LEUS G, GIANNAKIS G B. Sparsity-cognizant total least-squares for perturbed compressive sampling [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(5):2002-2016.
- [7] YANG Z, ZHANG C, XIE L. Robustly stable signal recovery in compressed sensing with structured matrix perturbation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(9):4658-4671.
- [8] JAGANNATH R, HARI K V S. Block sparse estimator for grid matching in single snapshot DoA estimation [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, 20(11):1038-1041.
- [9] TAN Z, YANG P, NEHORAI A. Joint sparse recovery method for compressed sensing with structured dictionary mismatches [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(19):4997-5008.
- [10] DAVENPORT M A, WAKIN M B. Analysis of orthogonal matching pursuit using the restricted isometry property[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(9):4395-4401.
- [11] ZHANG T. Sparse recovery with orthogonal matching pursuit under RIP[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(9):6215-6221.
- [12] DEGHANI M, AGHABABAIYAN K. FOMP algorithm for direction of arrival estimation [J]. *Physical Communication*, 2017, 26:170-174.
- [13] KARABULUT G Z, KURT T, YONGAÇOĞLU A. Estimation of directions of arrival by matching pursuit (EDAMP) [J]. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2005, 28(4):197-205, 2005.
- [14] COTTER, SHANE. Multiple snapshot matching pursuit for direction of arrival (DOA) estimation [C]. *15th European Signal Processing Conference, Poznan*, 2007: 247-251
- [15] CHEN J, HUO X. Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(12):4634-4643.
- [16] AGHABABAIYAN K, ZEFREH R G, SHAH-MANSOURI V. 3D-OMP and 3D-FOMP algorithms for DOA estimation[J]. *Physical Communication*, 2018, 31(12):87-95.
- [17] AGHABABAIYAN K, SHAH-MANSOURI V, MAHAM B. High-Precision OMP-based direction of arrival estimation scheme for hybrid non-uniform array[J]. *IEEE Communications Letters*, 2019, (99):1-1.
- [18] NEEDELL D, VERSHYNIN R. Signal Recovery

From Incomplete and Inaccurate Measurements Via Regularized Orthogonal Matching Pursuit [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2):310-316.

[19] NEEDELL, J A TROPP. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, 2009, 26(3):301-321.

作者简介:



赵 洋(1986—),男,吉林长春人,博士研究生,2009 年于吉林大学获得学士学位,2012 年于吉林大学硕转博直接攻读博士学位,主要从事阵列信号处理,信号检测及压缩感知理论研究。E-mail:zhaoyang_yes@163.com

(本栏目编辑:秦 思)