

近地小行星基本物理性质的测光研究

王晓彬, 黄佳宁, 王翱, 刘怡思

引用本文:

王晓彬, 黄佳宁, 王翱, 等. 近地小行星基本物理性质的测光研究[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(11): 2549–2562.

WANG Xiao-bin, HUANG Jia-ning, WANG Ao, et al. Photometry studies of physical properties for Near–Earth asteroids[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(11): 2549–2562.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/OPE.20202811.2549>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

地球公转轨道危地小行星天基光学监测仿真研究

Study on observation simulation for space–based potentially hazardous asteroids warning mission on Earth trailing heliocentric orbit

光学精密工程. 2020, 28(11): 2563–2571 <https://doi.org/10.37188/OPE.20202811.2563>

基于涨落分析的暗弱运动目标关联检测

Dim moving target detection based on fluctuation analysis

光学精密工程. 2020, 28(11): 2517–2526 <https://doi.org/10.37188/OPE.20202811.2517>

小行星光学导航敏感器技术发展趋势

Development trend of optical navigation sensor technology for asteroid exploration

光学精密工程. 2017, 25(12z): 1–17 <https://doi.org/10.37188/OPE.20172514.0001>

基于GPU的小行星光学观测图像实时处理

A method of real–time data reduction of asteroid optical observation image based on GPU

光学精密工程. 2020, 28(11): 2527–2534 <https://doi.org/10.37188/OPE.20202811.2527>

光度数据反演临近空间低速点目标形状尺寸信息

Inversion of low dynamic vehicle shape and dimension information using non–resolved photometric data in near space

光学精密工程. 2017, 25(7): 1738–1747 <https://doi.org/10.37188/OPE.20172507.1738>

文章编号 1004-924X(2020)11-2549-14

近地小行星基本物理性质的测光研究

王晓彬^{1,2,3*}, 黄佳宁^{1,2,3}, 王 翱⁴, 刘怡思^{1,2,3}

(1. 中国科学院 云南天文台, 云南 昆明 650216;

2. 中国科学院大学 空间科学学院, 北京 100049;

3. 中国科学院 天体结构与演化重点实验室, 云南 昆明 650216;

4. 玉溪师范学院, 云南 玉溪 653100)

摘要:暗弱的近地小行星一方面存在碰撞地球威胁,另一方面,也正因为它是离我们人类最近的自然天体,成为人们研究太阳系行星和小天体起源和演化以及未来人类所需矿物质补充采取的目标。但是,利用地面望远镜,很难直接“看到”近地小行星大小和形状,对其质量和内部结构的测量就更困难。目前,人们多是利用小行星光度的测量值及其时序变化开展小行星形状、自转参数及物质组成的反演研究。本文选取适用于无大气天体表面的散射律,假设从简到繁的小天体形状(三轴椭球—Cellinoid 椭球—凸面体),开展了包括近地小行星在内的小行星基本物理参数的反演研究。应用蒙特卡洛方法,实现了小行星凸面体反演参量(形状、自转轴指向、自转速率以及表面散射参数)的不确定性评估。利用 Lommel-Seeliger 椭球模型,分析了阿波罗型近地小行星(155140)2005UD 的形状、自转轴及自转周期以及相位函数参数的测定;利用 Cellinoid 椭球体模型,实现了小行星(106)Dione 的测光数据分析;利用凸面体模型,对小行星(103)Hera 及(345)Hermentaria 的测光数据进行了反演分析。针对观测数据少,且存在对地球碰撞威胁的近地小行星,可采用参数较少的 Lommel-Seeliger 椭球体光度模型,快速得到小行星的三维大小及自转参数的粗略估算。增加了 3 个形状参数 Cellinoid 椭球体模型可以提高对具有不对称峰值光变曲线的拟合。小行星凸面体模型对小行星光变曲线的拟合最好。新建立的凸面体模型加蒙特卡洛算法,实现了小行星凸面体模型中待测参数的最佳解及其不确定性的估算。

关键词:近地小行星;测光观测;光度模型;形状;自转参数;表面散射性质

中图分类号:TP394.1;TH691.9 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/OPE.20202811.2549

Photometry studies of physical properties for Near-Earth asteroids

WANG Xiao-bin^{1,2,3*}, HUANG Jia-ning^{1,2,3}, WANG Ao⁴, LIU Yi-si^{1,2,3}

(1. Yunnan Observatories, Chinese Academy of Sciences, Kunming 650216, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

3. Key Laboratory for the Structure and Evolution of Celestial Objects,
Chinese Academy of Sciences, Kunming 650216, China;

4. Yuxi Normal College, Yuxi 653100, China)

* Corresponding author, E-mail: wangxb@ynao.ac.cn

Abstract: Near-Earth asteroids (NEAs), orbiting around the sun in the proximal space of the Earth, and they have become crucial for two reasons. Some of them, identified as potentially hazardous asteroids, pose the danger of collision with the Earth. They are adopted as the targets for

收稿日期:2020-03-31;修订日期:2020-05-08.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 11073051, No. 11673063)

investigating the origin of the planets and small bodies of the solar system, and for sampling and mining in future space missions. However, we could not “see” them in detail directly, even with the aid of the largest ground-based telescopes, owing to their small size. Hence, it is difficult to determine the size and shape of NEAs and more challenge to determine their mass and internal structure. Currently, some inversion techniques are applied to determine the basic physical properties (spin parameters, size, shape, scattering parameters, and composition) of asteroids. Among these techniques, the photometry inversion method is widespread used, by which the spin parameters, shape, and scattering parameters of asteroids are subtracted from the photometric data of asteroids. Assuming certain an experimental scattering law and certain a shape model a series of brightness models of asteroids, and the models were used to inverse the spin parameters, shape, and scattering parameters of asteroids using the least-square and/or Markov chain Monte Carlo approaches. We used the Lommel-Seeliger ellipsoid model to estimate the physical parameters of the near-Earth asteroid (155140) 2005 UD based on its photometric data. Further, the photometric data of (106) Dione were analyzed using the Cellinoid shape model. Based on the convex shape model, we analyzed the photometric data of (103) Hera and (346) Hermentaria. Furthermore, a hierarchical analysis platform was built to determine the basic physical parameters of near-Earth asteroids efficiently, which contained a series of brightness models developed based on an assumed scattering law and a selected shape model. For the targets with sufficient data (photometric data obtained for at least four apparitions), the best values of the parameters involved in the convex inversion and their uncertainties can be estimated using a Monte Carlo simulation procedure.

Key words: Near-Earth asteroids; brightness models; shape; spin parameters; photometric phase function

1 引言

太阳星云假说^[1]是被普遍接受的太阳系形成理论。太阳系小天体,特别是小行星带的存在为这一理论提供了重要的佐证。主带小行星(指火星与木星轨道之间的区域的小行星,这个区域也称为小行星带)碰撞形成理论认为:较早形成的木星对小行星带的行星子的引力摄动,使得行星子之间的碰撞加剧,抑制了小行星带内行星的形成。此后,随着木星轨道向内和向外的迁移,小行星带中的大量小天体被踢出该区域,被踢向太阳系内层的小行星有的撞向了地球、月球和其他类地行星,有些则被抛向太阳系外层。这也是现在小行星带小天体总质量只有月球的 4% 的原因。小行星带中几个空隙(也称, Kirkwood 间隙)处于与木星和土星平均运动共振。进入共振带区域小天体受到大行星的引力摄动作用而改变轨道,来到地球附近。

近地小天体(近日点距离小于 1.3 天文单位

的小行星或彗星)越来越受到人们的关注,源于这类天体对地球的碰撞威胁;同时,由于其距离地球最近,正成为人类未来太空采矿的目标。为此,国内外多个研究机构开展了近地小行星巡天观测研究项目。随着观测技术的发展和在天文观测领域的应用,自 2000 年以来近地小行星的发现数目迅速增长。迄今,已发现近地小天体 22 253 个,其中 90% 的近地小行星的直径小于 10 km。

面对未来可能发生的近地小行星对地球的碰撞,人们正在考虑多种防灾减灾措施^[2-5]。例如,利用核弹或火箭对入侵目标进行轰击,通过粉碎目标或改变目标的原运行轨道来避免碰撞。还有的利用重力拖拽方法以及表面反射作用方式使近地小天体的轨道发生偏转。具体选择哪种方法以及如何实施都需要了解目标近地小行星的基本物理性质(大小、形状、质量物质组成和内部结构)。然而,在已发现的近地小天体中仅有很少数的目标有基本物理参量信息。因此,近地小行星基本物理参数的测定是近地小行星碰撞预警工作中重要任务之一。

本文旨在通过对所选小行星测光数据的分析,介绍团队所建立的小行星物理参数分级分析平台。

2 小行星光度模型

按照轨道形状,近地小天体被划分为 4 类:阿莫型(Amor)、阿波罗型(Apollo)、阿坦型(Aten)及阿提拉型(Atira)(如图 1 所示)。近地小行星中,近 60%的是阿波罗型。阿波罗型及阿坦型都穿过地球轨道,存在着碰撞地球威胁,尤其半径大于 140 m 的近地小天体。

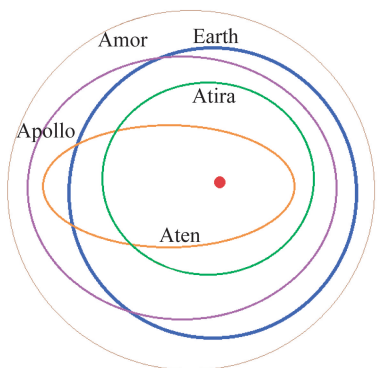


图 1 近地小天体轨道及地球轨道

Fig. 1 Orbits of Near-Earth objects and Earth

众所周知,小行星的亮度是其表面反射太阳光的结果。现在也了解观测得到的小行星亮度与小行星离太阳和观测者的距离,小行星大小,观测几何、小行星表面散射太阳光的能力——反照率有关。当以上任何一个因素发生变化时,小行星的亮度都会发生变化。对小行星光度及其变化的理解是一个漫长的历史过程。

对小行星亮度的最早观测可以追溯到 1887 年^[6]。当时人们观测到小行星的光度会随太阳相位角(小行星对光源和观测者的张角)变化并且还具有几个小时的周期性变化。早期研究认为小行星是球形的,小行星光度的变化是由观测者和光源相对于小行星的几何位置变化(或者说相位角变化)引起。后来,人们逐渐意识到小行星可能是非球形的,这一猜想在 1993 年被伽里略飞船飞近小行星(243)Ida 后所证实。

对于一个旋转的非球体小行星而言,其可视表面大小会随自转而变化,引起小行星视光度按

其自转周期的变化。本文中所述的小行星测光观测研究就是借助小行星的光度模型来分析小行星的光度观测值,估算出小行星形状、自转、空间姿态、表面散射性质等物理参数。

基于小行星光度模型开展的小行星基本物理参数分析已有近三十多年的历史。1989 年 Magnusson 等^[7]通过小行星的光度变化振幅实现了小行星自转轴指向的估算,在这种方法中,仅考虑了小行星自转时视截面大小的变化。1988 年 Drummond 等^[8]估算了小行星(21)Lutetia 的三轴椭球体形状。最近,Cellino 等^[9]应用三轴椭球体模型分析了 Gaia 巡天观测中的小行星数据。基于 Russell^[10]在 1906 年提出的想法,2001 年 Kaasalainen 等^[11-12]实现了小行星凸面体反演。这一方法利用小行星光变曲线(光度随时间的变化)反演出包裹小行星的凸面体的面元大小及顶点。得到的小行星凸面体形状与空间观测得到的真实形状很接近。但是这一方法所涉及到的待测参数较多,要求测光数据须覆盖一定宽度的视界角(观测者方向与小行星自转轴的夹角)和相位角。

本文所涉及的研究目标近地小行星,95%的亮度暗于 18 等(如图 2)。超过 60%的近地小行星亮度暗于 22 等。加上这些暗弱近地小行星的冲附近时运动速度快,使得近地小行星测光数据的获得面临较多困难,并阻碍近地小行星物理参数的获得。

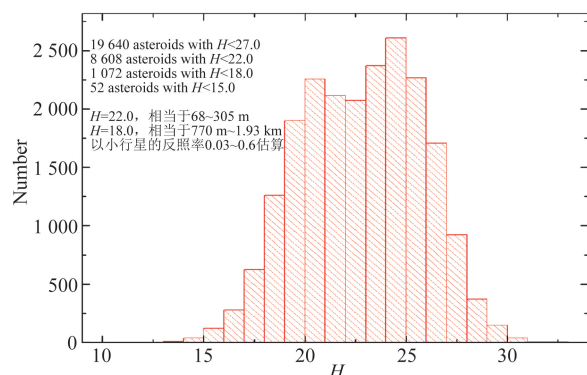


图 2 近地小行星星等分布

Fig. 2 Histogram distribution of magnitude of NEAs

为了实现对近地小行星基本物理参数的扩充与精确测定,云南天文台太阳系小天体团队利用我国中、小型望远镜开展对近地小行星的观测,并

建立了适用于近地小行星基本物理参数分级分析的工作平台。平台整合了近年来本研究团队自主研发、与赫尔辛基大学 Muinonen 研究团队合作研发以及国际上已有的光度模型及算法。基于所建立的工作平台,开展了包括近地小行星在内的小行星测光数据分级分析研究。本文从最基本的散射律出发,简单介绍小行星面解析光度模型,详细说明工作平台中所涉及的积分光度模型。

2.1 散射函数

小行星的亮度是其表面散射太阳光的结果。对于小行星表面上面元(法线方向 \mathbf{n})来说,观测得到的亮度 I 可用散射律 r 乘入射流量 J 来表征。即:

$$I(i, e, \alpha) = J \times r(i, e, \alpha),$$

或者

$$I(\mu_0, \mu, \alpha) = J \times r(\mu_0, \mu, \alpha),$$

$$\mu_0 = \cos i, \mu = \cos e, \quad (1)$$

其中: $r(i, e, \alpha)$ 也称为双向散射函数/散射律。如图 3 所示, i, e 分别是入射光源及观测者视线与面元法线的夹角, α 是太阳相位角。

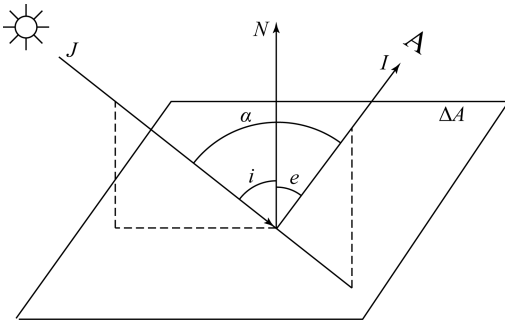


图 3 散射几何示意图

Fig. 3 Sketch of reflectance geometry

理论上,如果知道小行星表面的散射律,就可按光源入射角及出射角计算出小行星表面上任一点上的亮度。而实际中,由于人们对小行星表面物质组成缺乏了解且性质信息缺乏,因此一直没有找到适合于小行星表面的精确散射律。至今,人们多采用一些经验的散射函数应用于小行星的光度模型中。常用的散射律有: Lambert 散射律^[13]、Lommel-Seeliger 散射律^[14]、Minnaert 散射律^[15]、Lunar-Lambert 散射律^[16]、Hapker 模型^[17]及 Bowell-Lumme 模型^[18-19]。在本文的分析平台所包含的小行星光度模型中仅涉及

Lambert 散射律和 Lommel-Seeliger 散射律。

Lambert 散射律(式(2))适用于表面反照率较高的无大气天体表面(例如月球表面); Lommel-Seeliger 散射律(式(3))则能更好地描述了表面反照率低的无大气天体表面:

$$r_{\text{Lambert}}(\mu_0, \mu, \alpha) = \frac{1}{\pi} A_L \mu_0 p(\alpha), \quad (2)$$

$$r_{\text{L.S}}(\mu_0, \mu, \alpha) = A_{\text{L.S}} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} p(\alpha), \quad (3)$$

其中: $p(\alpha)$ 是单个粒子散射的相位函数, $p(\alpha) = 1$ 意味着表面颗粒各向同性散射性质。 A_L 和 $A_{\text{L.S}}$ 分别是 Lambert 和 Lommel-Seeliger 反照率。 Minnaert 散射律是 Lambert 的一种推广形式, 适合描述在有限相位角内各种性质行星表面。 组合的 Lunar-Lambert 函数适用于较高反照率的小天体表面(例如 S 型、V 型和 E 型小行星)。

Lumme-Bowell 和 Hapke 散射律是光在粗糙的颗粒表面辐射转移的近似解。辐射转移过程考虑了单次散射、多次散射、遮挡影应、冲效应以及单个粒子散射各向异性等因素。详细公式可参见文献[20]中式(15)和式(24)。

2.2 小行星面解析光度模型

Hapke 和 Lumme-Bowell 散射律常被用于描述小行星面解析光度。两个模型包含表面物理参数: 粒子单次反照率、表面粗糙度、冲效应的幅度和宽度、浅表体密度和不对称因子。

考虑入射的太阳光为均匀光, Hapke 面解析光度分布可写成公式(4):

$$r(\mu_{e0}, \mu_e, \alpha) = \frac{\bar{\omega}}{4\pi\mu_{e0} + \mu_e}$$

$$\{[1+B(\alpha)]P(\alpha) + H(\mu_{e0})H(\mu_e) - 1\}S(\mu_{e0}, \mu_e, \varphi), \quad (4)$$

其中: φ 是光入射平面与观测平面间的夹角; $B(\alpha)$ 是冲效应函数; $H(\mu_0/\mu)$ 是与多次散射有关的函数^[21]; $S(\mu_{e0}, \mu_e, \varphi)$ 由表面粗糙度引起的遮挡函数; μ_{e0}, μ_e 的具体计算公式可参见文献[22]。

同样考虑了单次散射和多次散 Bowell-Lumme 面解析光度模型简写成式(5):

$$r = r_1 + r_m,$$

$$r_1 = \frac{\bar{\omega}_0}{2\pi} P(\alpha) \Phi_S(\alpha, \lambda) \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} \left(\frac{\sigma}{1 + \rho\xi} + 1 - \sigma \right),$$

$$r_m = \frac{\bar{\omega}_0^*}{4\pi} [H(\mu_0, \bar{\omega}_0^*)H(\mu, \bar{\omega}_0^*) - 1], \quad (5)$$

其中: ω_0, ω_0^* 都是粒子单次散射反照率, Φ_S 是遮挡函数, σ 表面多孔度, ρ 表面粗糙度。理论上,如果有小行星盘面解析的光度数据,可以估算 Hapke 模型或 Bowell-Lumme 模型中所涉及的物理参数。例如,利用空间观测数据及以上两个面解析光度模型,对小行星(1) Ceres, (4) Vesta, (21) Luttia, (433) Eros, (2867) Steins 和 (25143) Itokawa 的表面物理参数进行了测定。

实际上大多数小行星的光度观测数据是由地面望远镜得到的小行星积分光度,即望远镜终端上记录的是小行星表面被照亮及可见部分散射太阳光的总和。

2.3 小行星积分光度模型

早期人们假设小行星是球形,直接对盘解析光度函数/或散射率进行积分得到小行星积分光度模型。例如,由 Lumme-Bowell 盘解析光度在球面积分,并加一些假设得到以下经验的积分光度模型:

$$I(\alpha) = I(0^\circ)[(1-G)\varphi_1(\alpha) + G\varphi_2(\alpha)], \quad (6)$$

$$\varphi_i(\alpha) = e^{A_i(\tan \alpha/2)^{B_i}}, \quad i=1,2,$$

$$A_1 = 3.33, B_1 = 0.63,$$

$$A_2 = 1.87, B_2 = 1.22,$$

其中: $I(0^\circ)$ 是小行星距太阳和观测者均为 1 个天文单位,相位角为零时的积分亮度,该值与入射光的比值即为几何反照率 p 。 G 称为斜率因子,其值的大小与表面物质的性质相关。在这种假设下,公式(6)相当于小行星光度随相位角之间的关系,也称之为小行星的相位函数。

实际上,大多数小行星的形状都是非球形的。做为改进,将三轴椭球体,甚至凸面体形状引入到小行星积分光度模型中。如今,小行星的积分光度模型考虑了小行星形状、空间姿态、转动及表面散射律等因素。将模型值与小行星的观测值进行比较,可以得到小行星的形状、自转周期、自转轴在空间的指向及表面物质性质参数等信息。本文以实例展示 3 个小行星积分光度模型及其应用结果。

3 小行星测光分析

本节以 4 个小行星测光数据的反演分析过程来说明本文整合的小行星测光反演平台中包含的 3 种积分光度模型及应用情况。所涉及的小行星见表 1。

表 1 本文分析所包含小行星的轨道

Tab. 1 Orbits of asteroids involved in the presented analysis

轨道根数	2005 UD	346	103 Hera	106 Dione
H	17.4	14.3	7.6	7.6
半长轴	1.275	1.271	2.70	3.18
偏心率	0.872 3	0.889	0.079	0.159
倾角	28.67	22.25	5.42	4.57
升交点黄经	19.72	265.22	136.08	62.04
近日点角距	207.59	322.18	188.68	330.87
平近点角	90.79	228.96	83.70	293.40

备注:平近点角对应的时刻为 24 590 000.5。

3.1 Lommel-Seeliger 椭球模型

小行星的演化是一个碰撞演化的历程。如今,大多数小行星是引力聚积而成的“碎石堆”结构。按照流体静力学转动平衡理论^[23],小行星的转动平衡形状接近于三轴椭球。椭球体的轴比与小行星的密度及其自转速率相关。

假设小行星的形状为三轴椭球体, Muinonen 等人建立的 Lommel-Seeliger 椭球光度模型^[25]。对于椭球体表面上单位面元所散射的光度可写成式(7):

$$dL(\mu_0, \mu, \alpha) = \pi F_0 \mu_0 R_{LS}(\mu_0, \mu, \alpha),$$

$$R_{LS}(\mu_0, \mu, \alpha) = \frac{1}{4} \omega P(\alpha) \frac{1}{\mu_0 + \mu}. \quad (7)$$

将式(7)按椭球体表面进行积分,可得到给定光源方向 e_θ 及观测者方向 e_\oplus 小行星积分光度模型的解析式如公式(8):

$$L_{LS}(e_\theta, e_\oplus, \alpha) = \int_{A^+} dL(\mu_0, \mu, \alpha) \mu dA,$$

$$L_{LS}(e_\theta, e_\oplus, \alpha) = \pi F_0 abc p \frac{\Phi_{HG_1G_2}(\alpha)}{\Phi_{LS}(\alpha)} \cdot$$

$$\frac{S_\oplus S_\theta}{S} \left\{ \cos(\lambda' - \alpha') + \cos \lambda' + \sin \lambda' \sin(\lambda' - \alpha') \right\} \cdot$$

$$\ln \left[\cot \frac{1}{2} \lambda \cot \frac{1}{2} (\lambda' - \alpha') \right],$$

$$\Phi_{LS}(\alpha) = 1 - \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2} \ln \left(\cot \frac{\alpha}{4} \right),$$

$$\Phi_{HG_1G_2}(\alpha) = 10^{0.4H} (G_1 \varphi_1(\alpha) + G_2 \varphi_2(\alpha) + (1 - G_1 - G_2) \varphi_3(\alpha)). \quad (8)$$

小行星 Lommel-Seeliger 椭球光度模型涉及

12 个待测参数:自转轴指向 (λ, β) 、自转周期 Per、自转的初相位角 φ_0 、椭球的三个半长轴 (a, b, c) 、几何照率 p 以及相位函数参数 (H, G_1, G_2) 。 $\Phi_{HG_1G_2}$ 和 Φ_{LS} 分别是三参数相位函数和 Lommel-Seeliger 积分相位函数^[24]。公式(8)中辅助量 $S, S_{\oplus}, S_{\theta}, \lambda'$ 及 α' 与待测参数间的关系式可参看相关文献^[25]。

应用最小二乘法和马可夫链蒙特卡罗方法(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)进行测待参数求解都是基于小行星观测数据与理论值之间卡方值的计算:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_0} \frac{1}{\bar{L}_{obs,i}^2} \sum_{j=1}^{N_i} \frac{(L_{obs,ij} - L_{mod,ij})^2}{\sigma_{ij}^2},$$

$$\bar{L}_{obs,i} = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} L_{obs,ij}, \quad (9)$$

其中: σ_{ij} 是观测量的测量误差, N_i 表示第 i 条光

变曲线中包含的数据点数, 总共有 N_0 条光变曲线。 $\bar{L}_{obs,i}$ 是第 i 条光变曲线的平均值。

原则上,可以同时估算模型所涉及的 12 个参数。但在实际的分析过程中,由于小行星观测的仪器星等向标准星等系统转换的精度远低于小行星相对测量(或者说较差测量)的精度,为了精确测定小行星的形状和自转参数,本文通常利用小行星的相对流量拟合小行星形状 $(b/a, c/a)$ 和自转参数,然后再拟合相位函数参数。

利用 Lommel-Seeliger 椭球光度模型,本文分析了小行星(155140)2005UD 的测光数据。小行星(155140)是一个阿波罗型近地小行星。其绝对星等(距离太阳和观测均为 1 天文单位、相位角为零时的星等)约 17.4 等。2018 年 10 月,利用位于西藏阿里的一台望远镜,对该小行星进行了 11 个夜晚的测光观测。

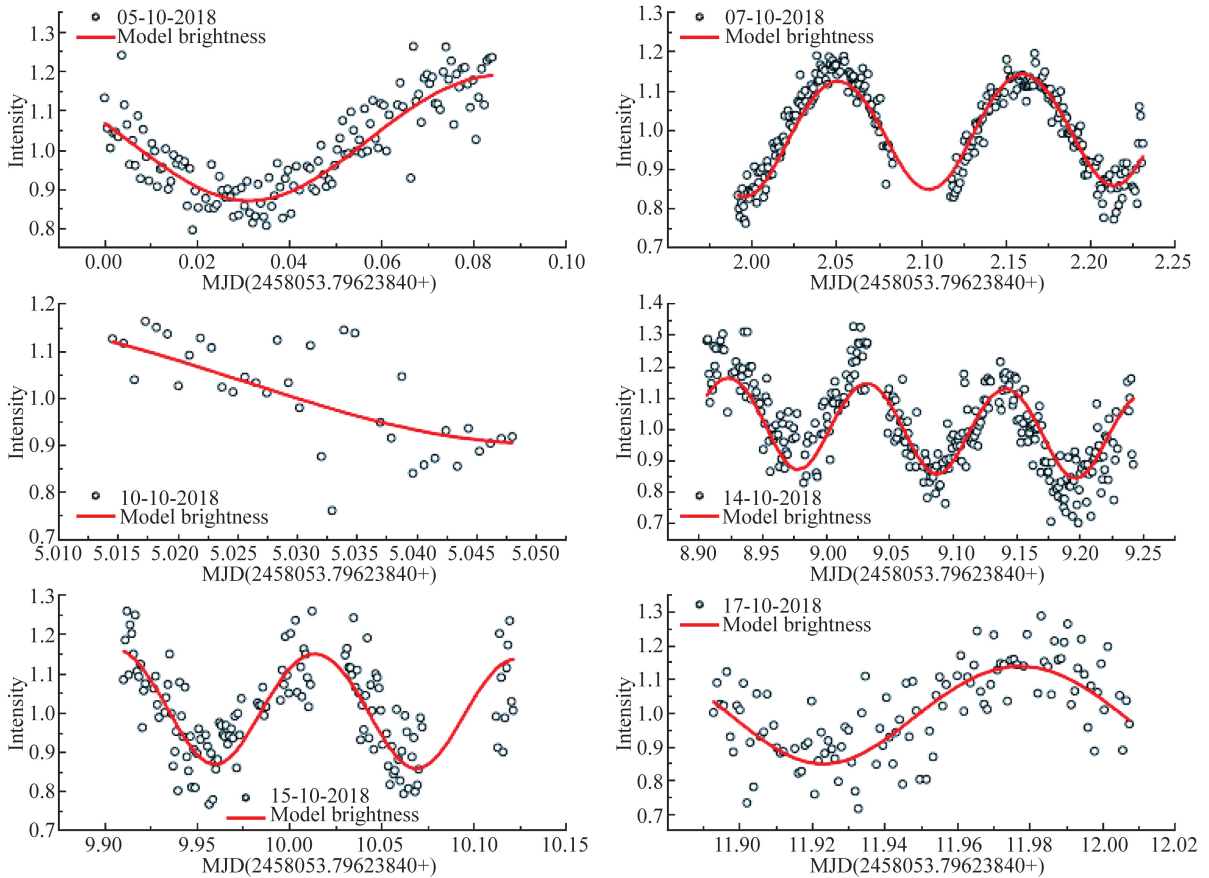


图 4 小行星(155140)的光变曲线
Fig. 4 Lightcurve of asteroid (155140)

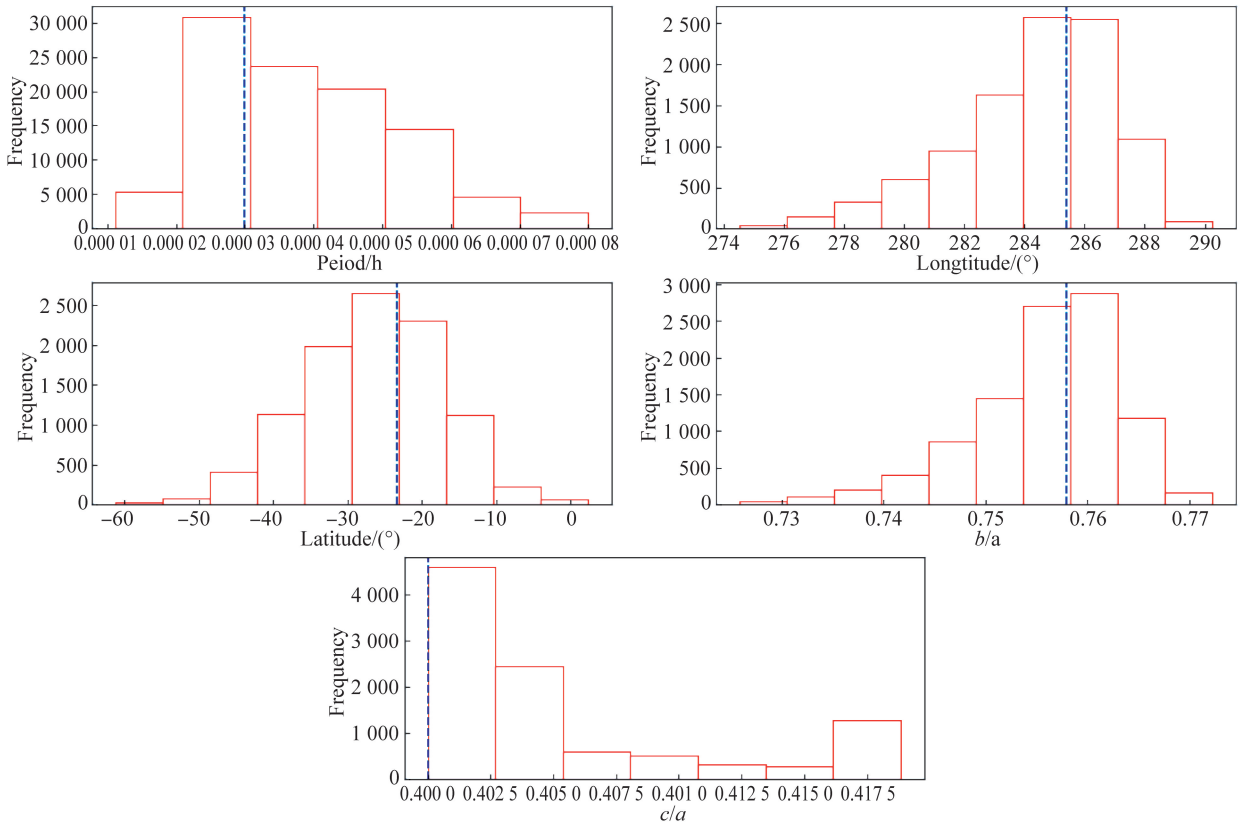


图 5 小行星(155140)椭球轴比及自转参数分布

Fig. 5 Joint distributions of the axial ratios and spin parameters of asteroid (155140)

首先,利用 Nelder-Mead downhill 算法,得到该小行星的自转轴指向的黄道坐标为 $(285.41^\circ, -23.36^\circ)$, 椭球体的轴比为 $b/a=0.76$ 和 $c/a=0.40$ 。图 4 中红线是 Lommel-Seeliger 椭球模型理论值。应用马可夫链方法蒙特卡洛模拟,得到待测参数的后验分布(如图 5)。并给出小行星形状反演的最佳解及误差情况(彩图见期刊电子版)。

第二步,利用小行星归算后的光度值,进行相位函数参数的反演。在小行星(155140)的相位曲线分析中,除了团队自己观测的数据外,还包括了 ZTF (Zwicky Transient Facility) 的数据^[26]。同样地,利用 MCMC 方法得到小行星相位函数参数的最优解: $H=17.19$, $G_1=0.573$, 和 $G_2=0.004$ 。图 6 中红线即为小行星相位函数对观测

值的最佳拟合结果。图 7 给出相位函数参数的后验分布(彩图见期刊电子版)。

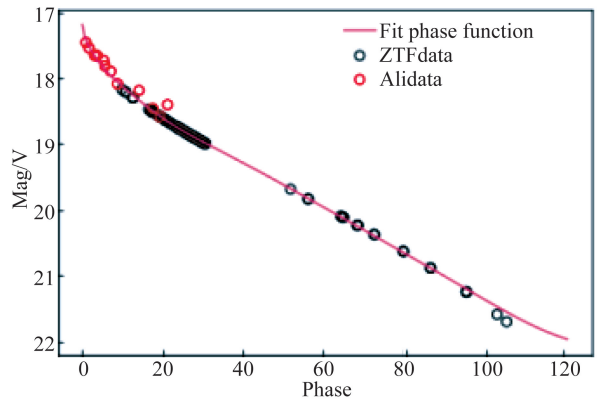


图 6 小行星(155140)的相位曲线

Fig. 6 Phase curve of asteroid(155140)

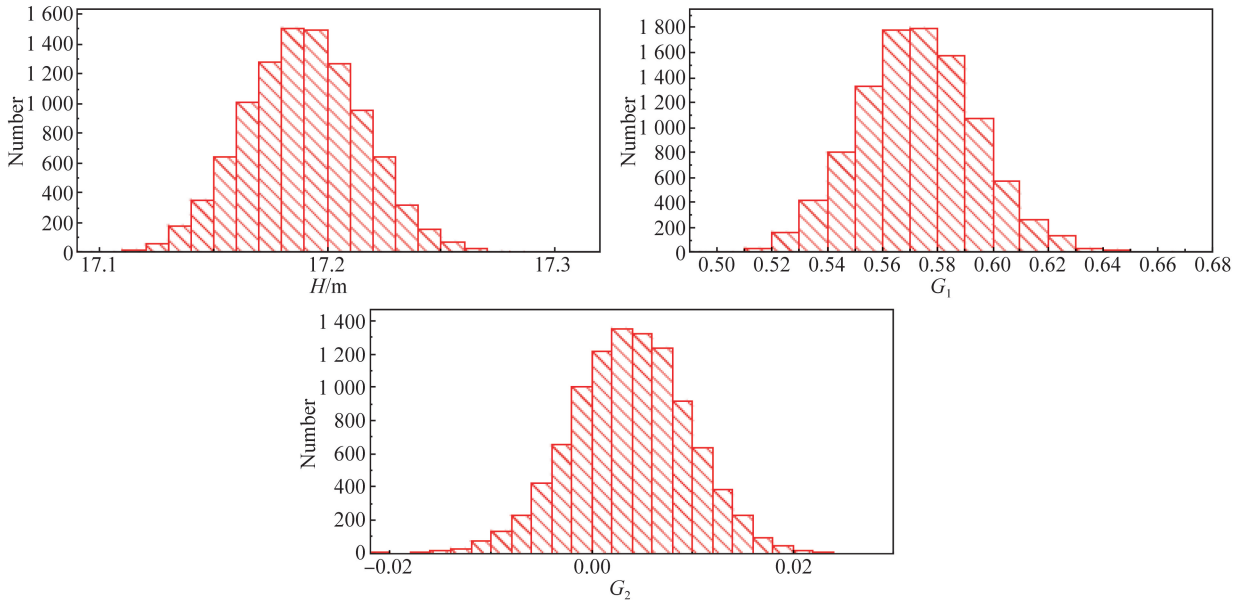


图 7 小行星(155140)相位函数参数的后验分布

Fig. 7 Joint distributions of phase function parameters of (155140)

3.2 Cellinoid 模型

当观测的小行星自转光变曲线的形状呈现不对称的极值时,三轴椭球体模型很难拟合好这类光变曲线。对于这种情形,本文引入 Cellinoid 椭球——由 8 个八分之一的椭球拼接而来(如图 8(a)所示)。

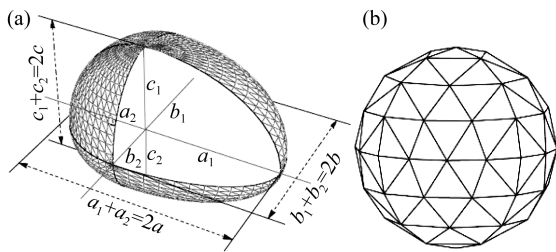


图 8 (a)Cellinoid 椭球示意,(b)面元分割方式

Fig. 8 (a)Sketch of Cellinoid shape, (b)Triangulation over an unit sphere

尽管 Cellinoid 椭球是由 8 个八分之一椭球构成,积分光度模型很难像 Lommel-Seeliger 椭球那样得到一个解析式。为此,本文用求和方式来计算小行星积分光度,即计算被照亮且可见表面光度的总和。为此,先将 Cellinoid 椭球表面进行三角分割(如图 8(b)),元面大小及法线方向则

是依据单位球三角分割法所示的得到的顶点的球极坐标,以及椭球方程计算而来。如果将半球按 N_r 行进行分割,则总的的面元数为 $4N_r^2 + 2$,顶点数为 $8N_r^2$ 。在这个模型中应用了 Lommel-Seeliger 与 Lambert 线性组合的散射律。Cellinoid 椭球积分光度模型^[28]可简单表示为:

$$L(i, e, \alpha) = \sum_{A+} F_0 \mu_0 R_{LS-L}(\mu_0, \mu, \alpha) dA,$$

$$R_{LS-L}(\mu_0, \mu, \alpha) = \frac{1}{4} \bar{\omega} P(a) \left(\frac{1}{\mu_0 + \mu} + c \right). \quad (10)$$

与 Lommel-Seeliger 椭球模型相比,Cellinoid 模型多了 4 个待测参数:形状参数由 (a, b, c) 变为 $(a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2)$,再加一个散射律权重因子 c 。公式(10)中与相位角有关的函数 $\frac{1}{4} \bar{\omega} P(a)$ 用三参数相位函数 $\Phi_{HG_1G_2}(\alpha)$ 替代。基于 Cellinoid 椭球模型,本文对小行星(106)的测光观测数据进行了形状反演和相位函数反演分析。

分析用到(106)Dione 在 1981 年至 2015 年之间获得的 26 条光变曲线(图 9)。应用 MCMC 方法得到一对自转轴的解 $(58.0^\circ, +21.1^\circ)$ 和 $(242.3^\circ, +21.3^\circ)$;相应的形状参数为: $b/a = 0.9, c/a = 0.63, a_1/a = 1.65, b_1/b = 0.86, c_1/c = 1.64$ 。从图 9 中可以看出,光度模型很好地拟合了观测的光变曲线。

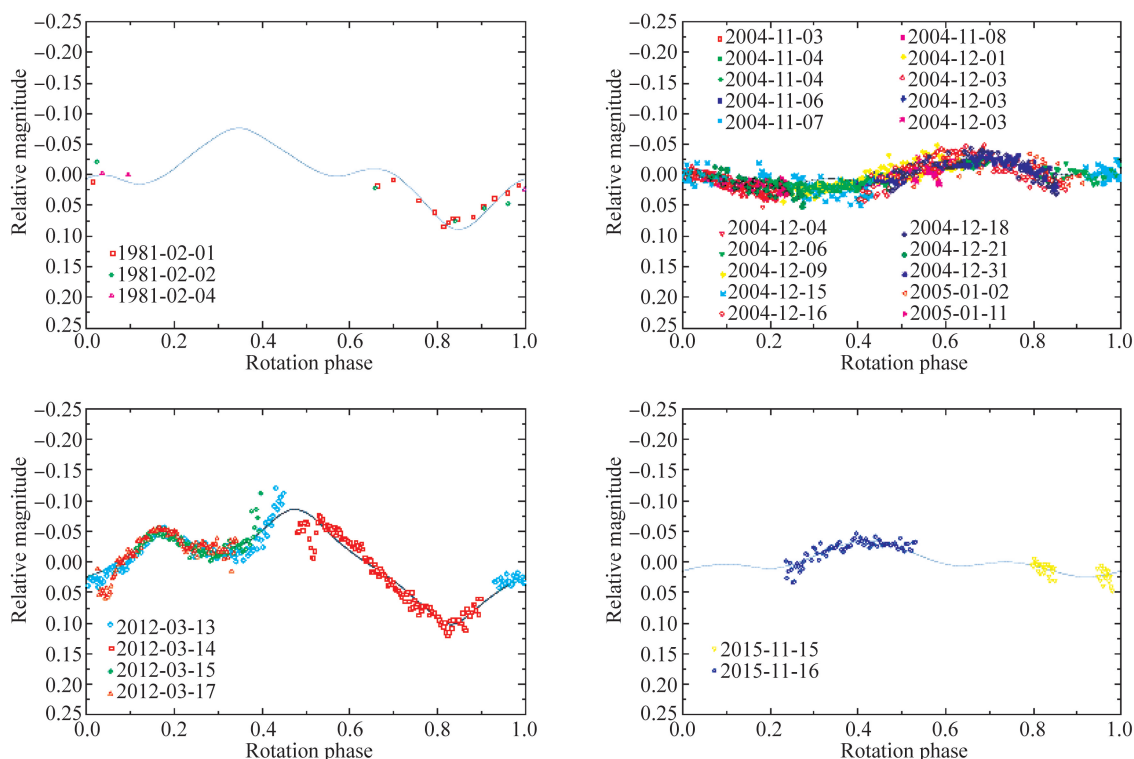


图 9 小行星(106)的光变曲线及最佳模型解

Fig. 9 Lightcurves of (106) Dione and modeled ones

然后,取每条光变曲线的平均值(归算后的星等)再进行 $H-G_1G_2$ 相位函数拟合。经过 MCMC 模拟得到该小行星相位函数的参数的最佳解: $H=7.66$, $G_1=0.68$, $G_2=0.08$ 。图 10 给出小行星(106)的相位曲线及最佳相位函数拟合值。

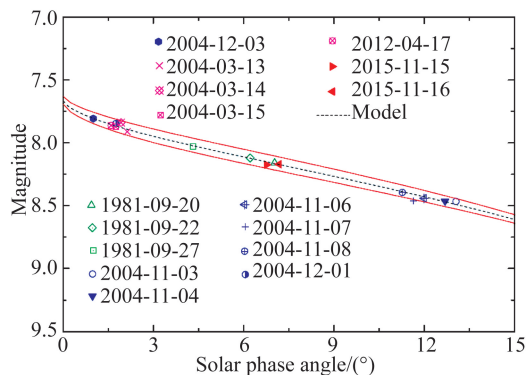


图 10 小行星(106)Dione 的相位曲线

Fig. 10 Phase curve of Dione and its modeled phase function

3.3 凸面体模型

从以上两个例子可以看到,三轴椭球体模型及 Cellinoid 椭球体模型对两个小行星的光度曲线能很好地拟合,这种情形下所求解的自转参数,尤其是自转轴指向的精度是有保证的。如果小行

星的光变曲线呈现更复杂的不规则变化,使用以上两种小行星光度模型很难很可靠地估算小行星物理参量。为此,引入能够更精确描述小行星形状的光度模型。

以(103)Hera 的测光数据分析为例,下面给出应用 Lommel-Seeliger 椭球体模型与凸面体模型的所得自转参数结果的差异^[29]。

小行星凸面体模型是假设小行星的形状为凸面体,这里同样用 Lommel-Seeliger 与 Lambert 律按权重线性组合的散射率。类似地,凸面体积分光度的也是按对单位球面上三角分割所对应的多面体面元反射太阳光的总和来计算。这里所用的凸面体模型及程序是由 Kaasalainen 所建立的^[30-31]。具体形式如公式(11):

$$L(\mathbf{e}_\odot, \mathbf{e}_\oplus, \alpha) = f(\alpha) \sum_{A+} \mu_0 \mu \left(\frac{1}{\mu_0 + \mu} + c \right) G(\vartheta, \varphi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi, \tag{11}$$

$$f(\alpha) = A_0 \exp\left(\frac{\alpha}{D}\right) + \kappa\alpha + 1,$$

$$G(\vartheta, \psi) \cong \sum_{l=0}^{l_{\max}} \sum_{m=0}^{m_{\max}} a_{lm} Y_l^m(\vartheta, \psi),$$

其中: $\mathbf{e}_\odot, \mathbf{e}_\oplus$ 分别是光源和观测者方向单位矢量。

以有限项球谐函数表征的高斯面密度 $G(\vartheta, \varphi)$ 是用于计算凸面体上法线方向 (ϑ, φ) 的面元的大小。相位函数 $f(\alpha)$ 采用了线性函数及指数函数的组合形状。凸面体模型中所含的待测参数包括: 自转参数 (λ, β, per) 、形状参数(球谐函数的系数 a_{lm})、相位函数参数 (A_0, D, κ, c) 。形状参数 a_{lm} 的个数取决于球谐函数展式的截断级数 l 和阶数 m 的值。针对现有地面测光观测的精度, 设置 $l=m=8$ 足够描述小行星光变曲线中的信号。

由于形状参数的增加, 凸面体光度模型中所含待测参数远多于前 2 种模型。求解参数所需要的观测数据相应也多(需要至少 3~4 个不同可视期的覆盖小行星自转周期的测光观测)。具体地, Kaasalainen 的凸面体反演程序应用了 Levenberg-Marquardt 最小二乘法来求解所涉参数(详细可参看相关文献[30])。

利用 Kaasalainen 的凸面体模型及 Muinonen 的 Lommel-Seeliger 椭球模型, 本文分别分析了小行星(103)Hera 的测光数据。数据包含分布于 5 个可视期的 40 条光变曲线, 数据的相位角 α 的跨度为 $1.6^\circ \sim 22.7^\circ$, 视界角 θ 的跨度为 $65^\circ \sim 125^\circ$ 。图 11 给出利用两种方法拟合观测数据情况, 可以看出凸面体模型(橙色实线)可以很好地拟合观测的光变曲线(黑色散点), 而 Lommel-Seeliger 椭球模型(黑色虚线)则偏差较大(彩图见期刊电子版)。

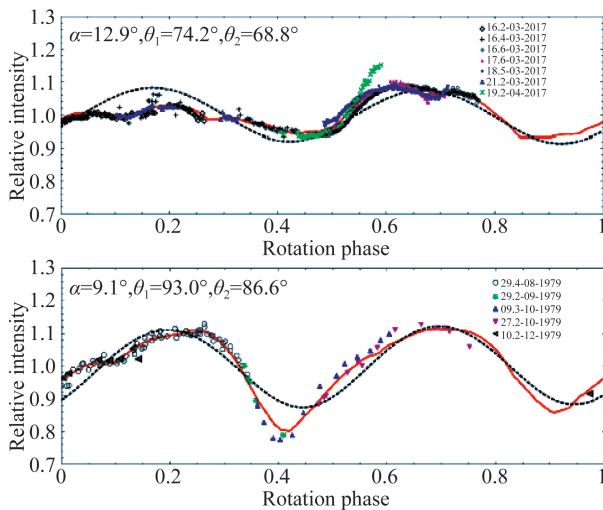


图 11 小行星(103)Hera 的光变曲线拟合

Fig. 11 Fitness to lightcurve of Hera (103)

比较两种方法所得到自转轴结果^[27](如表 2), 可以看出, 自转周期值符合较好, 自转轴指

向在经度方向有 9° 差异。表 2 在第 3 列还例举了 Hanus 等人利用凸面体模型分析(103)的结果^[32], 与本文分析结果在自转轴经度上是基本一致, 但纬度相差 5° 。相比于 Hanus 等人的研究, 本文分析使用了更多的测光数据。

表 2 小行星(103)Hera 的自转参数

Tab. 2 Spin parameters of Hera

	Per/h	$\lambda/(^\circ)$	$\beta/(^\circ)$
Lommel-Seeliger 椭球	23.742 62	74.1	39.0
凸面体	23.742 64	83.0	39.0
Hanus et al. (2016)	23.742 65	85.0	24.0

虽然, 本文可以比较不同形状模型得到的自转轴参数的差异, 甚至相同的形状模型, 但使用不同的观测数据所得到的自转参数的解的差异。对形状的不确定性的评估一直是未能很好解决的问题。为此, 本文建立了一个新的基于蒙特卡洛方法的评估的方法。

3.4 小行星凸面体反演的精度估算

在利用观测量进行相关物理参数测定时都需要回答测定精度问题。这对具有潜在威胁的近地小行星的物理参数的测定尤为重是。

以主带小行星(346)Hermentaria 为例, 详细说明测光反演及基本物理参数不确定性估算流程。小行星(346)Hermentaria 是直径 110 km 石质类小行星。早期的测光观测数据给出几个不同的自转周期: 28.33 h^[30-31], 19.4 h^[33] 及 9.7 h^[34]。这主要由长周期光变小行星观测缺陷引起。对于一个站点的望远镜来讲, 每次观测长周期或者周期值是 24 h 的整倍数、1/2 倍数等小行星时, 得到的多是光变曲线片段, 以这样的数据进行周期分析时就会出现以上的结果。小行星光变曲线反演则能精确测定这类小行星自转周期。

在小行星(346)的凸面体反演分析中总共用到分布在 4 个可视期: 1980, 2001, 2002 及 2015 的 23 条光变曲线(如图 13)。数据的相位角跨度为 $2.4^\circ \sim 20.5^\circ$, 视界角跨度为 $36^\circ \sim 155^\circ$ 。

第一步: 利用 Kaasalainen 的凸面体反演程序求解反演的最小二乘解。为找到 Levenberg-Marquardt 最小二乘全局最优解, 对自转参数空间进行扫描。首先, 对自转周期范围 16~24 h 进行扫描, 扫描步长为 $per^2/2\Delta T$, 其中 ΔT 是测光数据最大的时间跨度。最小的 χ^2 出现在 17.79 h 附近, 次极小则在 20.3 h 附近(如图 12)。

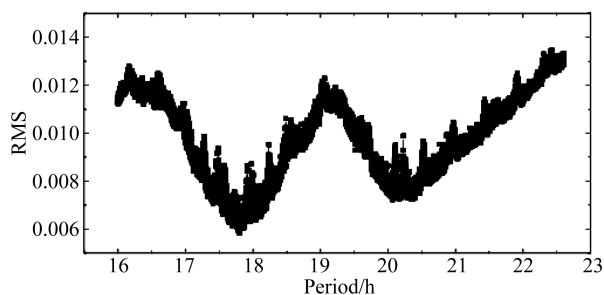


图 12 自转周期值扫描搜索结果

Fig. 12 Distribution of trial period vs. RMS

然后,对自转轴指向在整个球面进行粗的网格扫描(步长 $90^\circ:90^\circ$)。找到最可能的自转轴指向后,以扫描得到的周期值及轴指向为初值,再进行所有参数的求解。最终得到一对 RMS 相近的轴指向解($134.4^\circ, 16.8^\circ$) 和 ($322.4^\circ, 14.7^\circ$),相应的自转周期值为 17.790 00 h 和 17.790 04 h。图 13 是第一轴指向解的光度理论值与观测的比较(彩图见期刊电子版)。

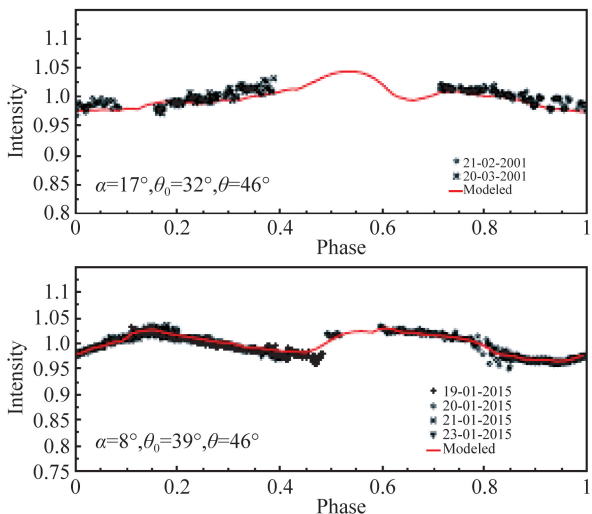
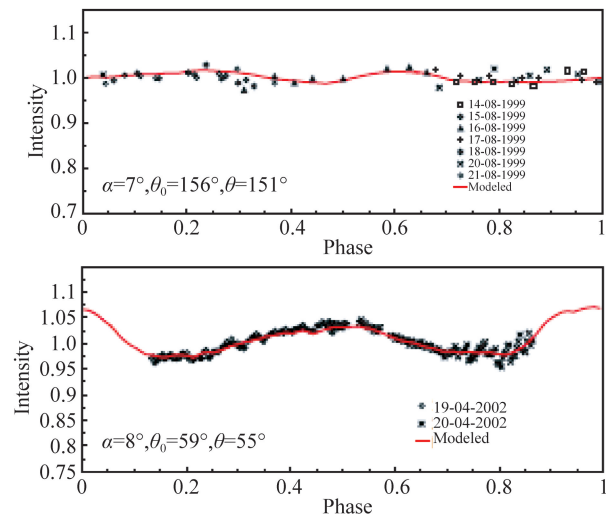


图 13 (346)的观测值(黑色点)及理论值(红色线)

Fig. 13 Lightcurve of (346)(Black dots) and modeled ones (Red line)

第二步:利用得到的球谐函数系数(a_{lm}) 重构凸面体。这里应用了 Minkowski 理论^[37],依据所给的三角分割方式和球谐函数系数(a_{lm})来找到包裹小行星的凸面体的顶点。求解的过程是另一个最小二乘求解过程(详细可参看文献[24]的附录)。图 14 是对应于第一轴解重构的(346)的凸面体形状,红色箭头为 X 轴,绿色箭头为 Y 轴,蓝色箭头为 Z 轴,也是自转轴方向(彩图见期刊电子版)。

从小行星光变曲线反演模型参数是一个较快的计算过程,而从球谐函数系数重构凸面体则是一个费时的计算过程(重构(346)一个解大约需要 10 min 计算机时间)。

Kaasalainen^[31]利用设置不同散射律对得到自转轴指向的不确定性进行评估,他们认为凸面体模型测定的自转轴精度约在 $\pm 10^\circ$ 。始终没有一个方法对于所得形状的不确定性进行评估。

本文利用蒙特卡洛方法建立了一个新的估算方法。新的方法可以对由于观测误差引起的自转参数及形状不确定性的评估。

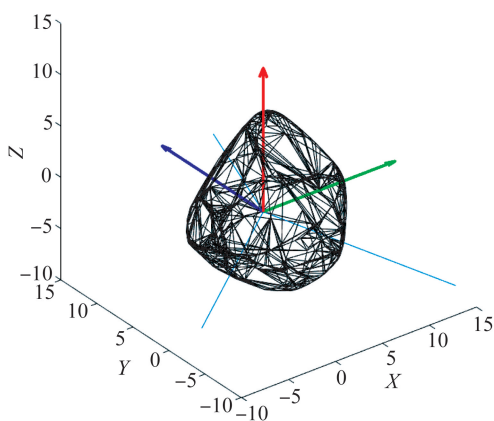


图 14 小行星(346)的凸面体

Fig. 14 Convex shape of asteroid (346)

第三步,在前面两步计算基础上,执行蒙特卡洛模拟。具体地,第一步产生一系列虚拟测光数据(在观测数据上加入高斯噪声);第二步求解基于虚拟光变曲线的最小二乘解,得到一系列凸面体反演虚拟解。通常以上过程会重复超过 10 000 次。所有的虚拟解构成了自转参数联合分布可以

用于估算自转参数的最佳解如图 15 中红色线所示,以及误差范围如蓝色线表标的 $1-\sigma$ 的范围(彩图见期刊电子版)。

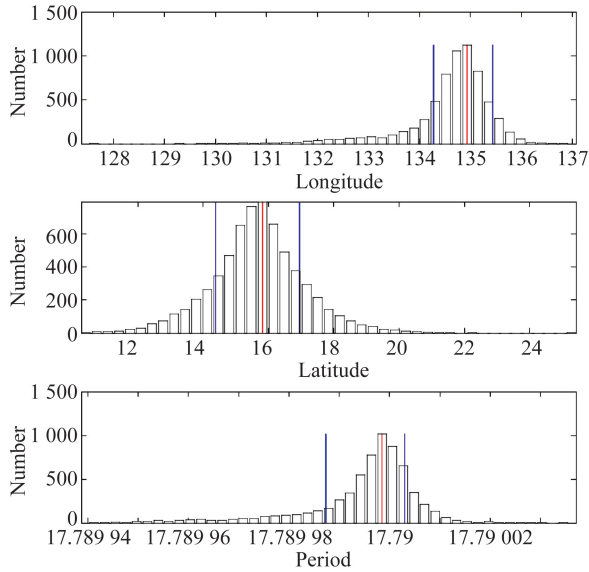


图 15 小行星(346)的自转参数联合分布

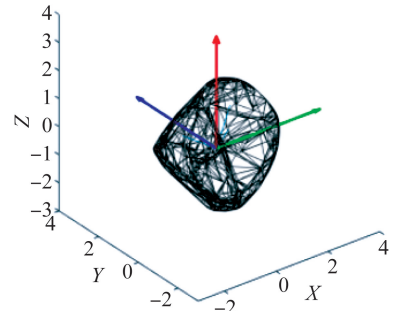
Fig. 15 Joint distributions of spin parameters of (346) Hermentaria

对所得凸面体形状的不确定性的估算,本文引用了 Pearson's 卡方的概。利用凸面体模型反演给出的球谐函数系数(a_{lm})可以计算出对应三角分割后每个面元的大小。如果每半球按 8 行进行三解分割,整个球面一共分成 512 个面元。1 个形状解转换成有 512 面元大小组成一维数组/向量(按指定的排序)。形状虚拟解 A 和 B 相似性的比较即是依照式(12)计算 χ_{Pearson}^2 的大小, χ_{Pearson}^2 值越小,则表明两个数列集相似度愈高。对小行星(346),本文获得 10 000 的形状虚拟解,依次计将每个虚拟与其他解进行比较。设定一个 χ_{Pearson}^2 的阈值(例如,6),统计每个虚拟形状与其他所有虚拟形状比较 $\chi_{\text{Pearson}}^2 \leq 6$ 的数目,计数最大的解列为最佳形状解。图 15 所列形状,是由(346)的最佳形状解及 $\chi_{\text{Pearson}}^2 = 6$ 的一个虚拟形状解重构的凸面体。

$$\chi_{\text{Pearson}}^2 = \sum_{i=1,512} \frac{(\text{area}_i^A - \text{area}_i^B)^2}{\text{area}_i} \quad (12)$$

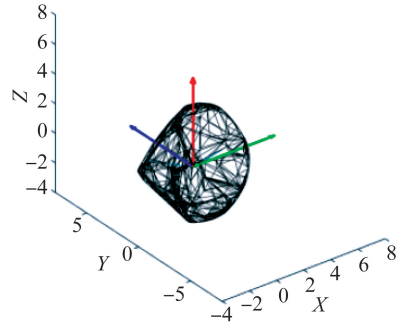
比较重构得到小行星(346)的最佳虚拟形状及对应于 $\chi_{\text{Pearson}}^2 = 6$ 的凸面体形状,两个形状非常相似。统计最佳形状解与其他虚拟形状解的比较

情况,有 76% 的虚拟形状解的 $\chi_{\text{Pearson}}^2 \leq 6$ 。 χ_{Pearson}^2 阈值设定的标准是依据文献[31]的两个重构形状是接近的定义。显然,相似形状统计占比越高,反映所得形状越可靠。



(a)最佳解

(a) Best shape solution



(b)与最佳解比较 $\chi_{\text{Pearson}}^2 = 6$ 的解

(b) Virtual shape with $\chi_{\text{Pearson}}^2 = 6$ when compared to the best shape solution

图 16 小行星(346)的两个虚拟形状

Fig. 16 Virtual shapes of asteroid (346)

4 结 论

由小行星测光数据进行的形状、自转参数及表面散射参数的反演已逐渐成熟。关键的问题是如何将这一反演技术应用于近地小行星的基本性质的分析上。不同于主带小行星,暗弱的近地小行星在冲附近时具有运动速度快,加上大多数近地小行星是 2000 年以后发现的,测光数据的积累远不如主带小行星多。大部分近地小行星缺乏基本物理参数信息。

从近地小行星碰撞防御及空间探测的需求上看,更需要了解包括物质组成在内的近地小行星的基本物理参数。据此,本文针对近地小行星的特点及其观测数据的积累情况,开展近地小行星

测光数据分级反演研究。未来可应用不同的光度模型开展近地小行星的基本物理性质的反演研究。

(1)应用 Lommel-Seeliger 椭球模型,可以在近地小行星发现后的短时间内对其基本物理参数进行初步估算。如果目标小行星的形状或者说光变曲线较规则,Lommel-Seeliger 椭球模型可以给出可靠的形状和自转参数的解。

(2)对于光变曲线不规则(例如,光变曲线的峰值不对称)的目标,可用 Cellinoid 椭球模型改进由三轴椭球体估算的近地小行星形状和自转参数的测定精度。

(3)对于那些光变曲线形状极不规则的近地小行星,需要用凸面体光度模型来分析其基本物理参数。该光度模型要求测光数据的视界角及相位角的跨度足够大。利用凸面体模型进行小行星

光变曲线反演计算包括两个求解参数过程:由测光数据求解光度模型中的待测参数(自转参数、形状参数及散射性质参数);由形状参数重构凸面体形状(构成闭合凸面体的顶点)。复杂且费时形状重构过程制约了对小行星凸面体反演解不确定性的估计。利用本文建立的统计学方法,实现凸面体反演中参数,包括形状不确定性的评估。

(4)小行星相位曲线的形状与其表面物质组成和性质有关。通过反演相位函数参数,可以推断小行星表面的物质组成及性质。但是,大太阳相位角跨度的小行星光度测量值往往是在不同可视期获得的,测光数据不可避免地含有非球形形状的影响,这种影响随视界变化而不同。首先进行小行星形状反演,依据得到的小行星自转轴指向及其形状,可以扣除由非球形形状引起的小行星光度变化,从而提高相位函数参数值的测定精度。

参考文献:

- [1] BOUVIER A, WADHWA M. The age of the Solar system redefined by the oldest Pb-Pb age of a meteoritic inclusion[J]. *Nature Geoscience*, 2010, 3(9): 637-641.
- [2] BINZEL R P, REDDY V, DUNN T L. *The Near-Earth Object Population: From Main Belt to Meteorites*[M]. Tucson: University of Arizona Press, 2015.
- [3] CHAPMAN C R. The hazard of near-Earth asteroid impacts on earth[J]. *Earth and Planetary Science Letters*, 2004, 222:1-15.
- [4] PERNA D, BARUCCI M A, DRUBE L. A spectroscopic survey of the small near-Earth asteroid population: Peculiar taxonomic distribution and phase reddening[J]. *PSS*, 2018, 118:311-317.
- [5] HARRIS A W, BOSLOUGH M, CHAPMAN C R, et al.. *Asteroid Impacts and Modern Civilization: Can we Prevent a Catastrophe*[M]. Tucson: University of Arizona Press, 2015.
- [6] HARRIS A W, BARUCCI M A, CANO J L, et al.. NEOShield: Working towards an international near-Earth object mitigation demonstration mission [J]. *Acta Astronaut*, 2013, 90: 80-84.
- [7] MÜLLER G. Helligkeitsbestimmungen der grossen Planeten und einiger Asteroiden[J]. *Publ. Astrophys. Obs. Potsdam*, 1893, 30:198-389.
- [8] MAGNUSSON P, BARUCCI M, ANTONIETTA, et al.. *Determination of Pole Orientations and Shapes of Asteroids* [M]. Tucson: University of Arizona Press, 1989.
- [9] DRUMMOND J D, WEIDENSCHILLING S J, CHAPMAN C R, et al.. Photometric geodesy of main-belt asteroids II. Analysis of lightcurves for poles periods and shapes[J]. *Icarus*, 1988, 76: 19-77
- [10] CELLINO A, MUINONEN K, HESTROFFER D, et al.. Inversion of sparse photometric data of asteroids using triaxial ellipsoid shape models and a Lommel-Seeliger scattering law[J]. *Planet. Space Sci.*, 2015,118: 221-226.
- [11] RUSSELL H N. On the light variations of asteroids and satellites[J]. *APJ*, 1906,2: 1-18.
- [12] KAASALAINEN K, LAMBERG L, LUMME K, et al.. Interpretation of lightcurves of atmosphereless bodies[J]. *Astron. Astrophys.*, 1992: 318-332.
- [13] LAMBERT J H. Photometry or On the measure and gradations of light colors and shade [R]. Germany, Augsburg: Eberhardt Klett, 1760.
- [14] LUMME K. On photometric properties of Saturn's Rings [J]. *Astrophys. Space Sci.*, 1970, 8: 90-101.
- [15] MINNAERTM. The reciprocity principle in lunar photometry[J]. *Astrophys J*, 1941,93: 403-410
- [16] BURATTI B J, VEVERKA J. Photometry of icy satellites: how important is multiple scattering in

- diluting shadows[J]. *BAAS*, 1983, 15: 853-854.
- [17] HAPKE B. *Theory of Reflectance and Emittance Spectroscopy*[M]. UK, Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [18] LUMME K, BOWELL E. Radiative transfer in the surfaces of atmosphereless bodies. I. Interpretation[J]. *Astron J*, 1981, 86: 1694-1704.
- [19] LUMME K, BOWELL E. Radiative transfer in the surfaces of atmosphereless bodies. II. Interpretation[J]. *Astron. J.* 1981, 86: 1705-1712.
- [20] BOWELL E, HAPKE B, LUMME K, *et al.*. *Application of Photometric Models to Asteroids* [M]. Arizona: University of Arizona Press, 1989.
- [21] CHANDRASEKHAR S. *Radiative Transfer* [M]. New York: Dover, 1960.
- [22] HAPKE B. A revised bidirectional reflectance function for planetary regoliths[J]. *Bull. Am. Astron. Soc.*, 1998, 30: 1080.
- [23] CHANDRASEKHAR S. *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*[M]. New York: Dover, 1969.
- [24] MUINONEN K, WILKMAN O, CELLINO A, *et al.*. Asteroid lightcurve inversion with Lommel-Seeliger ellipsoids[J]. *P&SS*, 2015, 118:227-241.
- [25] HUANG J, MUINONEN K, CHEN T, *et al.*. Photometric study for Near-Earth asteroid(155140) 2005 UD[J]. *Planetary and Space Science*, 2020, 118: 227-241.
- [26] WANG Y B, WANG X B, DONALD P, *et al.*. Study of photometric phase curve: assuming a Celinoid ellipsoid shape of asteroid (106) Dione[J]. *RAA*, 2017, 18(94):1-10.
- [27] WANG A, WANG X B, MUINONEN K, *et al.*. Photometric analysis for the slow rotating asteroid (103) Hera using convex inversion and Lommel-Seeliger ellipsoid methods [J]. *Planetary and Space Science*, 2019, 167: 17-22.
- [28] KAASALAINEN M, TORPPA J. Optimization methods for asteroid lightcurve inversion. I[J]. *Icarus*, 2001, 153: 24.
- [29] KAASALAINEN M, TORPPA J, MUINONEN K. Optimization methods for asteroid lightcurve inversion II[J]. *Icarus*, 2001, 153: 37.
- [30] HARRIS A W, YOUNG J W. Asteroid lightcurve observations from 1979—1981[J]. *Icarus*, 1989, 81: 314.
- [31] BEMBRICK C S, PEREGHY B, AINSWORTH A, *et al.*. 172 Baucis—a slow rotator[J]. *MPBu*, 2004, 31: 52-53.
- [32] WANG X B, SHI Y. CCD photometry of asteroids 168, 206 and 506[J]. *EM&P*, 2003, 93: 275-280.
- [33] MINKOWSKI H. Minkowski inequality[J]. *Math. Ann*, 1903, 57:447.

作者简介:



王晓彬(1966—),女,江苏阜宁,博士,研究员,博士生导师,1988年于北京师范大学获得学士学位,1999年于中科院云南天文台获得硕士学位,2003年于中科院云南天文台获得博士学位,主要从事太阳系小行星及系外行星物理参数的观测研究。E-mail: wangxb@ynao.ac.cn



黄佳宁(1995—),女,安徽宣城,硕士研究生,2017年于合肥工业大学获得学士学位,2020年于中国科学院云南天文台获得硕士学位,主要从事太阳系小行星物理参数的观测研究。E-mail: huangjianing@ynao.ac.cn