

文章编号 1004-924X(2021)07-1567-13

## 柱面微透镜阵列的精密磨削

叶震<sup>1,2</sup>, 姚鹏<sup>1,2\*</sup>, 于世孟<sup>1,2</sup>, 张仙朋<sup>1,2</sup>, 黄传真<sup>1,2</sup>

(1. 山东大学机械工程学院先进射流工程技术研究中心, 山东济南 250061;

2. 高效洁净机械制造教育部重点实验室, 山东济南 250061)

**摘要:**柱面微透镜阵列的加工精度要求高,加工效率低,采用具有微细轮廓结构的成形砂轮进行磨削加工能够极大地提高加工效率。为了预测成形砂轮磨削工件的面形误差和表面粗糙度,建立了成形砂轮磨削仿真模型。通过滤波方法分析和模拟微细结构成形砂轮的磨粒突出高度的偏态分布特征,结合实测的砂轮的轮廓形状和跳动完成了整体的空间砂轮的重构,同时建立了砂轮表面磨粒的磨削运动学模型,模拟出工件磨削加工后的表面形貌。最后,开展磨削实验验证了仿真模型的有效性。对比仿真与实验结果可知,面形误差 PV 值的偏差为 5.78%, $R_a$  值的偏差为 17.3%, $R_z$  值的偏差为 12.9%。该磨削仿真模型能有效预测磨削表面的面形误差和表面粗糙度。

**关键词:**精密磨削;柱面微透镜阵列;磨削表面仿真;砂轮建模;成形砂轮

**中图分类号:**TH161 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/OPE.2020.0612

## Precision grinding of cylindrical microlens array

YE Zhen<sup>1,2</sup>, YAO Peng<sup>1,2\*</sup>, YU Shi-meng<sup>1,2</sup>, ZHANG Xian-peng<sup>1,2</sup>, HUANG Chuan-zhen<sup>1,2</sup>

(1. *Center for Advanced Jet Engineering Technologies, School of Mechanical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China;*

2. *Key Laboratory of High Efficiency and Clean Mechanical Manufacture of the Ministry of Education, Jinan 250061, China)*

\* *Corresponding author, E-mail: yaopeng@sdu.edu.cn*

**Abstract:** The machining precision of a cylindrical microlens array is usually very high, whereas the processing efficiency is very low. However, the processing efficiency can be considerably improved using a profile grinding wheel with a fine profile structure. To predict the surface shape error and surface roughness of a workpiece machined using a profile grinding wheel, a grinding simulation model was built for the profile grinding wheel. Then, the skewness distribution characteristics of the protrusion height of grains in the profile grinding wheel surface with a fine structure were analyzed and simulated using the filtering method. Subsequently, combining the outline of the grinding wheel topography and the run-out error of the grinding wheel, the entire grinding wheel in the space was reconstructed. Thereafter, a kinematics model of abrasive grains in the grinding wheel surface was created to simulate the surface topography of the grinding workpiece. Finally, a grinding experiment was conducted to verify the effectiveness of the simulation

收稿日期:2020-11-23;修订日期:2020-12-29.

基金项目:国家自然科学基金面上项目(No. 51875321);山东省自然科学基金资助项目(No. ZR2018MEE019);山东省自然科学基金重大基础研究(No. ZR2018ZB0521)

model. Relative to the experimental results, the errors in the PV, Ra, and Rz values of the simulated surface were 5.78%, 17.3%, and 12.9%, respectively. The proposed grinding simulation model can effectively predict surface shape errors and the roughness of grinding surfaces.

**Key words:** precision grinding; cylindrical microlens array; grinding surface simulation; grinding wheel modeling; profile grinding wheel

## 1 引言

柱面微透镜阵列元件表面的微结构可以实现对入射光的扩散,光束整形,光线均匀分布<sup>[1-2]</sup>和聚焦等调制,进而实现特定的光学功能,在军事、民用、天文等领域有着广泛的应用。周叶、祝启欣等<sup>[2]</sup>采用微柱面镜阵列光学元件对高斯激光束进行调制,实现了高斯光束的均匀化,获得了均匀的线光斑。张凯华、董连和等<sup>[3]</sup>通过柱面微透镜阵列有效提高了光电流和光功率的效率,从而极大地提高了有机发光二极管(OLED)的图像质量。传统的柱面微透镜阵列加工是在超精密磨床上用微小磨具进行超精密磨削,这种方法的加工效率非常低。采用具有微细结构的成形砂轮进行复映法加工能极大地提高加工效率,并且降低加工机床的编程难度。

通过研究砂轮表面磨粒与工件的几何相互作用机理,建立磨削表面的仿真模型,可以有效预测磨削加工后工件的表面质量和加工误差。因此,众多学者开展了磨削仿真研究,并且取得了丰硕的研究成果。Malkin<sup>[4]</sup>建立了磨削几何学模型,提出磨削深度和接触长度等概念。Nguyen<sup>[5]</sup>通过实测砂轮表面磨粒的突出高度分布,指出磨粒突出高度呈非正态分布,并且通过数字模拟技术模拟了砂轮表面。Hou和Komanduri<sup>[6]</sup>通过概率模型研究磨削过程,提出只有很小部分的磨粒真正参与磨削去除材料,并且得出参与材料去除的磨粒的概率,但是没有进一步研究磨削表面模拟方法。刘月明<sup>[7]</sup>将磨粒的形状假定成不规则六面体,通过随机振动法模拟砂轮表面磨粒的分布状态。Zhao<sup>[8]</sup>和费亚<sup>[9]</sup>等通过数字模拟法模拟砂带的表面形貌,用几何学模拟磨粒去除材料过程,仿真出工件的表面形貌。Zhang等<sup>[10]</sup>通过纳米压痕实验得出复相材料中两种相磨削时脆

塑转变的临界切深,研究不同切深条件下,磨粒切入工件形成的沟槽的截面形状,进而预测磨削复相材料工件的表面粗糙度,但是没有考虑磨粒的磨削轨迹会发生干涉。Jiang<sup>[11]</sup>等考虑砂轮跳动误差,通过包络算法模拟多轴磨削过程,成功预测了工件的表面形貌。孙金升等<sup>[12]</sup>将磨粒有序化排布在砂轮表面,形成表面磨粒结构化砂轮,仿真了结构化砂轮磨削后工件的表面形貌。梁志强等<sup>[13]</sup>研究螺旋伞齿轮的磨削仿真方法,基于设定好的砂轮的空间运动轨迹模拟磨粒空间轨迹干涉,进行螺旋伞齿轮磨削加工的表面预测,并研究了不同加工参数对表面质量的影响。

综上所述,很多学者开展了磨削仿真和质量预测的研究,但是这些研究大多是针对平面磨削,针对具有微细结构轮廓的成形砂轮的磨削仿真研究则较少。而且这些研究只选取砂轮的局部区域进行砂轮表面的模拟,研究这一区域的磨粒作用于工件表面后形成的工件表面形貌,但是不能反映整体砂轮作用于工件表面后工件的表面形貌。本研究根据实测的砂轮形貌,对具有微细结构的成形砂轮进行整体建模,采用优选的仿真算法模拟磨削后工件的表面形貌,预测了工件的面形误差和表面粗糙度,最后进行磨削实验验证了仿真模型的正确性。

## 2 微细结构成形砂轮空间形貌建模

### 2.1 砂轮表面数据的采集

Nguyen<sup>[5]</sup>等通过实际测量砂轮表面磨粒突出高度的分布状态,发现大部分砂轮的磨粒突出高度都是偏态分布。因此,很多研究者通过实际测量方法来分析砂轮表面磨粒突出高度的分布状态。本文选用600#金属结合剂金刚石砂轮,砂轮直径为200 mm。用基恩士VK-X200激光共聚

焦显微镜采集微细阵列结构砂轮的表面形貌,采用图像自动拼接技术得到大面积表面形貌数据。图1是采集的微细阵列结构砂轮的表面形貌,采样区域尺寸为 $2500\mu\text{m} \times 6180.5\mu\text{m}$ ,采样间距为 $2.76\mu\text{m}$ 。

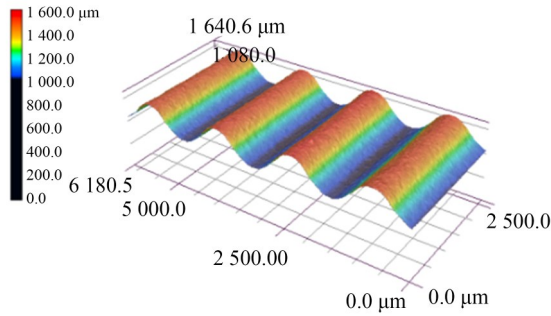


图1 微细阵列结构砂轮的表面形貌

Fig. 1 Surface topography of grinding wheel with fine array structure

## 2.2 砂轮表面磨粒的特征分析

### 2.2.1 砂轮表面形貌数据处理

采用MATLAB软件对采集的形貌数据进行分析,区域尺寸是 $0.5\text{mm} \times 0.5\text{mm}$ 。砂轮表面形貌数据主要由低频曲率信号、中频信号和高频噪声信号3部分构成。低频曲率信号表征成形砂轮本身的微结构轮廓,中频信号表征磨粒的突出高度形貌,高频噪声信号主要来源于激光测量的干扰信号和砂轮表面的破碎结构。为了分析磨粒的突出高度分布特征,需要去除低频曲率信号和高频噪声信号,保留中频信号。

本文采用高斯滤波方法进行低频曲率信号的提取和去除。高斯滤波可以实现低频信号和高频信号的分离,由于高斯滤波具有平滑的系统函数,相较于理想滤波器,可以有效避免振铃现象。二维高斯滤波函数 $g(x, y)$ 和传递函数 $G(\lambda_x, \lambda_y)$ 的定义如下:

$$g(x, y) = \frac{1}{\alpha^2 \lambda_{cx} \lambda_{cy}} \exp \left[ -\pi \left( \frac{x}{\alpha \lambda_{cx}} \right)^2 - \pi \left( \frac{y}{\alpha \lambda_{cy}} \right)^2 \right] = \pi \frac{1}{\alpha^2 \lambda_{cx} \lambda_{cy}} \exp \left[ \frac{-\pi}{\alpha^2} \left( \frac{x^2}{\lambda_{cx}^2} + \frac{y^2}{\lambda_{cy}^2} \right) \right], \quad (1)$$

$$G(\lambda_x, \lambda_y) = \exp \left[ -\pi \alpha^2 \left( \frac{\lambda_{cx}^2}{\lambda_x^2} + \frac{\lambda_{cy}^2}{\lambda_y^2} \right) \right], \quad (2)$$

其中: $\lambda_{cx}, \lambda_{cy}$ 分别是 $x, y$ 方向上的截止波长, $\lambda_x, \lambda_y$ 分别是 $x, y$ 方向上的波长, $\alpha=0.4697$ 。

为了去除噪声信号,本文采用功率谱密度频谱确定噪声信号的截止频率,然后用低通滤波器过滤噪声信号。功率谱密度反映信号在不同频率处的能量强度,功率谱密度的表达式为:

$$P(f) = \frac{d_0}{N} \left| \sum_{n=1}^N s(x, y) e^{-j2\pi f(n-1)d_0} \right|, \quad (3)$$

其中: $f$ 是信号的频率, $N$ 是采样数量, $d_0$ 是采样长度, $j$ 是虚数单位, $s(x, y)$ 是信号的幅值函数。

图2是去除曲率信号的砂轮表面形貌的功率谱密度函数图像。由于噪声信号的能量占比非常小,从图像中可以看到功率谱密度在 $f=53\text{mm}^{-1}$ 处基本为零,所以噪声信号的截止频率 $f_c=53\text{mm}^{-1}$ 。采用截止频率为 $53\text{mm}^{-1}$ 的低通滤波器,就可以去除砂轮表面形貌的噪声信号。

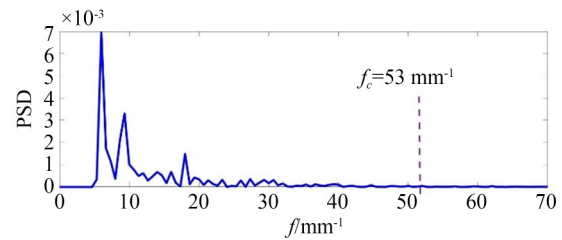


图2 功率谱密度函数图像

Fig. 2 Functional image of Power Spectral Density(PSD)

通过以上步骤,可以将采集到的砂轮表面的形貌数据进行分解,最后提取磨粒突出高度的形貌。图3是在频域分解砂轮形貌得到的低频、中频和高频的形貌,图4是砂轮表面磨粒突出高度分布的形貌。

### 2.2.2 砂轮表面磨粒突出高度分布和数学统计参数

砂轮表面磨粒突出高度分布主要分为正态分布和偏态分布两种。图5是上一节中砂轮表面磨粒突出高度的分布图和正态拟合曲线,从图中可以看出磨粒突出高度分布存在一定的偏度和峰度,所以砂轮表面磨粒突出高度分布为偏态分布。

表征表面形貌的数学统计参数<sup>[14]</sup>主要有平均高度 $\bar{z}$ ,标准差 $\sigma$ ,偏斜度 $S_k$ ,峰度 $K$ 以及自相关

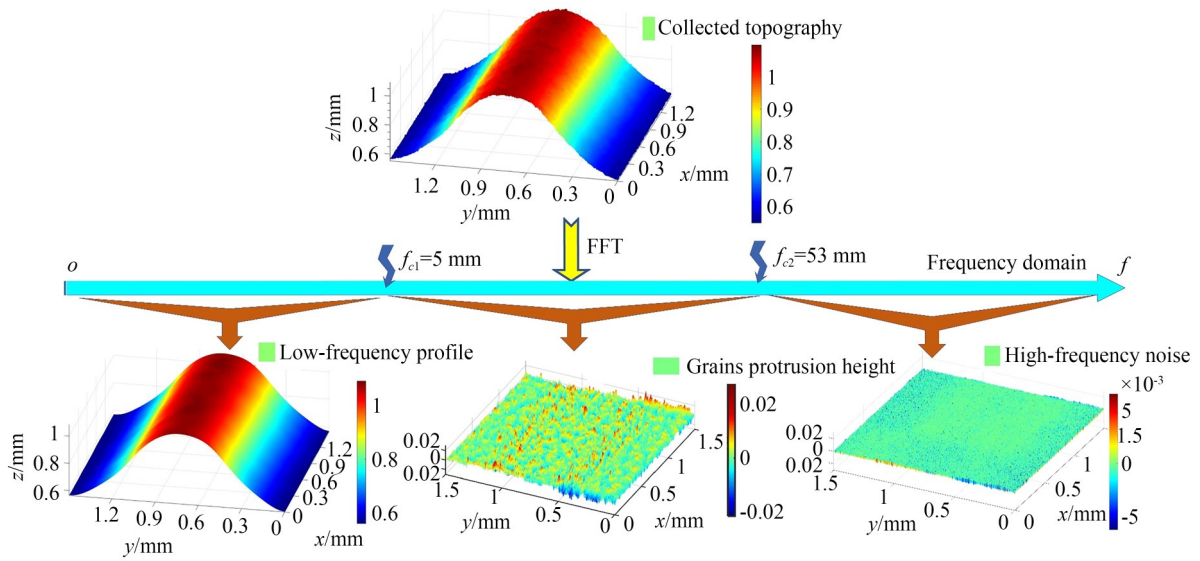


图 3 砂轮形貌频域划分以及各个频域范围的形貌

Fig. 3 Partition of frequency domain and topographies in each frequency range for grinding wheel

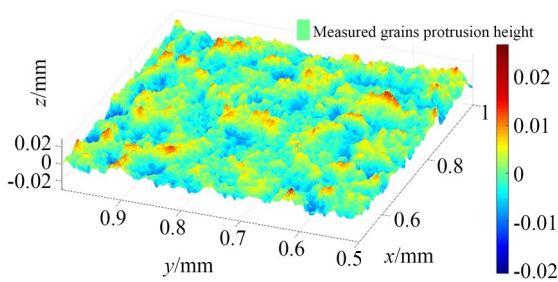


图 4 砂轮表面磨粒突出高度分布形貌

Fig. 4 Topography of protrusion height of grains on grinding wheel surface

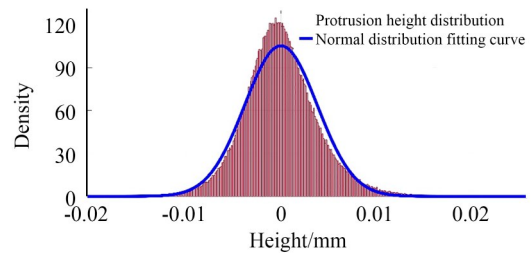


图 5 砂轮表面磨粒突出高度的分布和正态拟合曲线

Fig. 5 Distribution of protrusion height of grains on grinding wheel surface and normality fitting curve

函数  $R(k, l)$ 。由于砂轮表面的磨粒突出高度分布具有一定的随机性,为了减小误差,使计算的数学统计量更准确地反映磨粒突出高度的分布特征,本文在图 1 的砂轮表面形貌上选取 4 块  $0.5 \text{ mm} \times 0.5 \text{ mm}$  区域,按照如上步骤进行数据

处理和计算数学统计量。4 块区域的数学统计量如表 1 所示,从表中可以看出,砂轮各个区域的表面磨粒突出高度分布具有相似性,用 4 个区域的数学统计量平均值表征砂轮表面磨粒的突出高度分布。

表 1 砂轮 4 个区域的表面磨粒突出高度分布数学统计量

Tab. 1 Mathematical statistics of protrusion height of grains in 4 areas on grinding wheel surface

区域	标准差 $\sigma$	偏斜度 $S_k$	峰度 $K$	自相关长度	
				$\beta_x/\text{mm}$	$\beta_y/\text{mm}$
1	0.004 3	0.321 3	3.696 0	0.031 1	0.029 7
2	0.004 7	0.286 4	3.966 3	0.036 4	0.030 0
3	0.004 4	0.325 7	4.107 8	0.035 4	0.032 1
4	0.004 3	0.302 3	3.753 1	0.032 3	0.029 5
平均值	0.004 4	0.308 9	3.880 8	0.033 8	0.030 3

2.3 微细结构成形砂轮整体表面形貌的重构

2.3.1 砂轮表面磨粒突出高度形貌模拟

由 2.2.2 节内容可知,砂轮磨粒突出高度表面是偏态分布表面,由此得出表征砂轮表面磨粒突出高度分布的数学统计量。本文主要采用数字模拟技术得出和实测砂轮磨粒突出高度表面有相同偏态分布特征的粗糙表面。

二维数字低通滤波器可以将随机生成序列转化为有指定自相关函数的序列,用卷积形式可以表示为:

$$z(k, l) = \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^N h(p, q) \eta(k+p, l+q), \quad (4)$$

其中: $\eta(k, l)$ 是输入的  $M \times N$  随机序列, $h(p, q)$ 是数字滤波器序列, $z(k, l)$ 是输出序列。

数字滤波器序列  $h(p, q)$ 和输出序列的自相关函数相关联。假设输出序列  $z(k, l)$ 具有理想的指数型自相关函数,表示为:

$$R(\tau_x, \tau_y) = \sigma^2 \exp \left[ -2.3 \sqrt{\left( \frac{\tau_x}{\beta_x} \right)^2 + \left( \frac{\tau_y}{\beta_y} \right)^2} \right], \quad (5)$$

其中  $\beta_x$ 和  $\beta_y$ 分别是  $x$ 和  $y$ 方向的自相关长度。

Hu 等<sup>[15]</sup>提出一种基于快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)的滤波算法。Johnson 转换系统可以将正态分布的序列转化为具有特定偏斜度和峰度的偏态分布序列,并且不改变序列的自相关性。Johnson 变换的通式如下:

$$\eta = \gamma + \delta f \left( \frac{\eta' - \epsilon}{\lambda} \right), \quad (6)$$

式中: $\eta$ 为正态随机序列, $\eta'$ 为具有指定偏度和峰度的偏态随机序列, $\gamma$ 和  $\delta$ 是形状参数, $\epsilon$ 为中心偏移量, $\lambda$ 为比例因子。 $\gamma, \delta, \epsilon$ 和  $\lambda$ 由指定的偏度  $S_k$ 和峰度  $K$ 确定,具体参考 Hill<sup>[16]</sup>和 Johnson<sup>[17]</sup>的文章。

针对符合不同条件的偏度  $S_k$ 和峰度  $K$ ,Johnson 转换系统可以分为有界系统、无界系统和对数正态系统 3 种类型,如表 2 所示。通过判断 Johnson 转换类型确定 Johnson 转换公式后,需要对变换公式求反,以实现正态分布序列到偏态分布序列的变换。

表 2 Johnson 转换的三种类型

Tab. 2 Three types of Johnson transform

分 布	转换公式	条 件
有界系统 $S_B$	$\eta = \gamma + \delta \ln \left( \frac{\eta' - \epsilon}{\epsilon + \lambda - X} \right)$	$\gamma, \delta > 0, \epsilon < \eta' < \epsilon + \lambda$
无界系统 $S_U$	$\eta = \gamma + \delta \sinh^{-1} \left( \frac{\eta' - \epsilon}{\lambda} \right)$	$\delta > 0, \eta' > \epsilon$
对数正态系统 $S_L$	$\eta = \gamma + \delta \ln \left( \frac{\eta' - \epsilon}{\lambda} \right)$	$\gamma, \delta > 0$

生成具有指定偏度、峰度和自相关性的砂轮表面磨粒突出高度形貌的步骤如下:利用随机序列发生器生成具有正态随机分布的一组序列;由于 Johnson 转换基本不改变自相关性,而滤波系统对偏度和峰度的改变较大,所以需要首先对随机序列进行二维数字滤波,使序列具有指定的自相关性;然后对序列进行 Johnson 转换,赋予序列指定的偏度和峰度。生成的序列即为重构的砂轮表面磨粒突出高度形貌。形貌生成的算法流程如图 6 所示。

按照如上步骤根据实测的砂轮表面磨粒突出高度分布的数学统计参数模拟出有相同分布的表面。图 7 是实测的砂轮表面磨粒突出高度形貌和模拟的表面形貌。表 3 是实测的砂轮表面磨

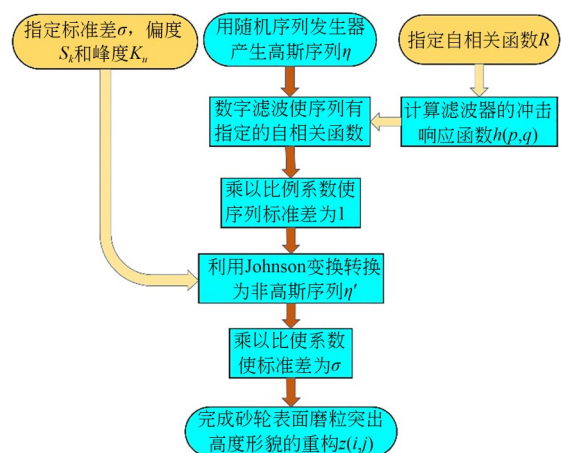


图 6 重构砂轮表面磨粒突出高度形貌的流程

Fig. 6 Flow chart for reconstruction of protrusion height of grains on grinding wheel surface

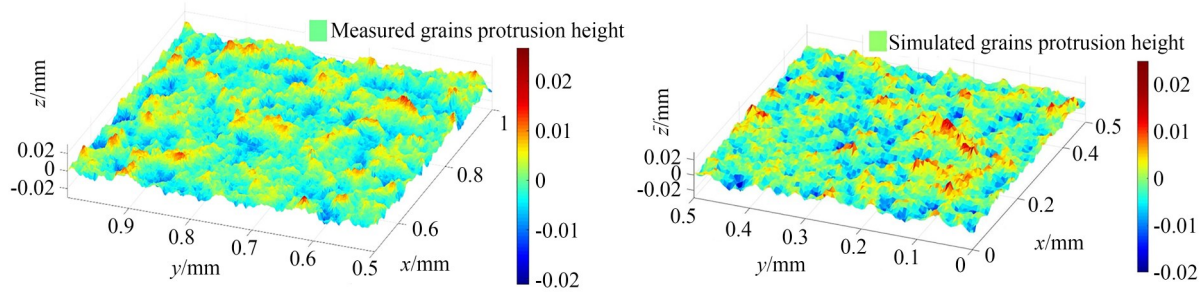


图7 实测和模拟的砂轮表面磨粒突出高度形貌

Fig. 7 Measured and simulated topography of protrusion height of grains in grinding wheel surface

粒突出分布的数学统计参数和模拟表面的数学统计参数。从图7可以看出,实测的砂轮表面磨粒突出高度形貌和模拟表面有着相似分布特征。从表3可以看出,模拟表面的数学统计参数和实测的砂轮表面磨粒突出分布的数学统计参数存在一定的误差,这是因为数字模拟方法具有一定的随机性,并且Johnson转换也会对自相关性产生微小的影响,但是误差控制在5%的范围内,验证了模拟砂轮表面磨粒突出高度分布模型的正确性。

表3 实测和模拟的砂轮表面磨粒突出分布的数学统计参数对比

Tab. 3 Mathematical statistics of measured and simulated protrusion height of grains on grinding wheel surface

	偏度	峰度	$\beta_x$	$\beta_y$
实测表面	0.308 9	3.880 8	0.033 8	0.030 3
模拟表面	0.318 5	3.888 1	0.033 4	0.030 8
误差/%	3.1	1.9	1.2	1.6

### 2.3.2 合成法模拟砂轮整体形貌

为了重构砂轮表面的整体形貌,先将砂轮沿着圆周方向展开到平面,在平面上构造砂轮表面形貌。由于砂轮的实际形貌非常复杂,需要进行合理的简化。本文将沿圆周方向展开的砂轮的形貌分为三部分,第一部分是砂轮的轮廓形貌,第二部分是砂轮径向跳动误差,第三部分是砂轮表面磨粒突出高度形貌。砂轮的轮廓形貌可以通过石墨复印法<sup>[18]</sup>采集,用金刚石砂轮磨削精细石墨块,可以将砂轮的轮廓复印在石墨块上,然后测量石墨块上沟槽的轮廓形貌,采集到的轮廓

形貌就是砂轮的轮廓。砂轮的径向跳动误差通过高精度激光位移传感器测量,砂轮磨削实验中需要将砂轮的跳动误差控制在 $2\mu\text{m}$ 内,本文将跳动误差简化为砂轮圆周上10个周期幅值为 $2\mu\text{m}$ 的正弦曲线。砂轮表面磨粒突出高度形貌用2.3.1节中的数字模拟方法进行重构,通过Johnson转换和滤波系统生成面积为 $L \times W$ 的非正态分布表面。其中, $L$ 是砂轮的周长, $L = 2\pi R$ , $R$ 是砂轮半径, $W$ 是砂轮的宽度。

图8是平面展开的砂轮的轮廓形貌、径向跳动误差和表面磨粒突出高度以及将3部分形貌相加形成的砂轮表面的完整形貌。图9是模拟和实测的砂轮形貌的截面对比,可以看出,模拟和实测的砂轮截面形貌的吻合度很高。

模拟出砂轮沿圆周方向展开到平面的形貌后,需要通过旋转变换将平面砂轮形貌在圆周方向进行排布,生成砂轮在空间中的整体形貌。图10是将砂轮的平面形貌按圆周方向排布形成砂轮的空间形貌的示意图。将平面砂轮形貌和平行于 $yo z$ 的平面形成的截面曲线 $i(i=1, 2, \dots, M)$ ,沿周向依次排布在半径为 $R$ 的圆柱体表面,截面曲线 $i$ 的坐标向量矩阵为:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i & x_i & \cdots & x_i \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_N \\ z_{i1} & z_{i2} & \cdots & z_{iN} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中: $x_i$ ,  $y_j$ 和 $z_{ij}$ 分别是构成砂轮平面形貌的 $x$ 轴, $y$ 轴和 $z$ 轴的坐标值; $i=1, 2, \dots, M$ ;  $j=1, 2, \dots, N$ ,  $M$ 和 $N$ 分别是 $x$ 方向和 $y$ 方向上的数据点的个数。

首先将截面曲线 $i$ 置于半径为 $R$ 的圆柱体的初始截面 $1'$ 上,然后将截面曲线 $i$ 逆时针旋转 $\phi_i$

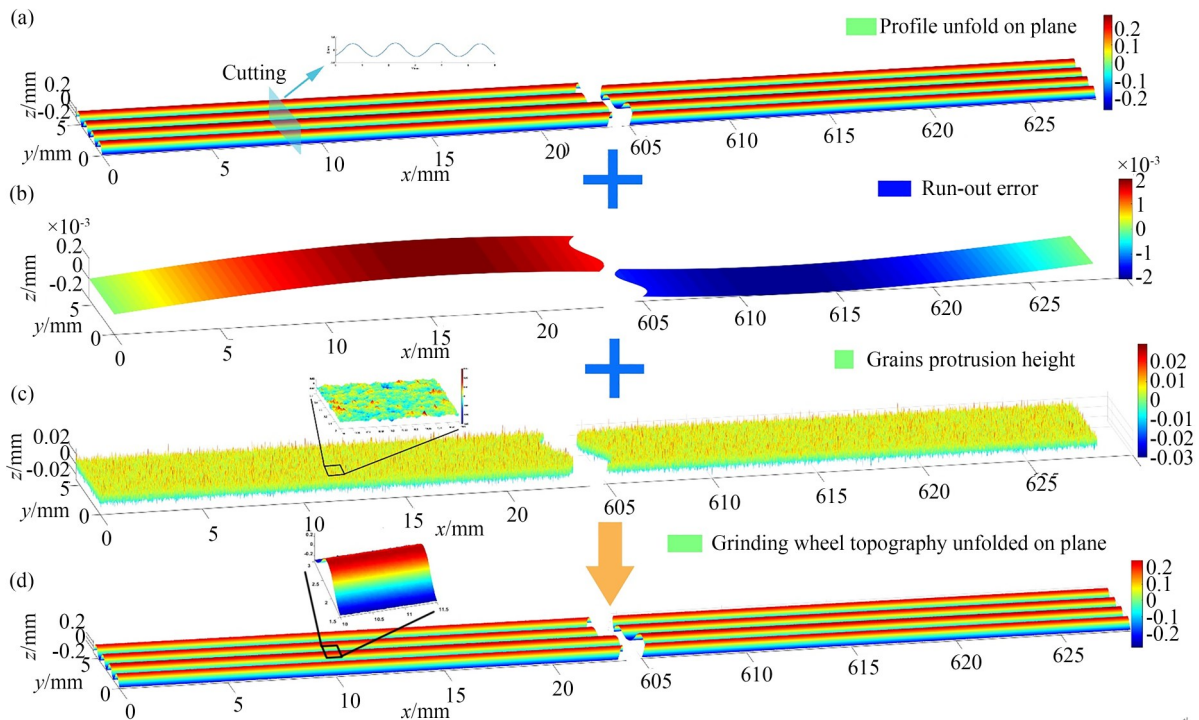


图 8 (a)展开在平面的砂轮轮廓形貌;(b)展开在平面的砂轮径向跳动误差;(c)砂轮的磨粒突出高度形貌;(d)将以上三部分形貌合成得到的在平面展开的砂轮形貌

Fig. 8 (a)Grinding wheel profile unfolded on plane;(b)Radial run-out error of grinding wheel unfolded on plane;(c)Protrusion height of grains in grinding wheel surface;(d)Grinding wheel topography unfolded on plane by combining above three parts

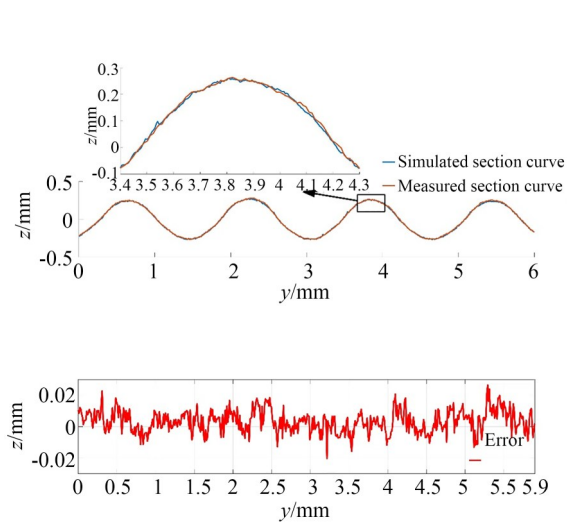


图 9 (a)模拟和实测的砂轮表面的截面对比;(b)模拟的砂轮截面和实测截面的差值

Fig. 9 (a) Section curves of simulated and measured grinding wheel surface;(b) Error of simulated section curve compared to measured one

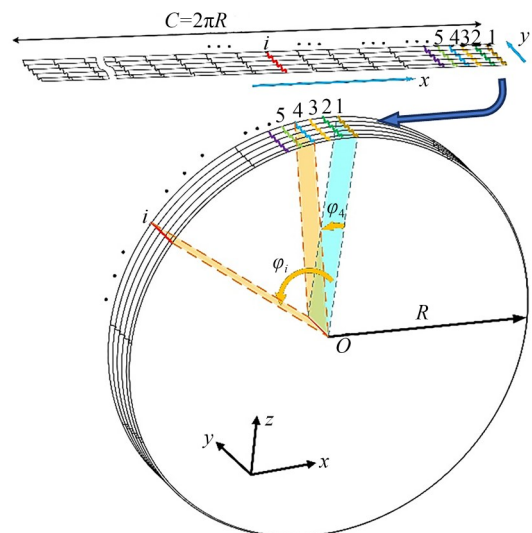


图 10 砂轮的平面形貌按圆周方向排布形成砂轮的空间形貌

Fig. 10 Spatial topography of grinding wheel formed by arraying plane topography along peripheral direction

角度,得到砂轮在圆柱体上的截面曲线*i'*,截面曲线*i'*的坐标向量矩阵为:

$$\begin{bmatrix} X'_i \\ Z'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_i & -\sin \phi_i \\ \sin \phi_i & \cos \phi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Z_i + R \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$Y'_i = Y_i, \quad (9)$$

$$\phi_i = \frac{2\pi}{M} (i - 1), \quad (10)$$

其中  $X'_i, Y'_i$  和  $Z'_i$  是截面曲线  $i'$  的坐标向量矩阵。

将平面砂轮形貌上的所有截面曲线按照以上算法依次在空间圆柱表面排布,生成砂轮在空间中的整体形貌。砂轮的空间坐标向量矩阵为:

$$X' = \begin{bmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ \vdots \\ X'_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_{11} & x'_{12} & \cdots & x'_{1N} \\ x'_{21} & x'_{22} & \cdots & x'_{23} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x'_{M1} & x'_{M2} & \cdots & x'_{MN} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$Y' = \begin{bmatrix} Y'_1 \\ Y'_2 \\ \vdots \\ Y'_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_N \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_N \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$Z' = \begin{bmatrix} Z'_1 \\ Z'_2 \\ \vdots \\ Z'_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z'_{11} & z'_{12} & \cdots & z'_{1N} \\ z'_{21} & z'_{22} & \cdots & z'_{23} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z'_{M1} & z'_{M2} & \cdots & z'_{MN} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

最终模拟得到砂轮在空间的整体形貌,如图 11 所示。

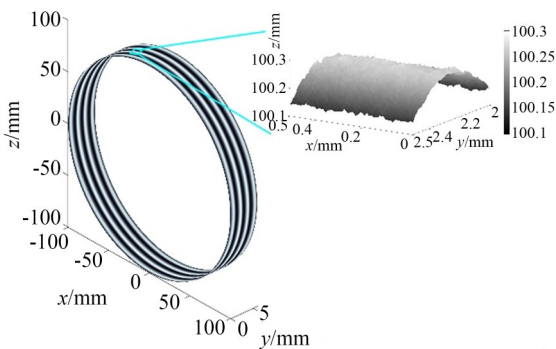


图 11 模拟的砂轮的整体空间形貌

Fig. 11 Simulated integral space topography of grinding wheel

### 3 工件的磨削表面形貌仿真

#### 3.1 磨削运动学模型的建立

磨削工件表面得到的最终形貌是砂轮表面

所有磨粒共同作用的结果。将磨削过程简化成几何学模型,在仿真前做以下几点假设:(1)不考虑磨削过程中产生的各种误差因素;(2)假设与砂轮磨粒接触的工件材料被完全去除;(3)不考虑材料塑性流动和脆性断裂去除的影响。

将空间砂轮表面上每个坐标点  $(x'_{ij}, y'_{ij}, z'_{ij})$  视为一颗微小磨粒  $g_{ij}$ ,磨粒  $g_{ij}$  的运动轨迹如图 12 所示。实际加工过程中,工件提供  $x$  负方向的进给运动,为了方便建模,假设工件固定,砂轮以相同的进给速度反方向进给。

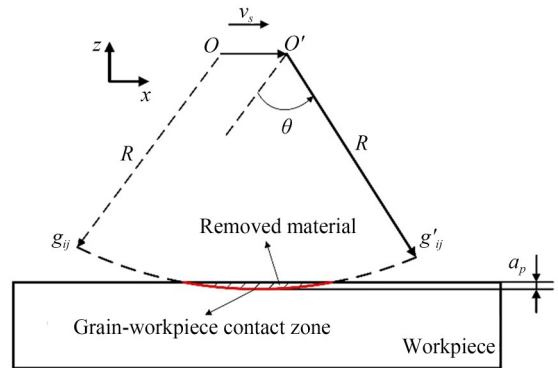


图 12 磨粒的运动轨迹示意图

Fig. 12 Trace of one grinding grain

磨粒  $g_{ij}$  的运动轨迹方程为:

$$x'_{ij} = x'_{ij} \cdot \cos \theta - z'_{ij} \cdot \sin \theta + v_s \cdot t, \quad (14)$$

$$z'_{ij} = x'_{ij} \cdot \sin \theta + z'_{ij} \cdot \cos \theta, \quad (15)$$

$$\theta = \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot t, \quad (16)$$

其中  $t$  是时间,  $n$  是砂轮转速,  $v_s$  是工件的进给速度。

#### 3.2 磨粒运动轨迹的离散化

为了将磨粒  $g_{ij}$  的运动轨迹作用到工件上,在工件表面形成刻划,需要将参数方程表示的磨粒运动轨迹离散到工件坐标系  $w_{mm}$ 。在砂轮旋转一个周期  $T=60/n$  的时间内离散化时间  $t$ ,由式 (14)~式 (16) 得到磨粒  $g_{ij}$  的运动轨迹点序列:

$$\begin{bmatrix} X'_{ij} \\ Z'_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_{ij}^{t_1} & x'_{ij}^{t_2} & \cdots & x'_{ij}^{t_p} \\ z'_{ij}^{t_1} & z'_{ij}^{t_2} & \cdots & z'_{ij}^{t_p} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

其中  $P$  是时间  $t$  在周期  $T$  内取点的个数。

对工件坐标系  $w_{mm}$  中磨粒  $g_{ij}$  所在截面的坐标点进行插值。图 13 是磨粒  $g_{ij}$  的运动轨迹离散到工件坐标系的示意图。对工件坐标系中任意

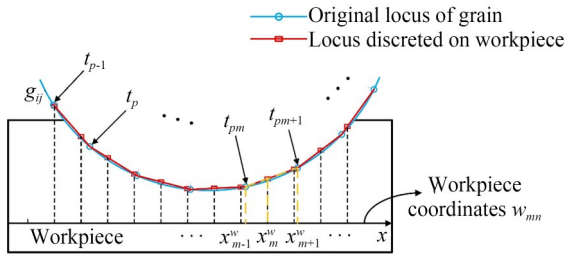


图 13 磨粒  $g_{ij}$  的运动轨迹离散到工件坐标系的示意图  
Fig. 13 Dispersing trace of grinding grain  $g_{ij}$  into workpiece coordinate

一个坐标点  $x_m^w, m=1, 2, \dots, M_w, M_w$  是工件坐标系  $x$  方向取的点数,在磨粒  $g_{ij}$  的运动轨迹点上取左侧最接近坐标点  $x_m^w$  的轨迹点  $t_{p_m}$ ,则插值得到  $x_m^w$  处的坐标值为:

$$z_{m,j}^w = \frac{z_{ij}^{t_{p_{m+1}}} \cdot (x_m^w - x_{ij}^{t_{p_m}}) + z_{ij}^{t_{p_m}} \cdot (x_{ij}^{t_{p_{m+1}}} - x_m^w)}{x_{ij}^{t_{p_{m+1}}} - x_{ij}^{t_{p_m}}}, \quad (18)$$

其中:  $(x_{ij}^{t_{p_m}}, z_{ij}^{t_{p_m}})$  和  $(x_{ij}^{t_{p_{m+1}}}, z_{ij}^{t_{p_{m+1}}})$  分别是磨粒  $g_{ij}$  的轨迹点  $t_{p_m}$  和  $t_{p_{m+1}}$  处的坐标。

磨粒  $g_{ij}$  离散到工件坐标系的运动轨迹点序列为:

$$\begin{bmatrix} X_{ij}^w \\ Z_{ij}^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^w & x_2^w & \dots & x_{M_w}^w \\ z_{1,j}^w & z_{2,j}^w & \dots & z_{M_w,j}^w \end{bmatrix}. \quad (19)$$

### 3.3 磨削表面形貌仿真

砂轮磨削工件的过程可以看成是由砂轮表面的每颗磨粒依次对工件表面进行磨削去除的过程。计算从第 1 个到第  $M$  个截面上的第 1 个到第  $N$  颗磨粒的运动轨迹,将每个磨粒的运动轨迹离散到工件坐标系,形成对工件表面的刻划。每次计算一颗磨粒  $g_{ij}$  后更新工件的表面形貌矩阵  $Z^s$ ,由于磨削为材料去除加工,因此在磨粒  $g_{ij}$  轨迹和工件干涉区的工件表面形貌的坐标值被磨粒轨迹坐标值代替,即如果  $z_{m,j}^s > z_{m,j}^w$ ,则  $z_{m,j}^s = z_{m,j}^w$ ,其中  $z_{m,j}^s$  是工件表面形貌矩阵  $Z^s$  在  $(m, j)$  处的值。

磨削工件表面形貌的仿真流程如图 14 所示。

## 4 仿真和实验分析

### 4.1 实验设备和工件

为了验证仿真结果的正确性,需要进行相同

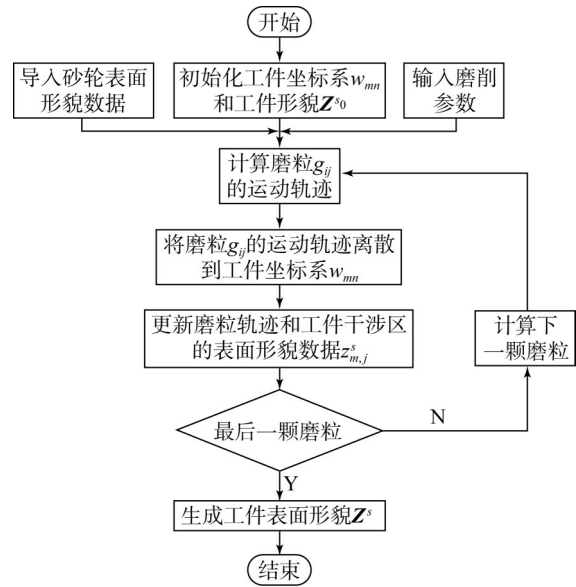


图 14 工件磨削表面形貌的仿真流程  
Fig. 14 Simulation flow chart of workpiece grinding surface

的磨削条件的磨削实验,用实验得到的磨削表面和仿真结果进行比对。

本文的实验机床是超精密平面成形磨床 NAS-520X-CNC,主轴转速范围为  $0 \sim 3\ 600$  r/min,机床上下轴和前后轴配备  $0.1\ \mu\text{m}$  的高精度光栅尺,全闭环控制,位置控制分辨率达到  $0.1\ \mu\text{m}$ 。采用金属结合剂金刚石砂轮,一次装夹磨削成形,达到相应的面形精度,工件材料是 RB-SiC。采用 3D 激光共焦显微镜观察 RB-SiC 的磨削表面,测量表面粗糙度和面形误差。图 15 是柱面微透镜阵列的磨削实验装置。表 4 是磨削实验的磨削工艺参数。表 5 是 RB-SiC 材料的机械性能参数。

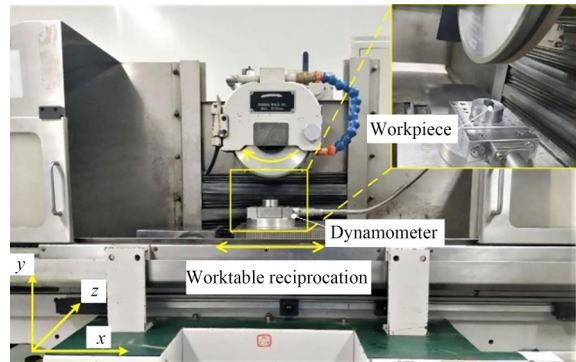


图 15 磨削实验装置  
Fig. 15 Grinding experiment equipment

表 4 磨削工艺参数

Tab. 4 Grinding experiment parameters

参 数	值
砂轮目数	600#
砂轮转速 $n/(r \cdot \text{min}^{-1})$	1900
进给速度 $v_s/(m \cdot s^{-1})$	0.17
磨削深度 $a_p/\mu\text{m}$	5
磨削液	5% 水基磨削液 SC25AC

表 5 RB-SiC 材料的机械性能参数<sup>[19]</sup>Tab. 5 Mechanical properties of RB-SiC<sup>[19]</sup>

参 数	值
密度 $\rho/(g \cdot \text{cm}^{-3})$	3.09
弹性模量 $E/\text{GPa}$	362.4
维氏硬度 $H/\text{GPa}$	33
断裂韧性 $K_{IC}/(\text{MPa} \cdot \text{mm}^{1/2})$	3
泊松比 $\nu$	0.24
热导率 $\lambda/(W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1})$	120~170
热膨胀系数 $(10^{-6} \cdot K^{-1})$	2.5

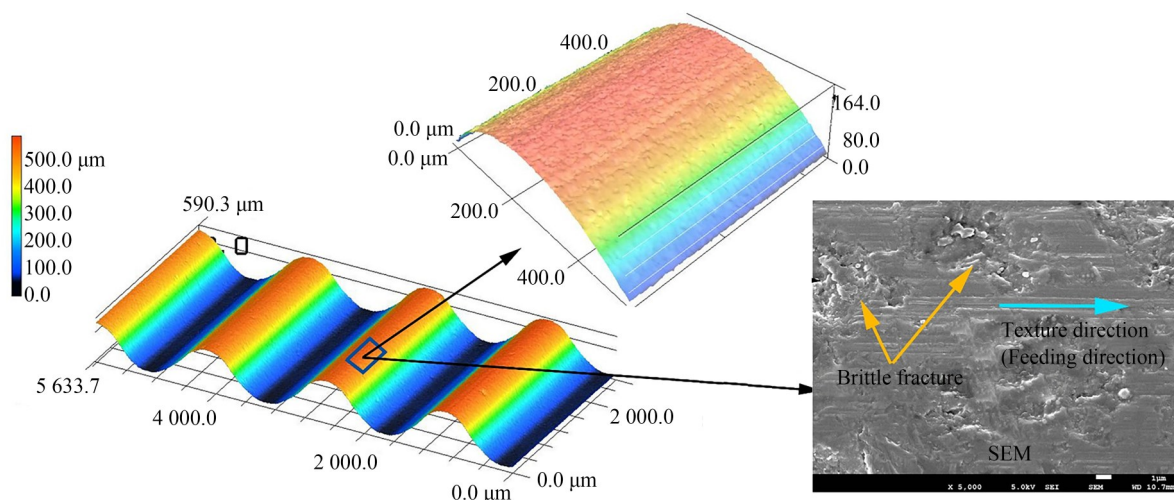
## 4.2 仿真和实验结果分析

按照如上实验条件和磨削工艺参数分别进行磨削实验和仿真模拟,通过比较实验和仿真得

到的磨削表面的面形误差和表面粗糙度验证仿真模型的正确性。图 16 是磨削实验和仿真得到的工件的磨削表面形貌。从三维表面形貌图中可以看出,磨削实验和仿真模拟得到的表面有相同的纹理方向,都是沿着工件的进给方向,磨削实验的工件表面的纹理不如仿真的表面明显,原因是实际磨削加工中存在磨粒和工件接触区材料去除不完全的现象,并且在磨削过程中,当磨削深度超过脆塑转变临界切深时,材料发生脆性断裂<sup>[10, 20-22]</sup>。如图 16(a)所示,右上角的局部放大图可以看到磨削后的犁沟,但由于脆性断裂的破碎结构,犁沟结构不完整;从图 16(a)右下角的同一区域的扫描电镜图中可以清楚地看到工件材料表面脆性断裂的破碎结构和纹理方向。

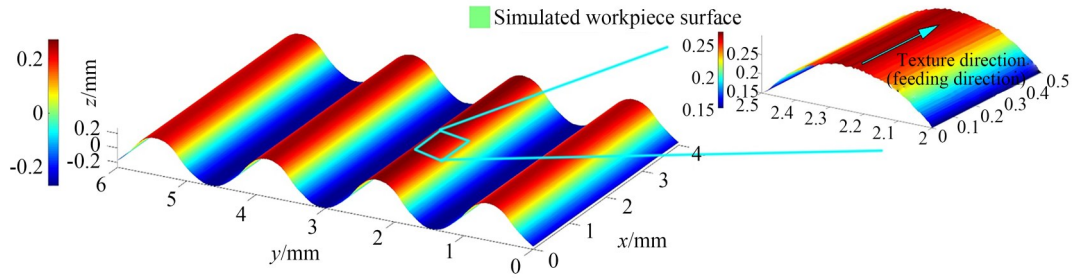
磨削实验和仿真的工件的截面形貌和理想截面形貌如图 17 所示。图 18 是磨削实验和仿真的工件面形误差的 PV 值、粗糙度  $R_a$  和  $R_z$  值的对比。从图中可以看出,仿真工件和磨削实验工件的面形误差 PV 值相差较小,这是因为工件的面形误差主要取决于复映的砂轮的轮廓误差。由于仿真时采用实测的砂轮轮廓,得到的仿真结果的面形误差和实际磨削加工的工件一致性较好。粗糙度无论是  $R_a$  值还是  $R_z$  值,磨削实验的工件都比仿真得到的工件大,同样是因为实际磨削加工中材料去除不完全,而且有一部分工件材料发生脆性断裂,如图 16(a)所示。

砂轮的跳动误差的影响主要体现在工件进



(a) 磨削实验的工件表面形貌

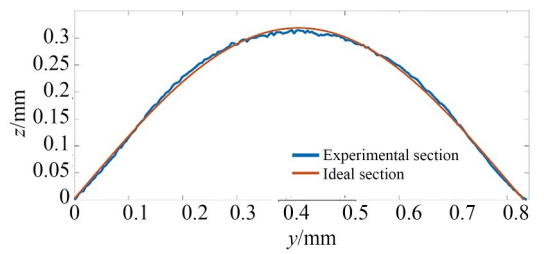
(a) Surface topography of experimental workpiece



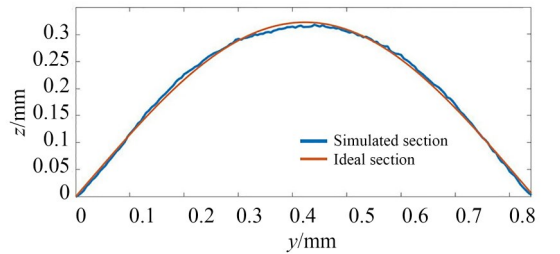
(b) 仿真得到的工件表面形貌  
(b) Surface topography of simulated workpiece

图 16 实验及仿真结果

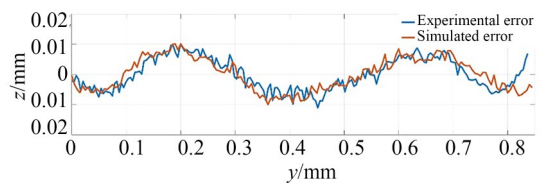
Fig. 16 Experimental and simulated results



(a) 磨削实验的工件截面和理想截面  
(a) Section curve of experimental workpiece and ideal section curve



(b) 仿真得到的工件截面和理想截面  
(b) Section curve of simulated workpiece and ideal section curve



(c) 实验和仿真表面截面误差  
(c) Error of experimental and simulated section curves

图 17 实验及仿真结果对比

Fig. 17 Comparison of experimental and simulated results

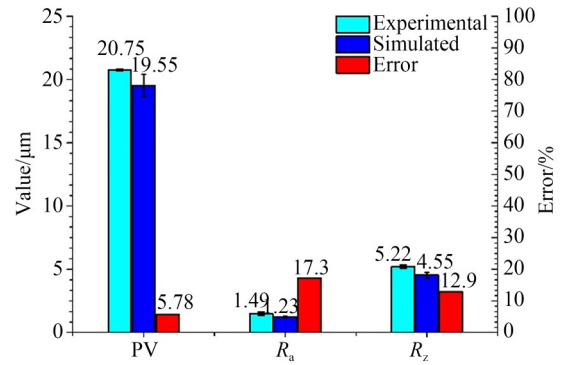


图 18 磨削实验和仿真的工件面形误差的 PV 值、粗糙度 R<sub>a</sub> 和 R<sub>z</sub> 值

Fig. 18 PV, R<sub>a</sub> and R<sub>z</sub> of surface errors of experimental and simulated workpieces

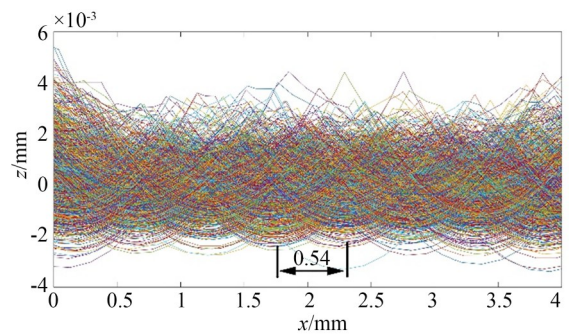


图 19 均值滤波处理后仿真工件粗糙表面在 x 方向的曲线簇

Fig. 19 Set of curves in x direction of simulated workpiece surface after average filtering

给方向上的表面形貌。图 19 是经过均值滤波处理后仿真的工件粗糙表面在  $x$  方向的曲线簇,从曲线簇中可以看到周期性波谷,这是由于砂轮存在周期性跳动误差。跳动误差为正最大处砂轮

的磨削深度最大,相应的工件上被这部分砂轮磨削的区域形成  $x$  方向上的波谷,工件上被砂轮相邻跳动误差为正最大处磨削的区域的理论间距  $L_v$  为:

$$L_v = \frac{1}{N_e} \cdot \frac{60v_s}{n}, \quad (20)$$

其中  $N_e$  是砂轮一周跳动误差的周期数, 本文中为 10。代入磨削参数计算得出  $L_v = 0.537$  mm。从图 19 可以看到, 相邻波谷之间的差值约为 0.54 mm, 和理论间距基本吻合。

## 5 结 论

本文采用频域分析法成功得到磨粒突出高度的偏态分布特征, 并采用数字模拟法成功模拟了砂轮磨粒的突出高度分布特征, 数学统计参数的误差在 5% 以内。基于实际的砂轮磨粒的突出高度分布、轮廓形貌和跳动误差, 完成了空间砂轮的整体重构。建立了磨削运动学模型, 成功仿真了工件的三维磨削表面。开展磨削实验验证

了仿真模型的有效性, 仿真预测与磨削实验的工件截面面形误差的 PV 值偏差为 5.78%。由于实际磨削加工中存在的材料去除不完全和脆性去除现象, 仿真模型预测的磨削工件的表面粗糙度  $R_a$  和  $R_z$  都比磨削实验工件的小。由于砂轮存在跳动误差, 工件表面在进给方向上会形成周期性的波谷, 相邻波谷的间距  $L_v$  由砂轮一周跳动误差的周期数、砂轮转速和工件的进给速度决定。

本文提出了一种能够有效预测磨削表面面形精度和表面粗糙度的仿真方法。砂轮表面磨粒分布和轮廓均采用实测, 因此该方法适用于不同粒度砂轮和不同形状微柱面的磨削加工, 可用于研究砂轮粒度、轮廓形状和磨削工艺参数对磨削加工面形精度和表面质量的影响, 针对超精密加工目标选择和优化砂轮与磨削参数, 大幅提高加工效率。

## 参考文献:

- [1] 林星辰, 朱洪波, 王彪, 等. 均匀光强分布的 5 kW 半导体激光硬化光源研制[J]. 光学精密工程, 2017, 25(5): 1178-1184.  
LIN X CH, ZHU H B, WANG B, *et al.* Development of 5 kW diode laser hardening source with homogenized intensity distribution[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(5): 1178-1184. (in Chinese)
- [2] 周叶, 祝启欣, 黄中亚, 等. 基于柱面微透镜阵列的激光匀化系统设计及实验研究[J]. 激光与红外, 2020, 50(4): 486-492.  
ZHOU Y, ZHU Q X, HUANG ZH Y, *et al.* Design and experimental investigations of laser homogenization system based on cylindrical microlens array [J]. *Laser & Infrared*, 2020, 50(4): 486-492. (in Chinese)
- [3] 张凯华, 董连和, 孙艳军, 等. 柱面微透镜阵列用于提高 OLED 图像质量的研究[J]. 长春理工大学学报: 自然科学版, 2012, 35(2): 74-78.  
ZHANG K H, DONG L H, SUN Y J, *et al.* The research on using cylindrical microlens arrays to improve the image quality of OLED [J]. *Journal of Changchun University of Science and Technology: Natural Science Edition*, 2012, 35(2): 74-78. (in Chinese)
- [4] KALISZER H. Grinding technology. Theory and applications of machining with abrasives: S. Malkin, Ellis Horwood Ltd[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1991, 31(3): 435-436.
- [5] NGUYEN T A, BUTLER D L. Simulation of precision grinding process, part 1: generation of the grinding wheel surface [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2005, 45(11): 1321-1328.
- [6] HOU Z B, KOMANDURI R. On the mechanics of the grinding process - Part I. Stochastic nature of the grinding process [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2003, 43(15): 1579-1593.
- [7] 刘月明, 巩亚东, 曹振轩. 基于数值建模的砂轮形貌仿真与测量[J]. 机械工程学报, 2012, 48(23): 184-190.  
LIU Y M, GONG Y D, CAO ZH X. Analysis of numerical grinding wheel topology and experimental measurement [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(23): 184-190. (in Chinese)
- [8] ZHAO C Y, LI J Y, WANG W X. Forming mechanisms based simulation and prediction of grinding surface roughness for abrasive belt rail grinding [J]. *Procedia CIRP*, 2020, 87: 503-508.
- [9] 费亚. 预应力砂带磨削表面数值模拟及实验研究 [D]. 重庆: 重庆大学, 2017.  
FEI Y. *Surface of Numerical Simulation and Experimental Research on the Prestressed Abrasive Belt Grinding* [D]. Chongqing: Chongqing University, 2017. (in Chinese)
- [10] ZHANG Z Z, YAO P, WANG J, *et al.* Nanomechanical characterization of RB-SiC ceramics based

- on nanoindentation and modelling of the ground surface roughness[J]. *Ceramics International*, 2020, 46(5): 6243-6253.
- [11] JIANG Y, GUO Q. Simulation of multi-axis grinding considering runout based on envelope theory[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(12): 3526-3534.
- [12] 孙金升, 吕玉山. 磨粒有序化砂轮磨削规则表面的仿真研究[J]. *机械制造*, 2018, 56(6): 58-60, 69. SUN J SH, LÜ Y SH. Simulation study on grinding regular surface with ordered abrasive wheel [J]. *Machinery*, 2018, 56(6): 58-60, 69. (in Chinese)
- [13] 梁志强, 黄迪青, 周天丰, 等. 螺旋伞齿轮磨削表面形貌仿真与试验研究[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(3): 191-198. LIANG ZH Q, HUANG D Q, ZHOU T F, *et al.* Simulation and experimental research on grinding surface topography of spiral bevel gear [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(3): 191-198. (in Chinese)
- [14] 田爱玲, 孙钊, 于洵, 等. 非高斯随机粗糙表面的数字模拟[J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(10): 2840-2842. TIAN A L, SUN ZH, YU X, *et al.* Numerical simulation of non-Gaussian random roughness surface [J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(10): 2840-2842. (in Chinese)
- [15] HU Y Z, TONDER K. Simulation of 3-D random rough surface by 2-D digital filter and Fourier analysis [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1992, 32(1/2): 83-90.
- [16] HILL I D, HILL R, HOLDER R L. Algorithm AS 99: fitting Johnson curves by moments[J]. *Applied Statistics*, 1976, 25(2): 180.
- [17] JOHNSON N L. Systems of frequency curves generated by methods of translation [J]. *Biometrika*, 1949, 36(1/2): 149-176.
- [18] 郑佳华. 金刚石砂轮分时修整的曲面微沟槽精密加工研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2013. ZHENG J H. *Micro Grooves Precision Processing on Curved Surface Based on the Time-share Dressing of Diamond Grinding Wheel* [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2013. (in Chinese)
- [19] 姚旺. 反应烧结碳化硅材料磨削去除机理和加工参数优化研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008. YAO W. *Investigation on Material Removal Mechanisms and Grinding Parameters Optimization of Reaction Bonded Silicon Carbide* [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008. (in Chinese)
- [20] 姚鹏, 王伟, 黄传真, 等. 石英玻璃的单颗磨粒划痕应力场解析模型及损伤可控磨削机理研究[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(21): 191-204. YAO P, WANG W, HUANG CH ZH, *et al.* Analytical model for the elastic stress field during scratching and controllable precision grinding mechanisms of fused silica [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(21): 191-204. (in Chinese)
- [21] 王紫光, 康仁科, 周平, 等. 单晶硅反射镜的超精密磨削工艺[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(5): 1087-1095. WANG Z G, KANG R K, ZHOU P, *et al.* Ultra-precision grinding of monocrystalline silicon reflector [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(5): 1087-1095. (in Chinese)
- [22] 王伟, 姚鹏, 王军, 等. 石英玻璃的热辅助高效塑性域干磨削[J]. *光学精密工程*, 2016, 24(1): 83-93. WANG W, YAO P, WANG J, *et al.* Heat-assisted high efficiency ductile dry grinding of fused silica [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(1): 83-93. (in Chinese)

## 作者简介:



叶震(1997-),男,江苏宿迁人,助理研究员,2020年于山东大学获得学士学位,主要研究方向为磨削与精密加工技术。E-mail: 201600162018@mail.sdu.edu.cn

## 通讯作者:



姚鹏(1979-),男,山东费县人,教授,博士生导师,2005年于东北大学获得硕士学位,2011年于日本东北大学获得博士学位,主要研究方向为磨削与超精密加工技术、多能场复合精密加工技术、激光微纳加工技术。E-mail: yaopeng@sdu.edu.cn